[7차시 수업]

- 1)정규화 모델, 주요개념 정리
- 정규화 모델
- 머신러닝,딥러닝 주요개념 정리
- 2) StyleGAN2
- StyleGAN2 소개
- 실습
- 3)포터샾 및 베가스
- 포터샾 및 베가스 설치
- 인터페이스 설명

[1교시]

- 1. 좋은 모델의 조건(정규화 모델)
- 즉, 정규화모델(Regularization, Ridge Regression)을 뜻함

미래 데이터(testing data)에 대한 예측 성능이 좋은 모델

= 미래 데이터에 대한 expected error가 낮은 모델

Expected MSE =
$$E\left[\left(Y - \hat{Y}\right)^2 | X\right]$$

= $\sigma^2 + (E[\hat{Y}] - \hat{Y})^2 + E[\hat{Y} - E[\hat{Y}]]^2$
= $\sigma^2 + Bias^2(\hat{Y}) + Var(\hat{Y})$
= Irreducible Error $+Bias^2 + Variance$

- Expected MSE를 줄이려면 bias, variance, 혹은 둘다 낮춰야 함
- 그렇지 못하다면 둘 중에 하나라도 작으면 좋음
- Bias가 증가되더라도 variance 감소폭이 더 크다면 expected MSE는 감소 (예측 성능 증가)

Least squares method (최소제곱법): 평균제곱오차 (MSE)를 최소화하는 회귀계수 β = (β ₁, ..., β _p) 계산

$$\hat{\beta}^{LS} \neq \underset{\beta: \text{prhole}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} (y_i - x_i \beta)^2 \right\} = \underbrace{\left(X^T X\right)^{-1} X^T y}_{\text{[Inote of the proof of the pr$$

회귀계수 beta에 대한 unbiased estimator 중 가장 분산이 작은 estimator (Best Linear Unbiased Estimator: BLUE, Gauss-Markov Theorem)

점추정량은unbiased다

1) 점추정량

모수의 추정; 모수의 추정에는 점추정과 구간추정이 있다.

- 가) 점추정이란? 추철된 표본으로부터 모수의 값에 가까우리라고 예상되는 하나의 값을 제시
- 나) 구간추정이란? 하나의 값만은 제시하는 것이 아니라 모수를 포함하리라고 예상되는 적절 한 구간을 구하는 것.
- 가설검증 방법: 모수(전체 데이터)에 대한 가설 검증을 할 때 추출된 표본 μ를 기준으로 예) 어느 도시에서 청소년기의 성장에 관한 연구를 하기 위해 중학교 1학년 남학생 30명을 임의 추출하여 키를 측정하였다. 표본으로부터 얻은 30명 키의 평균으로 그 도시 전체 중학교 1학년 남학생의 평균키를 추론할 수 있다.
- (1) μ를 하나의 값으로 추정한다. -> 점추정
- (2) μ를 포함할만한 적당한 구간을 정한다. -> 구간추정
- (3) μ 값이 ?년 전의 평균값인 155cm와 다른지 판단한다. -> 가설검정

(1) 점추정(Point Estimation)

점추정이란 추정하고자 하는 하나의 모수에 대하여 모집단에서 임의로 추출된 n개 표본의 확률변수로 하나의 통계량을 만들고 주어진 표본으로부터 그 값을 계산하여 하나의 수치를 제시하려고 하는 것이다. 이와 같이 모수를 추정하기 위해 만들어진 통계량을 추정량(estimator)이라 하고, 주어진 관측값으로부터 계산된 추정량의 값을 추정치(estimate)라고 한다.

예를 들어, 위의 예시에서 모평균(해당도시의 중학교 1학년 남학생의 평균키)를 추정한다고 할 때, 직관적으로 가장 타당한 추정량은 표본의 평균

이다. 또한, X가 160.2cm라 할 때, 평균키의 추정치는 160.2cm가 된다.

