# Сетевое планирование и управление.

## План.

- 1. Основные понятия работа и событие. Комплекс работ. Фиктивные работы.
- 2. Расчет параметров сетевого графика. Определение резервов времени работ.

#### Цели:

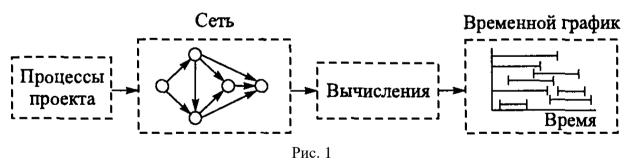
- 1. Формирование знаний об основных понятиях и определениях задач сетевого планирования и управления.
- 2. Формирование знаний об основных способах решения задач сетевого планирования и управления.

## Задачи:

- 1. Сформировать теоретические знания необходимые при составлении и решении задач сетевого планирования и управления.
- 2. Содействовать расширению профессиональной компетенции в области основных понятий и способов решений задач сетевого планирования и управления.

появления сетевых методов планирование работ, проектов осуществлялось в небольшом объеме. Наиболее известным средством такого планирования был ленточный график Ганта, недостаток которого состоит в том, что он не позволяет установить зависимости между различными операциями. Современное сетевое планирование начинается с разбиения программы работ на операции. Определяются оценки продолжительности операций, и строится сетевая модель г(рафик). Построение сетевой модели позволяет проанализировать все операции и внести улучшения В структуру модели до начала ее реализации. Строится календарный график, определяющий начало и окончание каждой операции, а также взаимосвязи с другими операциями графика. Календарный график выявляет критические операции, которым надо уделять особое внимание, чтобы закончить все работы в директивный срок. Что касается некритических операций, то календарный план позволяет определить резервы времени, которые можно выгодно использовать при задержке выполнения работ или эффективном применении как трудовых, так и финансовых ресурсов.

Основные этапы методов сетевого планирования показаны на рис. 1. На первом этапе определяются отдельные процессы, составляющие проект, их отношения последовательности (т.е. какой процесс должен предшествовать другому) и длительность. Далее проект представляется в виде сети (сетевого графика), показывающей последовательность процессов, составляющих проект. На третьем этапе на основе построенной сети выполняются вычисления, в результате которых составляется временной график реализации проекта.



Построение сетевой модели начинается с разбиения проекта на четко определенные работы, для которых определяется продолжительность. *Работа* — это некоторый процесс, приводящий к достижению определенного результата, требующий затрат ресурсов и имеющий протяженность во времени.

Исходные данные для построения сетевой модели могут задаваться различными способами, например,

- описанием предполагаемого проекта. В этом случае необходимо самостоятельно разбить его на отдельные работы и установить их взаимные связи;
- списком работ проекта. В этом случае необходимо проанализировать содержание работ и установить существующие между ними связи;

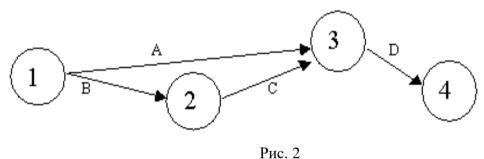
• списком работ проекта с указанием их упорядочения. В этом случае необходимо только отобразить работы на сетевом графике.

**Построение сетевого графика.** Исходным шагом для применения методов сетевого планирования является описание проекта в виде перечня выполняемых работ с указанием их взаимосвязи. Для описания проекта используются два основных способа: табличный и графический. Рассмотрим следующую таблицу, описывающую проект.

Таблина 1

Работа	Непосредственно	Время выполнения		
	предшествующая работа			
A	-	$t_{A}$		
В	-	$t_{\mathrm{B}}$		
С	В	$t_{\rm C}$		
D	A, C	$t_{\mathrm{D}}$		

В первом столбце указаны наименования всех работ проекта. Их четыре: А, В, С, D. Во втором столбце указаны работы, непосредственно предшествующие данной. У работ А и В нет предшествующих. Работе С непосредственно предшествует работа В. Это означает, что работа С может быть начата только после того, как завершится работа В. Работе D непосредственно предшествуют две работы: А и С. Это означает, что работа D может быть начата только после того, как завершатся работы А и С. В третьем столбце таблицы для каждой работы указано время ее выполнения. На основе этой таблицы может быть построено следующее графическое описание проекта (рис. 2).



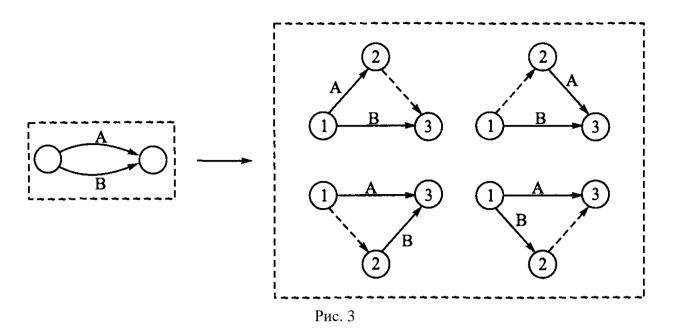
На рис. 2 проект представлен в виде графа с вершинами 1, 2, 3, 4 и дугами A, B, C, D — *сетевого графика*. Каждая вершина графа отображает *событие* (момент времени, когда завершаются одни работы и начинаются другие). Событие 1 означает начало выполнения проекта. Иногда такое событие обозначают буквой S (start). Событие 4 означает завершение проекта. Для обозначения такого события иногда используется буква F (finish). Любая работа проекта — это упорядоченная пара двух событий. Например, работа A есть упорядоченная пара событий (1,3). Работа D — упорядоченная пара событий (3,4). Событие проекта состоит в том, что завершены все работы, «входящие» в соответствующую вершину. Например, событие 3 состоит в том, что завершены работы A и C.

