April 11, 2019

1 Gateaux derivative

$$\sigma_2(A) := \frac{1}{2}(\mathrm{tr}^2(A) - \mathrm{tr}(A^2)).$$

$f(A) = \sigma_2(A^{-1}), A > 0(X)$

$$df(A)(X) = -\mathrm{tr}(A^{-1})\mathrm{tr}(A^{-2}X) + \mathrm{tr}(A^{-3}X);$$
$$d^2f(A)(X,X) = \mathrm{tr}^2(A^{-2}X) + 2\mathrm{tr}(A^{-1})\mathrm{tr}(A^{-3}X) - 3\mathrm{tr}(A^{-4}X).$$

$f(A) = A^{-1}$

$$df(A)(X) = -A^{-1}XA^{-1};$$
$$d^2f(A)(X,Y) = A^{-1}XA^{-1}YA^{-1} + A^{-1}YA^{-1}XA^{-1}.$$