Université Montpellier II – L3
Logique 2

TD5

Méthode de résolution (1)

Forme clausale et skolémisation

Exercice 1

Soit A = $(\exists x\ \forall y\ p(x,y)) \rightarrow (\forall y\ \exists x\ p(x,y))$.
(a) Mettre A sous forme prénexe
(b) Mettre A sous forme de Skolem.

On rappelle que la forme de Skolem d'une formule est une forme clausale obtenue de la façon suivante : après avoir mis la formule sous forme prénexe, on remplace les quantificateurs existentiels par des fonctions de Skolem (nouvelles constantes ou nouvelles fonctions d'arité non nulle) en procédant de la gauche vers la droite.

Exercice 2

(a) Mettre sous forme prénexe, puis sous forme de Skolem, la formule fermée suivante :
A = $\forall x\ \mathbf{(}\ \mathbf{(}\ q(x) \vee \exists y\ p(x,h(y))\ \mathbf{)} \rightarrow \exists x\ \mathbf{(}\ p(x,x) \wedge \neg q(a)\ \mathbf{)}\ \mathbf{)}$, où a est une constante.

(b) Donner la liste des clauses obtenues. Utiliser les clauses obtenues pour montrer que A est satisfiable.

Exercice 3

(a) Mettre sous forme prénexe, puis sous forme de Skolem, la formule fermée suivante :
A = $\mathbf{(}\ \forall x\ p(x) \wedge \exists y\ q(y)\ \mathbf{)} \rightarrow \mathbf{(}\ p(f(c)) \wedge \exists z\ q(z)\ \mathbf{)}$, où c est une constante.

(b) Soit A' la formule obtenue à la question (a).
D'après le théorème de Skolem, A est satisfiable ssi A' est satisfiable.
Mais les deux formules ne sont pas équivalentes, comme on peut le constater ici :
- se convaincre que A est valide (l'argumentation sur les interprétations qui satisfont A est très simple).
- montrer que A' est satisfiable mais non valide (donc contingente).