Построение сети проекта основано на следующих правилах.

Правило 1. Каждая работа в проекте представляется одной и только одной дугой.

Правило 2. Каждая работа идентифицируется двумя концевыми узлами.

На рис. 3 показано, как с помощью введения фиктивной работы можно представить две параллельных работы А и В. По определению фиктивная работа (которая на сетевом графике обычно обозначается пунктирной дугой) не поглощает временных или других ресурсов. Вставив фиктивную работу одним из четырех способов, показанных на рис. 3, мы получаем возможность идентифицировать работы А и В по крайней мере одним уникальным концевым узлом (как требует правило 2).



**Правило 3.** Для поддержания правильных отношений предшествования при включении в сетевой график любой работы необходимо ответить на следующие вопросы.

- 1. Какая работа непосредственно предшествует текущей?
- 2. Какая работа должна выполняться после завершения текущей работы?
- 3. Какая работа конкурирует (выполняется параллельно) с текущей?

Ответы на эти вопросы, возможно, потребуют включить в сеть фиктивные работы, чтобы правильно отобразить последовательность выполнения работ. Предположим, например, что четыре работы должны удовлетворять следующим условиям.

- 1. Работа С должна начаться сразу после завершения работ А и В.
- 2. Работа Е должна начаться непосредственно после завершения работы В.

На рис. 4а показано неправильное представление работ, так как из него следует, что работа Е должна начаться после завершения как работы В, так и А. На рис. 4б показано, как с помощью фиктивной работы D решить эту проблему.

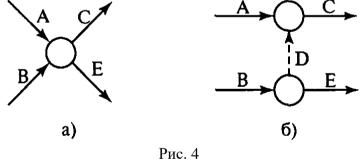
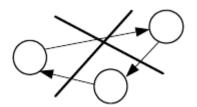


Рис. 4

Фиктивная работа может реально существовать, например, «передача документов от одного отдела к другому». Если продолжительность такой работы несоизмеримо мала по сравнению с продолжительностью других работ проекта, то формально ее принимают равной 0.

В сетевом графике не должно быть:

- «висячих» событий (т.е. не имеющих предшествующих событий), кроме исходного;
- тупиковых событий (т.е. не имеющих последующих событий), кроме завершающего;
- циклов (рис. 5).



Определение критического пути. Будем предполагать, что время выполнения каждой работы точно известно. Введем следующие определения.

*Путь* — последовательность взаимосвязанных работ, ведущая из одной вершины проекта в другую вершину. Например (см. рис. 6), {A, D, G} и {C, F} – два различных пути.

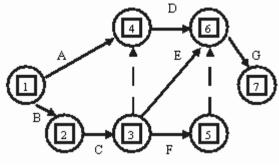


Рис. 6

**Длина пути** — суммарная продолжительность выполнения всех работ пути.

**Полный путь** — это путь от исходного к завершающему событию.

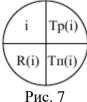
*Критический путь* — полный путь, суммарная продолжительность выполнения всех работ которого является наибольшей.

Ясно, что минимальное время, необходимое для выполнения любого проекта равно длине критического пути. Именно на работы, принадлежащие критическому пути, следует обращать особое внимание. Если такая работа будет отложена на некоторое время, то время окончания проекта будет отложено на то же время. Если необходимо сократить время выполнения проекта, то в первую очередь нужно сократить время выполнения хотя бы одной работы на критическом пути.

Для того, чтобы найти критический путь, достаточно перебрать все пути и выбрать тот, или те из них, которые имеют наибольшую суммарную продолжительность выполнения работ. Однако для больших проектов реализация такого подхода связана с вычислительными трудностями. Метод критического пути (метод CPM — Critical Path Method) позволяет получить критический путь намного проще.

Расчет сетевой модели начинают с временных параметров событий, которые вписывают непосредственно в вершины сетевого графика (рис. 7):

- $T_{p}(i)$  ранний срок наступления события i, минимально необходимый для выполнения всех работ, которые предшествуют событию і;
- $T_n(i)$  поздний срок наступления события i, превышение которого вызовет аналогичную задержку наступления завершающего события сети;
- $R(i) = T_n(i) T_p(i)$  резерв события i, т.е. время, на которое может быть отсрочено наступление события і без нарушения сроков завершения.