- 추정량은 하나의 확률변수이므로 추출된 표본의 값에 따라 그 값이 달라진다.
- 수치변화를 추정하는 것=> 표준오차(stadard error, SE),표준오차값은 작을수록 좋다.
- 표본평균의 기대 값과 표준오차는 모집단의 평균(μ)과 표준편차(σ)고 아래와 같이 구할 수 있다.

$$E(X) = \mu$$
, S.E. $(X) = \sigma/\sqrt{n}$

따라서 X을 가지고 μ 을 추정할 경우 n이 클수록 표준오차가 작아져 좀 더 정확한 추정이 가능해짐을 알 수 있다. 그러나 S.E.(X)를 계산하고자 할 때 σ 이 주어져 있지 않은 경우가 많은데, 이런 경우에는 σ 를 표본표준편차로 추정하여 사용할 수 있다.

$$s_X = \sqrt{\frac{\sum (x_j - \bar{x})^2}{n-1}}$$

* 모평균에 대한 점추정

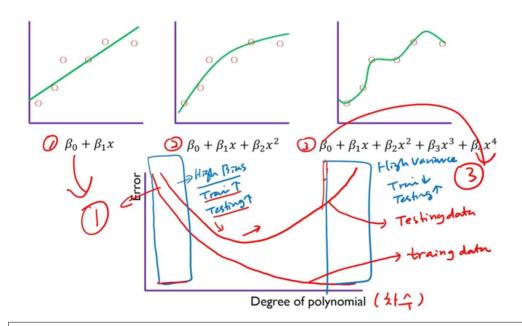
모수 : 모집단의 평균 µ

자료 : 평균이 μ이고 표준편차가 σ인 모집단에서 임의추출한 표본 X1, ..., Xn

추정량: 표본평균 X

표준오차 : σ/\sqrt{n} 추정된 표준오차 : s/\sqrt{n}

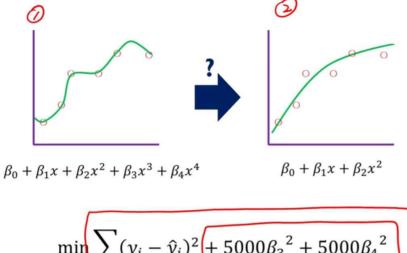
2) Regularization(정규화)



1) 2번이 좋은 모델

2) 1번: Bias가 높다, 3번:Variance가 높다

Regularization(정규화)란?



$$\min_{\beta} \sum_{i=1}^{\infty} (y_i - \hat{y}_i)^2 + 5000\beta_3^2 + 5000\beta_4^2$$

$$\beta_3 \approx 0$$
 $\beta_4 \approx 0$

β(계수,파라미터)에 제약을 주는것=>정규화(reguiarization) 위식은

β가 0이 되야 작은 값을 가지게 된다.

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$$

$$L(\beta) = \min_{\beta} \sum_{i=1}^{p} (y_i - \hat{y}_i)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{p} \beta_j^2$$
(1) Training accuracy (2) Generalization accuracy

λ : regularization parameter that controls the tradeoff between (1) and (2)

λ(lambda)는 하이퍼파라미터(조절파라미터)

* 정규화 모델 참조 사이트: https://www.youtube.com/watch?v=pJCcGK5omhE

Regularization Concept

$$C(\beta) = \min_{\beta} \sum_{i=1}^{p} (y_i - \hat{y}_i)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{p} \beta_j^2$$

$$\lambda \ {
m very \ big}
ightarrow \ eta_1 pprox 0, \ eta_2 pprox 0, \ eta_3 pprox 0, \ eta_4 pprox 0$$



 $\beta_0 + \beta \chi + \beta \chi^2 + \beta \chi^3 + \chi \chi^4$

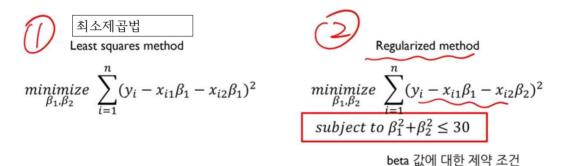
$$\lambda$$
 very small \rightarrow Overfitting!!

$$\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \beta_4 x^4$$

 λ 값을 너무 높게 주면; β 0(Y절편)만 남게 된다.===>underfitting λ 값을 너무 작게 주면; β 값(β 1, β 2,... β n)들이 커져서===>overfitting

(1) Regulaization Method

- Regularization method는 회귀 계수 beta가 가질 수 있는 값에 제약조건을 부여하는 방법
- 제약조건에 의해 bias가 증가할 수 있지만 variance가 감소함



