

**Le Langage Algébrique**

---

<http://www.lirmm.fr/~poncelet/HLIN605.html>

Pascal Poncelet  
LIRMM  
Pascal.Poncelet@lirmm.fr  
<http://www.lirmm.fr/~poncelet>

## Introduction

- Introduit par CODD en 1970
- Traitement de requêtes de lecture et écriture
- Deux types d'opérateurs
  - Opérateurs ensemblistes : UNION, INTERSECTION, DIFFERENCE, PRODUIT CARTESIEN
  - Opérateurs relationnels : SELECTION, PROJECTION, JOINTURE et DIVISION
- Rem : dans les définitions, nous noterons  $t$  un tuple d'une relation et  $t(A)$  dans  $R$ , le sous tuple de  $R$  relatif à l'attribut  $A$

## Opérateurs ensemblistes

---

- Pour l'union, l'intersection, la différence les relations doivent être unicompétibles :
  - les relations doivent avoir même degré
  - les attributs associés deux à deux doivent être du même type syntaxique
- UNION
  - L'union de 2 relations  $R$  et  $S$ , noté  $R \cup S$  est l'ensemble des tuples qui appartiennent, soit à  $R$ , soit à  $S$ , soit à la fois à  $R$  et à  $S$  :
 
$$R \cup S = \{t | t \in R \text{ OU } t \in S\}$$

## Exemple d'union

PILOTE1	PLNUM	ADR
	100	PARIS
	101	PARIS
	120	PARIS
	110	PARIS

PILOTE2	PLNUM	VD
	130	TOUL
	140	TOUL
	150	TOUL
	100	TOUL
	120	TOUL
	130	PARIS
	101	PARIS
	140	PARIS
	110	PARIS

Pilote1: ensemble des pilotes habitant PARIS  
 Pilote2 : ensemble des pilotes assurant un vol au départ de Paris ou de Toulouse

## Pilote1 UNION pilote 2

PILOTE1 UNION  
PILOTE2

PLNUM	VILLE
100	PARIS
101	PARIS
120	PARIS
110	PARIS
130	TOUL
140	TOUL
150	TOUL
100	TOUL
120	TOUL
130	TOUL
130	PARIS
140	PARIS



Ensemble des pilotes habitant Paris ou assurant un vol au départ de Paris ou Toulouse

Les dupliques sont éliminés. L'Union permet de traduire le OU logique et donc l'ajout de nouveaux tuples

## Intersection

- L'intersection de deux relations notée  $R \cap S$  est l'ensemble des tuples qui appartiennent à la fois à R et à S :

$$R \cap S = \{t / t \in R \text{ et } t \in S\}$$

Avec Pilote1 INTERSECTION Pilote2

PILOTE1  
INTERSECTION  
PILOTE2

PLNUM	VILLE
101	PARIS
110	PARIS

L'intersection permet de traduire le ET logique

## Déférence

- La différence de deux relations notée  $R - S$  est l'ensemble des tuples qui appartiennent à R sans appartenir à S. C'est l'opérateur complémentaire de l'intersection :

$$R - S = \{t / t \in R \text{ ET } t \notin S\}$$

PILOTE1 - PILOTE2

PLNUM	ADR
100	PARIS
120	PARIS

PILOTE1 - PILOTE2 représente l'ensemble des pilotes habitant PARIS et n'assurant pas de vol au départ de PARIS ou TOULOUSE

## Produit Cartésien

- Le produit cartésien de deux relations, noté  $R \otimes S$ , est l'ensemble de tous les tuples obtenus par concaténation de tuples de R et de S. C'est un ensemble de paires ordonnées :

$$R \otimes S = \{(t(r), t(s)) \text{ avec } t(r) \in R \text{ et } t(s) \in S\}$$

