Université Montpellier II – L3
Logique 2

# TD1 : syntaxe et modélisation

On rappelle la définition inductive d'une fbf (formule bien formée) :
*(base)* les atomes (appelés aussi formules atomiques) sont des fbf
*(règle)* si A et B sont des fbf et si x est une variable, alors :

$\neg A$
(A *op* B) où *op* est l'un des connecteurs binaires $\wedge$ $\vee$ $\rightarrow$ $\leftrightarrow$
$\exists x\ A$
$\forall x\ A$

sont des fbf.

## Exercice 1 (syntaxe)

(a) Dessiner l'arbre (l'arborescence) syntaxique des formules suivantes :
$A = \forall x\ (p(x) \rightarrow \exists y\ q(x,y))$  $B = (\forall x\ p(x) \rightarrow \exists y\ q(x,y))$  $C = \forall x\ \exists y\ (q(x,y) \wedge \exists x\ \neg q(y,x))$

(b) Comment voit-on sur l'arborescence syntaxique si une occurrence de variable est libre ou liée ?
Pour chacune des 3 formules ci-dessus :

- Quelles sont les variables liées ? libres ? à la fois libres et liées ?
- La formule est-elle fermée ?

(c) Effectuer les renommages nécessaires pour avoir des formules "propres", c'est-à-dire dans lesquelles aucune variable n'est à la fois libre et liée, et toute variable liée est dans la portée d'exactement un quantificateur la concernant.

*Par la suite, on s'autorisera à ne mettre que les parenthèses indispensables (par exemple, dans cet exercice, les parenthèses des formules A et C sont nécessaires ; par contre, on peut supprimer les ( ) externes dans la formule B).*

## Exercice 2 (syntaxe)

Utiliser la définition inductive d'une fbf pour définir la profondeur d'une fbf, qui est également celle de son arbre syntaxique.
(*Variantes :* calculer le nombre de connecteurs d'une fbf, de sous-formules, …)

## Exercice 3 (modélisation)

En utilisant les constantes s pour Serge, t pour Tobby et les symboles de relation A(x,y) pour "x aime y", C(x) pour "x est un chien", D(x) pour "x est un animal domestique", E(x) pour "x est un enfant", O(x) pour "x est un oiseau" et P(x,y) pour "x a peur de y", formaliser les énoncés suivants :

1. Les chiens et les oiseaux sont des animaux domestiques
2. Tobby est un chien qui aime les enfants
3. Les oiseaux n'aiment pas les chiens
4. Serge aime tous les animaux domestiques sauf les chiens
5. Tous les enfants n'ont pas peur des chiens
6. Certains chiens aiment les enfants
7. Certains chiens aiment les enfants et réciproquement
8. Les enfants aiment certains chiens

## Exercice 4 (modélisation)

Formaliser la phrase *"il n'est pas nécessaire d'être un bon musicien pour être un bon danseur"*.

## Exercice 5 (modélisation)

Formaliser l'énoncé suivant :

"Si quelqu'un résout ce problème, alors tout mathématicien le résout. Cabot est mathématicien et ne résout pas ce problème."

D'après vous, peut-on en conclure que personne ne résout ce problème ? Nous verrons plus tard comment formaliser le raisonnement associé.