

DS - Algorithmique des graphes- Master 1 Bio-informatique

24 avril 2018 - Durée : 1h30 minutes

Les documents, les ordinateurs et les téléphones ne sont pas autorisés.

1 Graphes

Exercice 1

Est-ce qu'un chemin peut toujours être une chaîne? Est-ce qu'une chaîne peut toujours être un chemin? Justifiez votre réponse et illustrez-là par des exemples.

Exercice 2

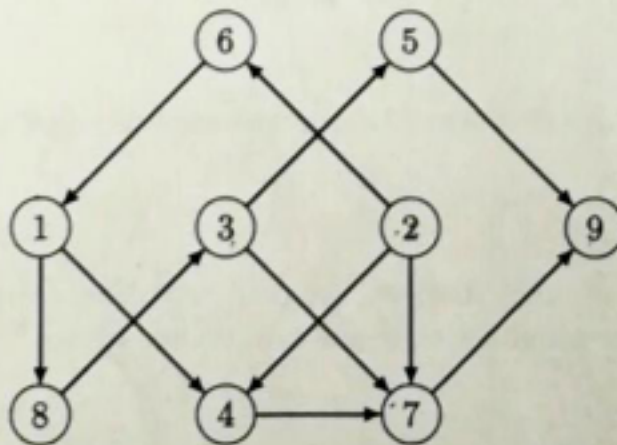
Quelle est la différence entre cycle et cycle élémentaire? Justifiez votre réponse et illustrez-là par des exemples.

Exercice 3

Donnez la définition de composante connexe et de composante fortement connexe. Quelle est la différence entre les deux? Justifiez votre réponse et illustrez-là par des exemples.

Exercice 4

Soit G_1 le graphe de la figure suivante :



- Exécutez l'algorithme de parcours en profondeur vu en cours. Vous donnerez l'arbre d'appels du parcours en profondeur ainsi que les valeurs des tables d , f , $pere$ et $couleur$.
- Est-ce que le graphe admet un tri topologique? Si oui, pourquoi? Si non, donnez un exemple de graphe qui admet un tri topologique.

Exercice 5

Donnez un algorithme `composante_connexe(G, s)` qui prends en paramètre un graphe non orienté G et un sommet s et qui en renvoie la composante connexe de s sous forme d'une liste de sommets.

2 Arbre

Dans cette section, vous programmerez uniquement en Python. De surcroît, pour manipuler un arbre A , vous ne disposerez que des fonctions suivantes :

```
def fils( A, s ):  
    '''  
    Renvoie la liste des fils du sommet s dans l'arbre enraciné A  
    '''  
  
def etiquette( A, s ):  
    '''  
    Renvoie l'étiquette du sommet s dans l'arbre enraciné A  
    '''  
  
def racine( A ):  
    '''  
    Renvoie la racine de l'arbre A  
    '''
```

Pour la manipulation des listes, et des autres structures, vous pouvez utiliser toutes les fonctions que vous souhaitez.

Dans la suite de la section, on supposera que tous les arbres sont étiquetés par des couleurs rouges ou bleues, c'est à dire que la fonction `etiquette(A,s)` renvoie soit "rouge", soit "bleu".

Exercice 6

Proposez un algorithme `sommets_rouge(A)` qui prends en paramètre un arbre A et qui renvoie la liste de tous les sommets rouges de l'arbre A .

Exercice 7

Proposez un algorithme `est_rouge(A)` qui renvoie vrai si tous les sommets de l'arbre sont rouge et faux sinon.

Exercice 8

Proposez un algorithme `sous_arbres_rouge(A)` qui renvoie la liste des sous-arbres de A dont tous les sommets sont rouges. Cette liste sera codé par une liste de sommets représentant la racine des sous-arbres.

Exercice 9

On dit qu'un arbre est rayé si la couleur des sommets change lorsque l'on change de niveau. Plus précisément, pour toute paire de sommets s et t , si $hauteur(s) - hauteur(t) = \pm 1$ alors $etiquette(s) \neq etiquette(t)$. Proposez un algorithme `a_des_rayures(A)` qui renvoie vrai si l'arbre est rayé et faux sinon.