(2) Ridge Regression

 L_2 -norm regularization: 기계공 나 가전째값 제곱 오차를 최소화하면서 회귀 계수 β 의 L_2 -norm을 제한

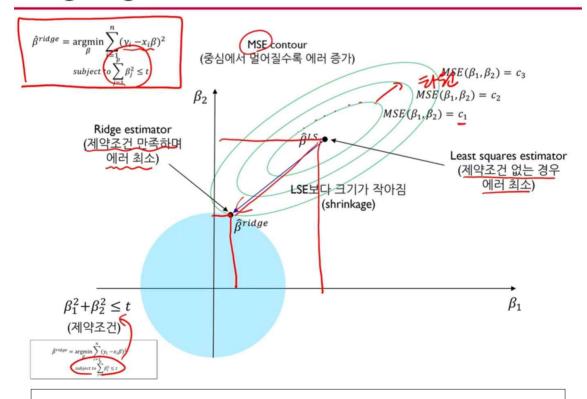
$$\hat{\beta}^{ridge} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{n} \underbrace{(y_i - x_i \beta)^2}_{\text{MSE}}$$

$$subject \ to \sum_{j=1}^{p} \beta_j^2 \leq \underbrace{(t)}_{\text{Equivalent (Lagrangian multiplier)}}$$

$$\hat{\beta}^{ridge} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} (y_i - x_i \beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{p} \beta_j^2 \right\}$$
2

t와 λ는 최소값을 만들려는 제약을 주는 기능 동일

Ridge Regression

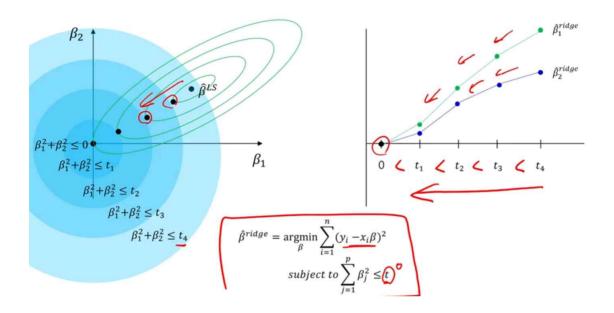


β값을 작게 하는 것(제약조건을 만족하는 최소값)=> Ridge Regression

Ridge Solution Path

1

Solution path: tuning parameter (\underline{t}) 값에 따른 \hat{eta}^{ridge} 의 변화



3) LASSO

Least Absolute Shrinkage and Selection Operator 변수 선택 가능

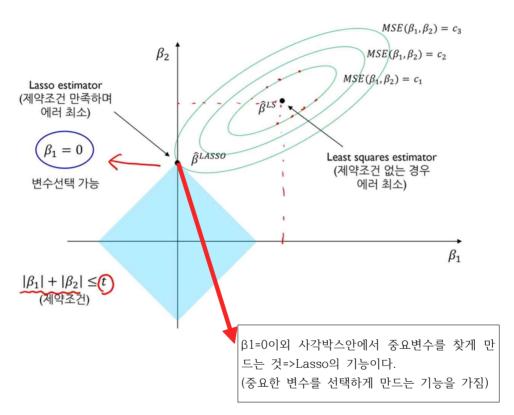
 L_1 -norm regularization: 회귀 계수 β 의 L_1 -norm을 제한

$$\hat{\beta}^{lasso} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{n} (y_i - x_i \beta)^2$$

$$subject \ to \sum_{j=1}^{p} |\beta_j| \le t$$

$$\hat{\beta}^{lasso} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} (y_i - x_i \beta)^2 \underbrace{\lambda}_{j=1}^{p} |\beta_j| \right\}$$

Lasso Solution Path



Lasso Solutions

$$\hat{\beta}^{ridge} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} (y_i - x_i \beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{p} \beta_j^2 \right\} \qquad \qquad \hat{\beta}^{ridge} = \left(X^T X + \lambda I_p \right)^{-1} X^T y$$

$$\hat{\beta}^{lasso} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} (y_i - x_i \beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{p} \beta_j^2 \right\} \qquad \qquad \hat{\beta}^{lasso} = ?$$

- Ridge와 달리 Lasso formulation은 closed form solution을 구하는 것이 불가능
 (L_I-norm 미분 불가능)
- Numerical optimization methods:
 - Quadratic programming techniques (1996, Tibshirani)
 - LARS algorithm (2004, Efron et al.)
 - Coordinate descent algorithm (2007, Friedman et al.)