PILOTE3

PLNUM	ADR
103	NICE
106	NICE

AVION

AVNOM	CAP
AIRBUS	350
CARAV	250

Produit  
Cartésien

PLNUM	ADR	AVNOM	CAP
103	NICE	AIRBUS	350
103	NICE	CARAV	250
106	NICE	AIRBUS	350
106	NICE	CARAV	250

## Opérateurs relationnels

- Spécifiques au langage algébrique
- Deux catégories
  - unaires de restriction
  - binaires d'extension
- Les opérateurs de restrictions permettent :
  - soit un découpage horizontal d'une relation (SELECTION)
  - soit un découpage vertical d'une relation (PROJECTION)

## Selection

- Soit  $\theta$  un des comparateurs binaires  $<$ ,  $<=$ ,  $>$ ,  $>=$ ,  $\neq$  applicables à l'attribut (ou à l'ensemble d'attributs) A et au tuple c (de la relation R).
- La sélection  $R(A \theta c)$  est l'ensemble des tuples de R pour lesquels  $\theta$  est vérifié entre la (les) composante(s) A et le tuple c :
 
$$R(A \theta c) = \{t / t \in R \text{ ET } t_A \theta c\}$$
- Le tuple c pourrait être remplacé par un attribut (ou un ensemble d'attributs) B, où A et B seraient définis sur le (les) même(s) domaine(s). Dans ce cas la qualification porterait sur les composantes de A et B situés au même niveau

## Selection

PILOTE4	PLNUM	PLNOM	ADR
100	JEAN	PARIS	
101	PIERRE	PARIS	
120	PAUL	PARIS	
130	SERGE	TOUL	
140	MICHEL	TOUL	

R	PLNUM	PLNOM	ADR
	130	SERGE	TOUL
	140	MICHEL	TOUL

- $R = PILOTE4 (ADR = « TOUL »)$

## Selection

- Notée également  $\sigma_Q(R)$  où Q est le critère de qualification de la forme :  $A_i \theta \text{ Valeur}$  avec  $\theta = \{ =, <, >=, >, <=, \# \}$

VINS	Cru	Mill	Région	Qualité
VOLNAY	1983	BOURGOGNE	A	
VOLNAY	1979	BOURGOGNE	B	
CHENAS	1983	BEAUJOLAIS	A	
JULIENAS	1986	BEAUJOLAIS	C	

$\sigma_{MILL>1983}$

VINS	Cru	Mill	Région	Qualité
JULIENAS	1986	BEAUJOLAIS	C	

## Projection

- Soit  $R(A)$  une relation et un ensemble d'attributs  $A_1, \dots, A_n$  de  $R$  tels que  $(A_1, A_2, \dots, A_n) \subseteq A$ .
- La projection  $R'(A_1, A_2, \dots, A_n)$  est la relation obtenue à partir de  $R(A)$  en éliminant de  $R(A)$  les attributs autres que ceux spécifiés par  $A_1, A_2, \dots, A_n$  et en supprimant les tuples dupliqués.

$$R(A_1, \dots, A_n) = \{ (a_1, \dots, a_n) \}$$

100	AIRBUS	350	TOUL
101	AIRBUS	350	TOUL
104	AIRBUS	150	PARIS
105	CARAV	250	PARIS

AVNOM	CAP
AIRBUS	350
AIRBUS	350
AIRBUS	150
CARAV	250

## Projection

Avion1

AVNUM	AVNOM	CAP	LOC
100	AIRBUS	350	TOUL
101	AIRBUS	350	TOUL
104	AIRBUS	150	PARIS
105	CARAV	250	PARIS

Avion1(AVNOM, CAP)

AVNOM	CAP
AIRBUS	350
AIRBUS	350
AIRBUS	150
CARAV	250

## Projection

- Notée également :  $\pi_{A_1, A_2, \dots, A_p}(R)$

VINS	Cru	Mill	Région	Qualité
VOLNAY	1983	BOURGOGNE	A	
VOLNAY	1979	BOURGOGNE	B	
CHENAS	1983	BEAUJOLAIS	A	
JULIENAS	1986	BEAUJOLAIS	C	

