

**Математические модели,
принципы их построения,
виды моделей**

Ковалева Елена Вячеславовна

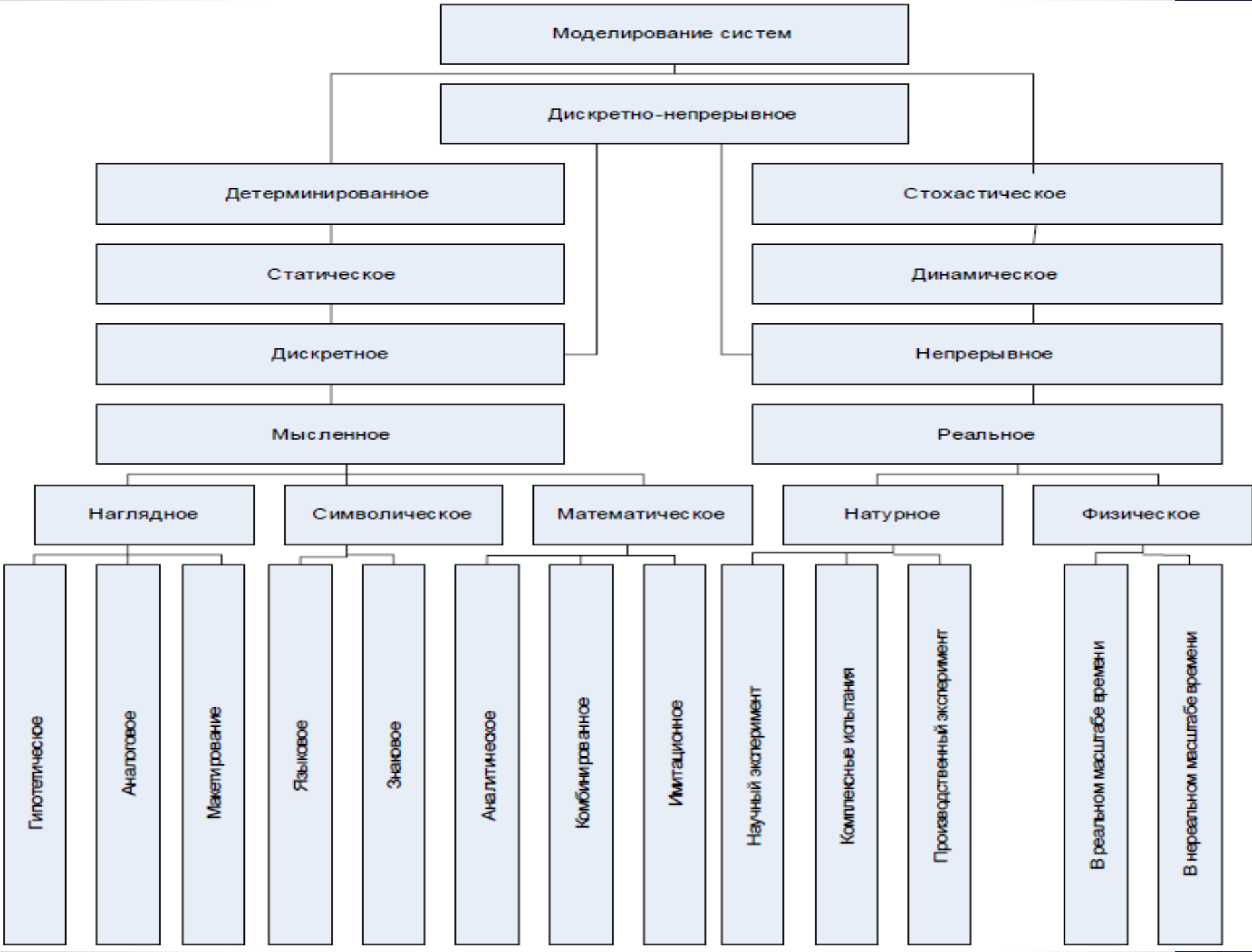
Классификационные признаки моделирования