Ранние сроки наступления событий  $T_{p}(i)$  рассчитываются от исходного (S) к завершающему (F) событию следующим образом:

- 1) для исходного события S:  $T_p(S) = 0$ ;
- 2) для всех остальных событий і:  $T_p(i) = \max_{\forall (k,i)} \left[ T_p(k) + t(k,i) \right]$ ,

где максимум берется по всем работам (k,i), входящим в событие i; t(k,i) — длительность работы (k,i) (рис. 8).

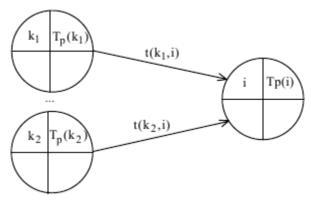
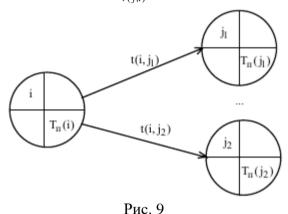


Рис. 8

Поздние сроки наступления событий  $T_n(i)$  рассчитываются от завершающего к исходному событию:

- 1) для завершающего события F:  $T_p(F) = T_n(F)$ ;
- 2) для всех остальных событий і:  $T_n(i) = \min_{\forall (j,i)} [T_n(j) t(i,j)],$



где минимум берется по всем работам (i,j), выходящим из события i; t(i,j) — длительность работы (i,j) (рис. 9).

# Условия критичности пути

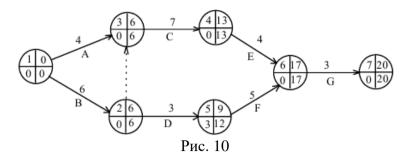
- **необходимое условие:** нулевые резервы событий, лежащих на критическом пути R(i) = 0;
- достаточное условие: нулевые полные резервы работ, лежащих на критическом пути  $R_n(i,j) = 0$ .  $R_n(i,j) = T_n(j) T_p(i) t(i,j)$  показывает максимальное время, на которое можно увеличить длительность работы (i,j) или отсрочить ее начало, чтобы не нарушился срок завершения проекта в целом.

Рассмотрим следующий пример. Компания разрабатывает строительный проект. Исходные данные по основным операциям проекта представлены в таблице. Нужно построить сетевую модель проекта, определить критические пути и проанализировать, как влияет на ход выполнения проекта задержка работы D на 4 недели.

Таблица 2

Работа	Непосредственно предшествующая работа	Длительность, недели		
A	-	4		
В	-	6		
С	A, B	7		
D	В	3		
Е	С	4		
F	D	5		
G	E, F	3		

Сетевой график проекта показан на рис. 10.



Согласно необходимому условию два полных пути сетевой модели (см. рис. 10)  $L_1=1,2,3,4,6,7$  и  $L_2=1,3,4,6,7$  могут быть критическими. Проверим достаточное условие критичности для работ (1,2) и (1,3)

$$R_n(1,2) = T_n(2) - T_p(1) - t(1,2) = 6 - 0 - 6 = 0,$$
  
 $R_n(1,3) = T_n(3) - T_n(1) - t(1,3) = 0 = 6 - 0 - 4 = 2.$ 

Путь  $L_2$ , начинающийся с работы (1,3) не является критическим, т.к. поскольку как минимум одна из его работ не является критической. Работа (1,3) имеет ненулевой полный резерв, а значит может быть задержана с выполнением, что недопустимо для критических работ.

Таким образом, сетевая модель имеет единственный критический путь  $L_{\hat{e}\hat{o}}=1,2,3,4,6,7$  длительностью 20 недель. За выполнением работ этого пути необходим особый контроль, т.к. любое увеличение их длительности нарушит срок выполнения проекта в целом.

Работа D или (2,5) не является критической, ее полный резерв равен 3-м неделям. Это означает, что при задержке работы в пределах 3-х недель срок выполнения проекта не будет нарушен. Поэтому если согласно условию работа D задержится на 4 недели, то весь проект закончится на 1 неделю позже.

**Построение календарного плана.** Пусть сетевой график построен и критический путь на нем определен. Результаты решения задачи планирования теперь необходимо отобразить в виде календарного плана. В табл. 3 приведены данные о кодах и длительностях работ в днях из рассмотренного выше примера

Таблица 3

(i,j)	1,2	1,3	2,5	3,4	4,6	5,6	6,7
t(i,j), дни	6	4	3	7	4	5	3

К критическому пути относятся работы (1,2), (3,4), (4,6) и (6,7) (фиктивной работой (2,3) на плане пренебрегаем). Их на календарном плане выделяют сплошной линией. Работы (1,3), (2,5), (5,6), не относящиеся к критическому пути, рисуют пунктиром.

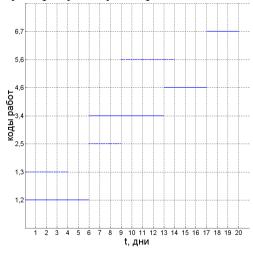


Рис. 11

## Выводы:

По результатам лекции у студентов сформированы теоретические знания об основных способах решения задач сетевого планирования и управления.