Lasso Parameter

$$\hat{\beta}^{lasso} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} (y_i - x_i \beta)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{p} |\beta_j| \right\}$$

 $\lambda = 0$: Same as ordinary least square

 $\lambda = \infty$: Constant \bar{y}



작은 λ 값

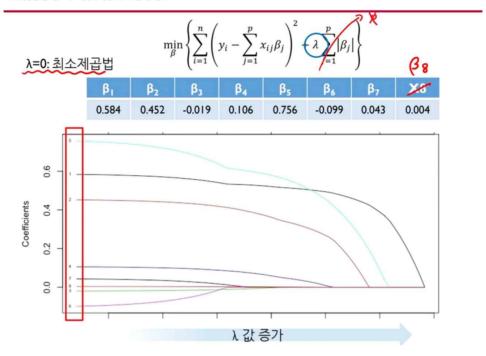
적은 변수 간단한 모델 해석 쉬움 높은 학습 오차 (Underfitting 위험 증가)

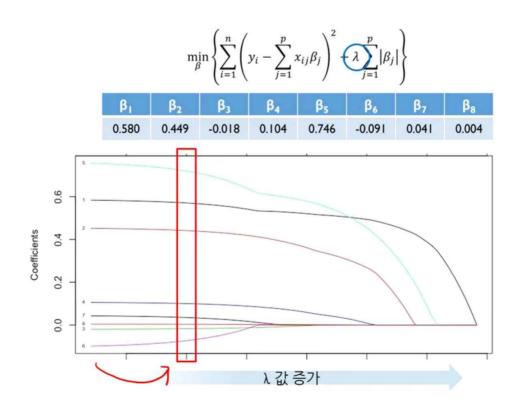
많은 변수 복잡한 모델 해석 어려움 낮은 학습 오차 (overfitting 위험 증가)

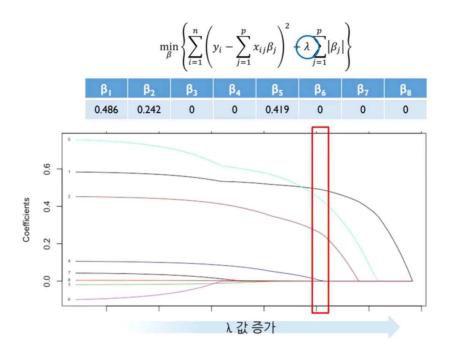
■ 람다 값을 점차적으로 증가시킬 때

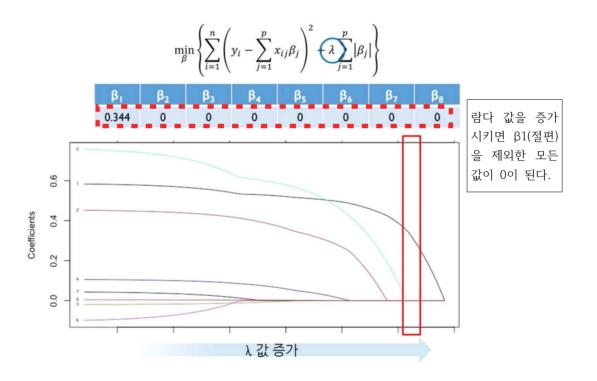
모든 변수가 최종적으로 0이 된다

Lasso Parameter

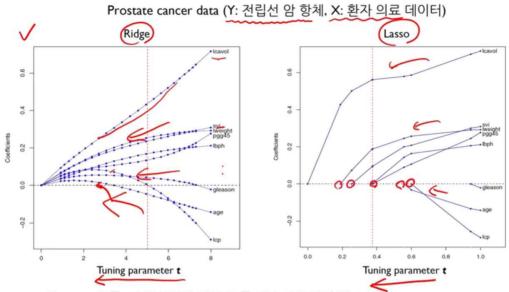






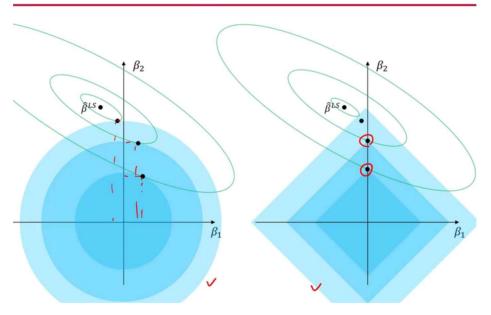


Solution Paths Ridge and Lasso



- Ridge와 Lasso 모두 t가 작아짐에 따라 모든 계수의 크기가 감소
- Lasso: 예측에 중요하지 않은 변수가 더 빠르게 감소, t가 작아짐에 따라 예측에 중요하지 않은 변수가 0이 됨