$\downarrow \pi_{\text{Cru}, \text{Région}}$

$\pi(VINS)$	Cru	Région
VOLNAY	BOURGOGNE	
CHENAS	BEAUJOLAIS	
JULIENAS	BEAUJOLAIS	

## Opérateurs binaires d'extension

- L'opérateur Join et Division
- JOIN
- Soient les relations  $R(A, B_1)$  et  $S(B_2, C)$  avec  $B_1$  et  $B_2$  attributs définis sur le même domaine, soit  $\theta$  un élément de l'ensemble  $\{=, >, \geq, <, \leq, \neq\}$  applicables aux valeurs des attributs  $B_1$  et  $B_2$ .
- Le Join de  $R$  sur  $B_1$  avec  $S$  sur  $B_2$ , noté  $R(B_1 \theta B_2) S$  est la relation dont les tuples sont ceux obtenus par concaténation des tuples de  $R$  avec ceux de  $S$  pour lesquels la relation  $\theta$  entre les composantes  $B_1$  et  $B_2$  est vérifiée

## Opérateurs binaires d 'extension

- L 'opérateur Join et Division
- JOIN
- Soient les relations R(A, B1) et S(B2, C) avec B1 et B2 attributs définis sur le même domaine, soit  $\theta$  un élément de l'ensemble  $\{=, >, \geq, <, \leq, \neq\}$  applicables aux valeurs des attributs B1 et B2.
- Le Join de R sur B1 avec S sur B2, noté  $R (B1 \theta B2) S$  est la relation dont les tuples sont ceux obtenus par concaténation des tuples de R avec ceux de S pour lesquels la relation  $\theta$  entre les composantes B1 et B2 est vérifiée
- $R (B1 \theta B2) S = \{t / t \in R \otimes S \text{ ET } t(B1) \theta (B2)\}$

## Opérateurs binaires d 'extension

- $R (B1 \theta B2) S = \{t / t \in R \otimes S \text{ ET } t(B1) \theta (B2)\}$
- Lorsque  $\theta$  est l'égalité on parle d'équijointure autrement de thétajointure
- $R (B1 = B2) S = \{t / t \in R \otimes S \text{ ET } t(B1) = t(B2)\}$
- Il est possible d'avoir des autojointures
- $R (B1 \theta B2) R = \{t / t \in R \otimes R \text{ ET } t(B1) \theta (B2)\}$
- L'opérateur Join est équivalent à un produit cartésien suivi d'une sélection

## Join

PILOTE1	PLNUM	PLNOM	ADR
	100	JEAN	PARIS
	101	PIERRE	PARIS
	120	PAUL	PARIS

VOL1	VOLNUM	AVNUM	PLNUM
	IT500	110	100
	IT501	130	100
	IT503	110	100
	IT504	110	120
	IT506	120	120
	IT507	130	110

## Join

- PILOTE1 (PLNUM=PLNUM) VOL1
- ensemble des pilotes habitant Paris en service avec les numéros des vols et des avions correspondants

PLNUM	PLNOM	ADR	VOLNUM	AVNUM	PLNUM
100	JEAN	PARIS	IT500	110	100
100	JEAN	PARIS	IT501	130	100
100	JEAN	PARIS	IT503	110	100
120	PAUL	PARIS	IT504	110	120
120	PAUL	PARIS	IT506	120	120

## Join

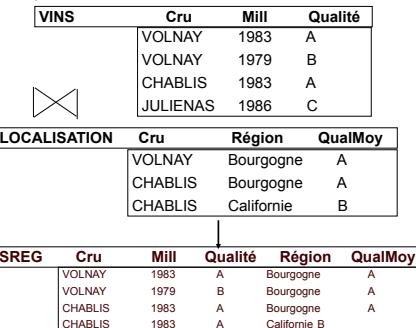
- PILOTE1 (PLNUM>PLNUM) VOL1
- Quels sont les pilotes les pilotes dont le numéro est supérieur à un moins un numéro de pilote dans vol (qui effectue un vol)

