

TD6

Méthode de résolution (2)

Unification de termes et algorithme de Robinson

Conventions générales

a, b, c ... désignent des constantes

x, y, z, t, u, v, w ... des variables

f, g, h ... des fonctions

Rappel : une substitution s'applique à des **variables** et uniquement des variables.

Exercice 1 (unification)

On considère les atomes $p(f(x), g(y))$ et $p(f(f(a)), g(z))$.
Ces atomes sont unifiables, prouvez-le.

Exercice 2 (comparaison d'unificateurs)

Soient les atomes $p(g(y), f(x, h(x), y))$ et $p(x, f(g(z), w, z))$

(1) Vérifier que la substitution suivante est unificateur de ces deux atomes (autrement dit, de leurs listes de termes). Quel est le résultat de l'unification ?

$$\sigma_1 = \{ (x, g(f(a))), (y, f(a)), (w, h(g(f(a))), (z, f(a)) \}.$$

(2) Même question avec : $\sigma_2 = \{ (x, g(z)), (w, h(g(z))), (y, z) \}$

(3) L'un des unificateurs est strictement plus général que l'autre. Lequel ? Le prouver, c'est-à-dire montrer que l'on peut obtenir le plus spécifique en composant le plus général avec une substitution qui ne fait pas *que* renommer des variables.

Exercice 3 (unification et upg)

Soit deux termes $f(x, y, z)$ et $f(x, a, x)$. Soient les substitutions suivantes :

$$u_1 = \{ (x, b), (y, a), (z, b) \}$$

$$u_2 = \{ (y, a), (z, x) \}$$

$$u_3 = \{ (x, y), (y, a), (z, y) \}$$

$$u_4 = \{ (x, z), (y, a), (z, x) \}$$

(1) Quels u_i sont des unificateurs des deux termes ?

(2) Lesquels sont des upg (« unificateurs les plus généraux ») des deux termes ?

(3) Appliquer l'algorithme de Robinson, et vérifier votre réponse à (2) : puisque l'algorithme produit un upg, tout autre upg s'obtient à partir de celui-ci par simple renommage de variables.

Exercice 4 (upg)

Trouver, s'il en existe, un upg et le terme unifié obtenu pour les ensembles de termes suivants :

- a) $\{ f(a,x,h(x)), f(a,y,y) \}$
- b) $\{ g(x,g(y,z)), g(g(a,b),x), g(x,g(a,z)) \}$
- c) $\{ g(y,h(h(x))), g(h(a),y) \}$
- d) $\{ f(x,y,w), f(h(g(v,y)),g(v,w),h(a)), f(h(z),y,h(v)) \}$

Exercice 5 (upg)

Une substitution $\sigma = \{(x_1, t_1), \dots, (x_n, t_n)\}$ est idempotente si $\sigma = \sigma \circ \sigma$ (c'est-à-dire : appliquer σ une fois ou deux fois donne le même résultat, quelle que soit l'expression à laquelle on l'applique). Soit V l'ensemble des variables apparaissant dans $t_1 \dots t_n$.

- (1) Montrer que σ est idempotente si et seulement si $V \cap \{x_1 \dots x_n\} = \emptyset$.
- (2) Montrer que l'upg produit par l'algorithme de Robinson est idempotent.