Solution Paths of Ridge and Lasso



Ridge는 β 값이 0이 되는 경우가 없는데 Lasso는 0이 되는 값이 나타남

Ridge vs. Lasso

Ridge	Lasso
L ₂ -norm regularization	L_{l} -norm regularization
변수 선택 불가능	변수 선택 가능
Closed form solution 존재 (미분으로 구함)	Closed form solution이 존재하지 않음 (numerical optimization 이용)

변수 간 상관관계가 높은 상황 (collinearity) 변수 간 상관관계가 높은 상황에서 ridge에 에서 좋은 예측 성능 비해 상대적으로 예측 성능이 떨어짐

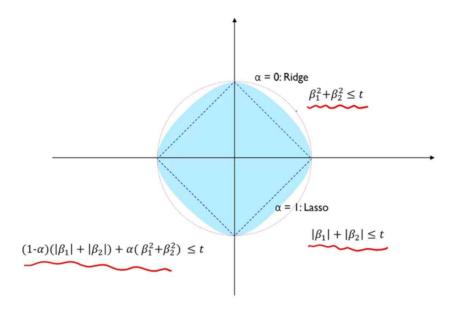
크기가 큰 변수를 우선적으로 줄이는 경향 이 있음

Elastic Net

- Elastic net = Ridge + Lasso (L_1) and (L_2) regularization)
- Elastic net은 상관관계 큰 변수를 동시에 선택/배제하는 특성

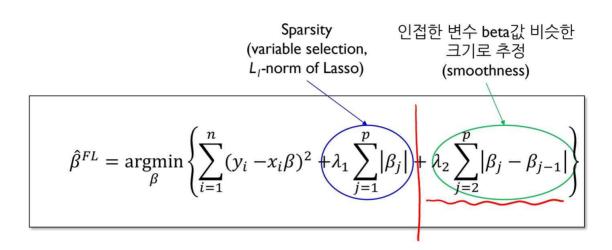
$$\hat{\beta}^{enet} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} (y_i - x_i \beta)^2 + \lambda_1 \sum_{j=1}^{p} |\beta_j| + \lambda_2 \sum_{j=1}^{p} |\beta_j|^2 \right\}$$

Elastic Net



Regularization with Prior Knowledge

Prior Knowledge	Regularization Method
상관관계 높은 변수들 동시에 선택	Elastic Net
인접한 변수들 동시에 선택	Fused Lasso
사용자가 정의한 그룹 단위로 변수 선택	Group Lasso
사용자가 정의한 그래프의 연결 관계에 따라 변수 선택	Grace



Sparsity and smoothness via the fused Lasso (Tibshirani and Saunders, 2005)

Group Lasso

Group Lasso는 사용자가 정의한 그룹 단위로 변수를 선택/배제함

$$\hat{\beta}^{GL} = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} (y_i - x_i \beta)^2 + \lambda \sum_{l=1}^{m} \sqrt{p_l} \|\beta^{(l)}\|_2 \right\}$$

 $p_l = Number of variables in group I (group size)$

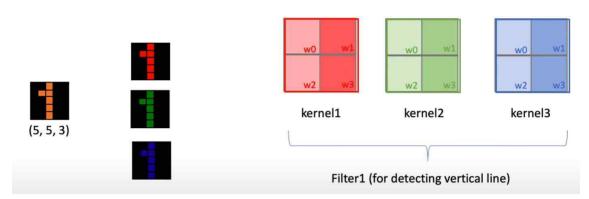
$$\|\beta^{(l)}\|_2 = \left(\sum_{j=1}^{pl} \beta_{lj}^2\right)^{\frac{1}{2}}$$
 Squared sum of betas in group I

그룹 단위의 변수 선택: Group-wise sparsity

[주요개념 정리]

◈ 필터와 커널의 차이점

Kernel VS Filter



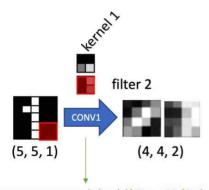
Kernel; 2차원 행렬에서 있는 것들

Filter; 하나의 특징을 찾기 위해서 이미지의 개수만큼 커널을 가지고 있다.