PLNUM	PLNOM	ADR	VOLNUM	AVNUM	PLNUM
101	PIERRE	PARIS	IT500	110	100
101	PIERRE	PARIS	IT501	130	100
101	PIERRE	PARIS	IT503	110	100
120	PAUL	PARIS	IT500	110	100
120	PAUL	PARIS	IT501	130	100
120	PAUL	PARIS	IT503	110	100
120	PAUL	PARIS	IT507	130	110

} 101>100  
} 120>100  
} 120 > 110

## Join

- Notée également 



VINS	Cru	Mill	Qualité
VOLNAY	1983	A	
VOLNAY	1979	B	
CHABLIS	1983	A	
JULIENAS	1986	C	

LOCALISATION	Cru	Région	QualMoy
VOLNAY	Bourgogne	A	
CHABLIS	Bourgogne	A	
CHABLIS	Californie	B	

VINSREG	Cru	Mill	Qualité	Région	QualMoy
VOLNAY	1983	A	Bourgogne	A	
VOLNAY	1979	B	Bourgogne	A	
CHABLIS	1983	A	Bourgogne	A	
CHABLIS	1983	A	Californie	B	

## Division

- Division d'une relation binaire par une relation unaire
- Soit :
- $R(A_1 \div A_2) S = \{t / t \in R[B] \text{ ET } (\{t\} \otimes S) \subseteq R\}$  avec  $R(B, A_1)$  et  $S(A_2)$
- ou
- $R(A_1 \div A_2) S = \{t / t \in R[B] \text{ ET } \text{quelqueso}t s \in S, (t, s) \in R\}$
- La division de  $R$  par  $S$  est le sous-ensemble des éléments de  $R(B)$  dont le produit cartésien avec  $S$  est inclus dans  $R$
- Exprime la notion de « tous les »

## Division

- Avions conduits par tous les pilotes VOL1 (PLNUM ÷ PLNUM) PIL ?

VOL1	AVNUM	PLNUM
	30	100
	30	101
	30	102
	30	103
	31	100
	31	102
	32	102
	32	103
	33	102

Diviseur PIL1	PLNUM	AVNUM
	100	30
		31

Diviseur PIL2	PLNUM	AVNUM
	102	30
	103	32

## Division

- Chaque fois que l'on aura « pour tous les x », il suffira de mettre l'attribut x dans le diviseur. Le dividende binaire doit contenir alors le même attribut (sur lequel porte la division) et l'attribut du résultat recherché

## Division

- Quels sont les noms des pilotes qui conduisent tous les avions de la compagnie ?  
 $VOL1 = VOL (AVNUM, PLNUM) \text{ <projection>}$   
 $AV1 = AVION (AVNUM) \text{ < projection>}$   
 $PILOTE1 = PILOTE (PLNUM, PLNOM) \text{ <projection>}$   
 $PILOTE2 = VOL1 (AVNUM \div AVNUM) AV1$   
 $\text{<division pour avoir les numéros des pilotes qui conduisent tous les avions>}$   
 $PILOTE3 = PILOTE1 (PLNUM=PLNUM) PILOTE2$   
 $\text{<join pour avoir les noms>}$   
 $RES = PILOTE3(PLNOM) \text{ <projection>}$

## Complétude

- L'ALGEBRE RELATIONNELLE EST COMPLETE
  - Les cinq (sept) opérations de base permettent de formaliser sous forme d'expressions toutes les questions que l'on peut poser avec la logique du premier ordre (sans fonction).
- NOM ET PRENOM DES BUVEURS DE VOLNAY 1988 ?  
PROJECTION (NOM,PRENOM,  
SELCTION(CRU="VOLNAY" et MILL =1988,  
JOIN(VINS,ABUS,BUVEURS)))

## Arbre de requêtes

Liste des noms des pilotes Parisiens :  
 $\pi_{Plnom}(\sigma_{Ville='Paris'}(Pilote))$