Признак: степень полноты модели

- Полное моделирование
 - Неполное моделирование
 - Приближенное моделирование
-
- В основе полного моделирования лежит полное подобие, которое проявляется как во времени, так и в пространстве.
 - Для неполного моделирования характерно неполное подобие модели изучаемому объекту.
 - В основе приближенного моделирования лежит приближенное подобие, при котором некоторые стороны функционирования реального объекта не моделируются совсем

Разделение по характеру изучаемого процесса:

- детерминированные
- стохастические
- статические и динамические
- дискретные
- непрерывные
- дискретно-непрерывные



- Детерминированное моделирование отображает детерминированные процессы, т.е. процессы, в которых предполагается отсутствие всяких случайных воздействий.
- Стохастическое моделирование отображает вероятностные процессы и события. В этом случае анализируется ряд реализаций случайного процесса, и оцениваются средние характеристики, т. е. набор однородных реализаций.
- Статическое моделирование служит для описания поведения объекта в какой-либо момент времени, а динамическое моделирование отражает поведение объекта во времени.
- Дискретное моделирование служит для описания процессов, которые предполагаются дискретными, соответственно непрерывное моделирование позволяет отразить непрерывные процессы в системах, а дискретно-непрерывное моделирование используется для случаев, когда хотят выделить наличие как дискретных, так и непрерывных процессов.

В зависимости от формы представления объекта (системы S) можно выделить:

- Мысленное
- Реальное

Приемы моделирования

объединены в две группы:
материальное (предметное) и идеальное



Мысленное моделирование

- наглядного
 - символического
 - математического
-
- При наглядном моделировании на базе представлений человека о реальных объектах создаются различные наглядные модели, отображающие явления и процессы, протекающие в объекте.
 - Символическое моделирование представляет собой искусственный процесс создания логического объекта, который замещает реальный и выражает основные свойства его отношений с помощью определенной системы знаков или символов.
 - Математическое моделирование - процесс установления соответствия данному реальному объекту некоторого математического объекта, называемого математической моделью, и исследование этой модели, позволяющее получать характеристики рассматриваемого реального объекта.

Наглядное моделирование

- В основу гипотетического моделирования исследователем закладывается некоторая гипотеза о закономерностях протекания процесса в реальном объекте, которая отражает уровень знаний исследователя об объекте и базируется на причинно-следственных связях между входом и выходом изучаемого объекта. Гипотетическое моделирование используется, когда знаний об объекте недостаточно для построения формальных моделей.
- Аналоговое моделирование основывается на применении аналогий различных уровней. Наивысшим уровнем является полная аналогия, имеющая место только для достаточно простых объектов. С усложнением объекта используют аналогии последующих уровней, когда аналоговая модель отображает несколько либо только одну сторону функционирования объекта.
- Существенное место при мысленном наглядном моделировании занимает макетирование. Мысленный макет может применяться в случаях, когда протекающие в реальном объекте процессы не поддаются физическому моделированию, либо может предшествовать проведению других видов моделирования.

Символическое моделирование

- Знаковое
- Языковое. Основа - тезаурус

Математическое моделирование

исследование объекта осуществляют на основе модели, сформулированной на языке математики и исследуемой с помощью тех или иных математических методов

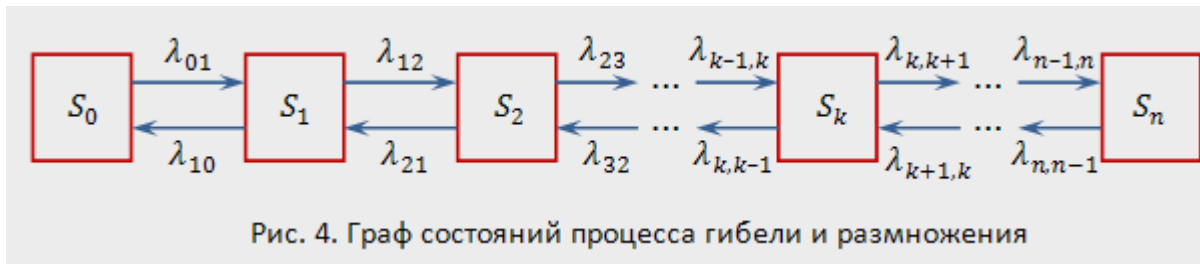
Математическое моделирование – это область науки, занимающаяся моделированием явлений природы, техники, экономической и общественной жизни с помощью математического аппарата и, в настоящее время, реализующая эти модели с помощью ЭВМ