참조사이트;

https://www.youtube.com/watch?v=3exMAKtSGBQ&list=UUxP77kNgVfiiG6CXZ5WMuAQ

Move filter to detect feature



model.add(Conv2D(2, kernel_size=(2, 2), activation='relu',input_shape=(5,5,1)))

◈ 평균제곱오차 공식과 코드

RMSLE 평가방법



RMSLE Scorer

Vivek Srinivasan

EDA & Ensemble Model (Top 10 Percentile)

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\log(p_i + 1) - \log(a_i + 1))^2}$$

```
def rmsle(y, y_,convertExp=True):
    if convertExp:
        y = np.exp(y),
        y_ = np.exp(y_)
    log1 = np.nan_to_num(np.array([np.log(v + 1) for v in y]))
    log2 = np.nan_to_num(np.array([np.log(v + 1) for v in y_]))
    calc = (log1 - log2) ** 2
    return np.sqrt(np.mean(calc))
```

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\log(p_i + 1) - \log(a_i + 1))^2}$$

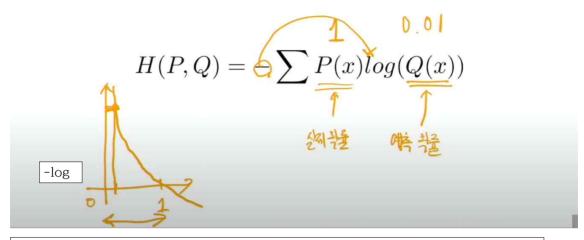
```
from sklearn.metrics import make scorer
```

```
def rmsle(predicted values, actual values):
   # 넘파이로 배열 형태로 바꿔준다.
   predicted values = np.array(predicted values)
   actual values = np.array(actual values)
   # 예측값과 실제 값에 1을 더하고 로그를 씌워준다.
   log predict = np.log(predicted values + 1)
   log_actual = np.log(actual_values + 1)
   # 위에서 계산한 예측값에서 실제값을 빼주고 제곱을 해준다.
   difference = log predict - log actual
   # difference = (log predict - log actual) ** 2
   difference = np.square(difference)
   # 평균을 낸다.
   mean_difference = difference.mean()
   # 다시 루트를 씌운다.
   score = np.sqrt(mean difference)
   return score
```

■ Cross Entropy

Cross Entropy

Difference between two probability distribution



- cross entropy는 예측을 못할 수 록 커진다.
- 실제 확률(1)에서 예측확률(유저가 예측해보는 확률) 빼기
- 잘 예측하여 예측확률을 0.9인 경우 cross entropy는 작게 된다.

Cost Function

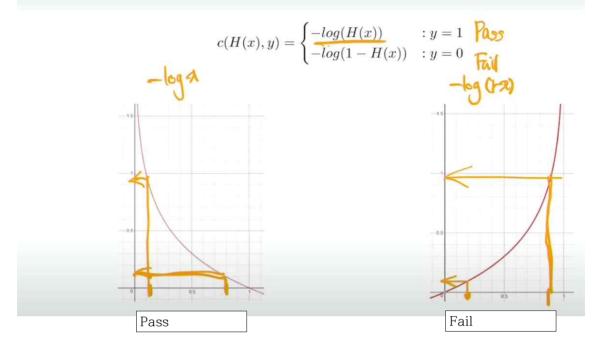
$$cost(W) = \underbrace{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^{n} c(H(x^{(2)}), y^{(i)})}_{i}$$

$$c(H(x), y) = \begin{cases} -log(H(x)) & : y = 1 \\ -log(1 - H(x)) & : y = 0 \end{cases}$$

