

TD6

Méthode de résolution (2)

Unification de termes et algorithme de Robinson

Conventions générales

a, b, c ... désignent des constantes
x, y, z, t, u, v, w ... des variables
f, g, h ... des fonctions

Rappel : une substitution s'applique à des **variables** et uniquement des variables.

Exercice 1 (unification)

On considère les atomes $p(f(x),g(y))$ et $p(f(f(a)), g(z))$.
Ces atomes sont unifiables, prouvez-le.

Exercice 2 (comparaison d'unificateurs)

Soient les atomes $p(g(y),f(x,h(x),y))$ et $p(x,f(g(z),w,z))$

(1) Vérifier que la substitution suivante est un unificateur de ces deux atomes (autrement dit, de leurs listes de termes). Quel est le résultat de l'unification ?

$$\sigma_1 = \{ (x,g(f(a)), (y,f(a)), (w,h(g(f(a))), (z,f(a)) \}.$$

(2) Même question avec : $\sigma_2 = \{ (x,g(z)), (w,h(g(z)), (y,z) \}$

(3) L'un des unificateurs est strictement plus général que l'autre. Lequel ? Le prouver, c'est-à-dire montrer que l'on peut obtenir le plus spécifique en composant le plus général avec une substitution qui ne fait pas *que* renommer des variables.

Exercice 3 (unification et upg)

Soit deux termes $f(x,y,z)$ et $f(x,a,x)$. Soient les substitutions suivantes :

$$\begin{aligned} u_1 &= \{(x,b),(y,a),(z,b)\} \\ u_2 &= \{(y,a),(z,x)\} \\ u_3 &= \{(x,y),(y,a),(z,y)\} \\ u_4 &= \{(x,z),(y,a),(z,x)\} \end{aligned}$$

(1) Quels u_i sont des unificateurs des deux termes ?

(2) Lesquels sont des upg (« unificateurs les plus généraux ») des deux termes ?

(3) Appliquer l'algorithme de Robinson, et vérifier votre réponse à (2) : puisque l'algorithme produit un upg, tout autre upg s'obtient à partir de celui-ci par simple renommage de variables.

Exercice 4 (upg)

Trouver, s'il en existe, un upg et le terme unifié obtenu pour les ensembles de termes suivants :

- a) { $f(a, x, h(x))$, $f(a, y, y)$ }
- b) { $g(x, g(y, z))$, $g(g(a, b), x)$, $g(x, g(a, z))$ }
- c) { $g(y, h(h(x)))$, $g(h(a), y)$ }
- d) { $f(x, y, w)$, $f(h(g(v, y)), g(v, w), h(a))$, $f(h(z), y, h(v))$ }

Exercice 5 (upg)

Une substitution $\sigma = \{(x_1, t_1), \dots, (x_n, t_n)\}$ est idempotente si $\sigma = \sigma \circ \sigma$ (c'est-à-dire : appliquer σ une fois ou deux fois donne le même résultat, quelle que soit l'expression à laquelle on l'applique). Soit V l'ensemble des variables apparaissant dans $t_1 \dots t_n$.

- (1) Montrer que σ est idempotente si et seulement si $V \cap \{x_1 \dots x_n\} = \emptyset$.
- (2) Montrer que l'upg produit par l'algorithme de Robinson est idempotent.