$$c(H(x),y) = -ylog(H(x)) \bigcirc (1-y)log(1-H(x))$$

y=1인 경우: 우측 항이 사라짐 y=1인 경우: 앞에 항이 사라짐

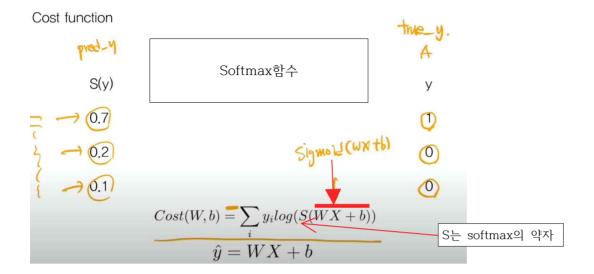
Cost Function



$$Softmax(\hat{y}_i) = \frac{e^{\hat{y}_i}}{\sum_{j} e^{\hat{y}_j}}$$

$$= \frac{e^{\hat{y}_i}}{e^{\hat{y}_i} + e^{\hat{y}_i}} = A^{\frac{2}{2}} Rob.$$

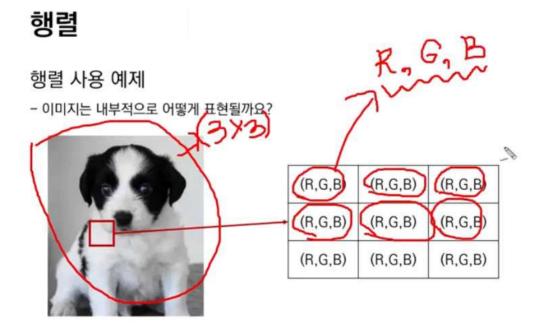
분모와 분자의 총합은 =1인 함수=softmax 함수



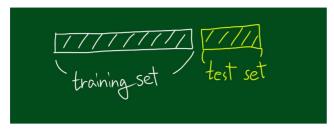
Binary and Multinomial Classification

Binary Multinomial
$$Sigmoid(WX) \qquad Softmax(WX)$$

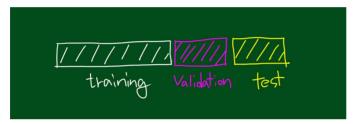
$$\operatorname{Cost} \quad -ylog(H(x)) - (1-y)log(1-H(x)) \quad \sum -ylog(H(X))$$



cross validation

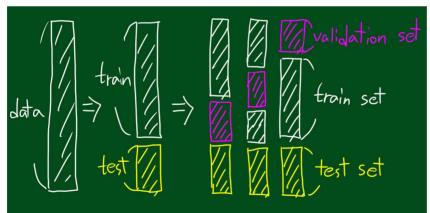


- 데이터셋은 크게 학습데이터와 테스트데이터로 나눈다.
- 문제점: test set이 모형의 parameter 추정에 영향을 미치게 됨. 우리가 원하는 것은 실제 데이터에 성능이 좋은 test set이 되게 하는 것 즉, test set에 적합한 모형을 만들기 보다 실세계 데이터에 좋은 성능을 보이는 것을 만드는 것이 목적



그래서 validation set이 필요한 것이다.

- 모형의 parameter 추정에는 validation set을 사용하고,
- 실제세계에 해당하는 데이터가 test set인 것 즉, training data로 학습시키고, validation set으로 parameter 튜닝하고, test set으로 최종 테스트를 하는 것이다.



k-fold cross validation(교차검증)이란?

- training set을 k등분하고 validation set을 여러번 바꿔가며 반복적으로 시행하는 방법
- 위 그림에서는 training set을 3등분했으니 3-fold cross validation에 해당
- 전체 데이터를 k등분한 후 validation set없이 test set 위치를 바꿔가며 테스트 하는 종류도 있음

LOSS

1) Cross-Entropy Loss(CE loss)

$$CE = -\sum_{i}^{C} t_{i}log(s_{i})$$

ti; ground truth (정답)

si; 각 클래스 i에 대한 CNN 마지막 층의 아웃풋인 score 벡터의 i번째 요소

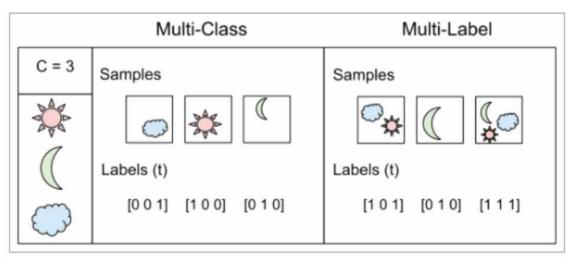
- (0, 1) 사이 계산 범위를 맞추기 위하여 스코어는 sigmoid activation function과 종종 같이 붙어서 CE loss와 계산된다.
- binary classfication 문제에서는 (즉, C' = 2), 식을 전개해보면 다음과 같다.

$$CE = -\sum_{i=1}^{C'=2} t_i log(s_i) = -t_1 log(s_1) - (1 - t_1) log(1 - s_1)$$

2) Categorical Cross-Entropy Loss(Softmax loss)

- Softmax loss: Softmax activation 뒤에 Cross-Entropy loss를 붙인 형
- → Multi-class classification에 사용

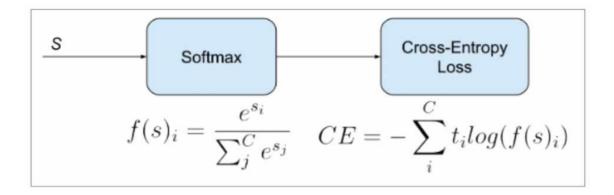
*Multi-class classification: 여러 샘플(이미지)에서 하나의 클래스로 분류하는 문제 / Multi-label Classification은 여러 샘플(이미지)에서 각 샘플 마다 여러 클래스가 있을 수 있는 문제



- Softmax loss는

분류문제에서 주로 사용하는 활성화함수와 loss이다.

- 분류 문제에서는 MSE(mean square error) loss 보다 CE loss가 더 빨리 수렴한다.
- multi class에서 하나의 클래스를 구분할 때 softmax와 CE loss의 조합을 많이 사용



3) Binary Cross-Entropy Loss

- Sigmoid CE loss: Sigmoid activation 뒤에 Cross-Entropy loss를 붙인 형태
- → Multi-label classification에 사용

$$CE = -\sum_{i=1}^{C'=2} t_i log(f(s_i)) = -t_1 log(f(s_1)) - (1 - t_1) log(1 - f(s_1))$$

Sigmoid Cross-Entropy Loss
$$CE = -t_1log(f(s_1)) - (1-t_1)log(1-f(s_1))$$

$$f(s_i) = \frac{1}{1+e^{-s_i}}$$

스칼라: scalar

스칼라는 하나의 숫자만으로 이루어진 데이터를 의미합니다. 스칼라는 보통 \mathbf{x} 와 같이 알파벳 소문자로 표기하며 실수(real number)인 숫자 중의 하나이므로 실수 집합 " \mathbf{R} "의 원소라는 의미에서 다음과 같이 표기한다.

벡터: vector

벡터는 여러 숫자가 순서대로 모여 있는 것으로, 일반적인 일차원 배열이 벡터입니다.

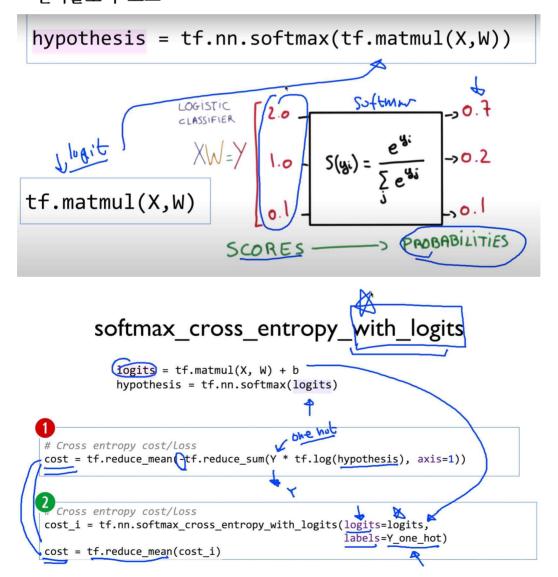
$$x = egin{bmatrix} x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \end{bmatrix}$$

하나의 벡터를 이루는 데이터의 개수를 차원(dimension)이라고 합니다. 위에서 예로든 벡터는 4개의 실수로 이루어져 있고, 4차원 벡터입니다. 이 벡터는 다음과 같이 표기할 수 있습니다.

$$x\in\mathbb{R}^4$$

softmax

- 텐서플로어 코드



[2교시]

구글콜렙을 통한 학습 StyleGAN2

구글콜렙 코드) https://colab.research.google.com/drive/1ShgW6wohEFQtqs_znMna3dzrcVoABKIH#scrollTo=P o7eQSxav8qj