Математическое моделирование

- аналитическое,
 - имитационное,
 - комбинированное.
-
- Для аналитического моделирования характерно то, что процессы функционирования элементов системы записываются в виде некоторых функциональных соотношений или логических условий.
 - При имитационном моделировании реализующий модель алгоритм воспроизводит процесс функционирования системы S во времени, причем имитируются элементарные явления, составляющие процесс, с сохранением их логической структуры и последовательности протекания во времени, что позволяет по исходным данным получить сведения о состояниях процесса в определенные моменты времени, дающие возможность оценить характеристики системы S .
 - Комбинированное (аналитико-имитационное) моделирование при анализе и синтезе систем позволяет объединить достоинства аналитического и имитационного моделирования.

Идеальное моделирование

Основано не на материальной аналогии объекта и модели, а на умозрительной, идеальной. Идеальное моделирование носит теоретический характер



Пример 2.2. В процессе эксплуатации ЭВМ может рассматриваться как физическая система S , которая в результате проверки может оказаться в одном из следующих состояний:

S_1 — ЭВМ полностью исправна;

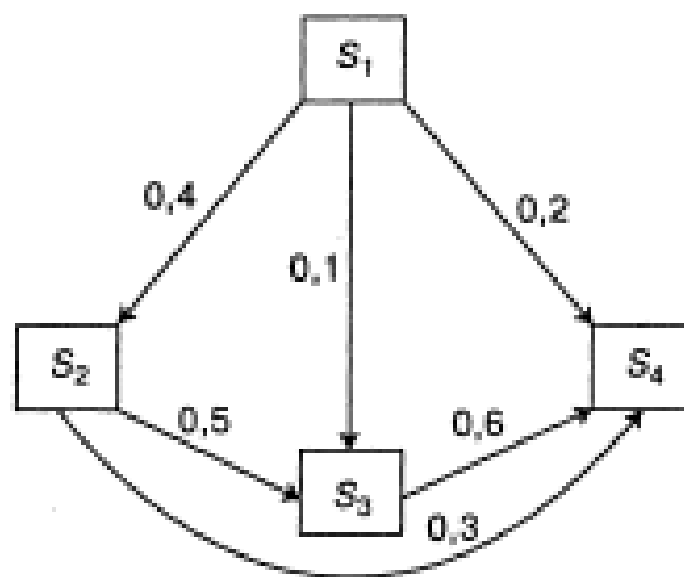
S_2 — ЭВМ имеет неисправности в оперативной памяти, при которых она может решать задачи;

S_3 — ЭВМ имеет существенные неисправности и может решать ограниченный класс задач;

S_4 — ЭВМ полностью вышла из строя.

В начальный момент времени ЭВМ полностью исправна (состояние S_1). Проверка ЭВМ производится в фиксированные моменты времени t_1, t_2, t_3 . Процесс, протекающий в системе S , может рассматриваться как однородная марковская цепь с тремя шагами (первая, вторая, третья проверки ЭВМ). Матрица переходных вероятностей имеет вид:

$$\|P_{ij}\| = \begin{vmatrix} 0,3 & 0,4 & 0,1 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0,4 & 0,6 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 \end{vmatrix}.$$



Типы идеального моделирования

- **Интуитивное** – моделирование объектов, не поддающихся формализации или не нуждающихся в ней. Жизненный опыт человека можно считать его интуитивной моделью окружающего мира
- **Знаковое** – моделирование, использующее в качестве моделей знаковые преобразования разного вида: схемы, графики, чертежи, формулы и т.д. и содержащее совокупность законов, по которым можно оперировать с элементами модели

Реальное моделирование

При реальном моделировании используется возможность исследования различных характеристик либо на реальном объекте целиком, либо на его части.

- Натурное - проведение исследования на реальном объекте с последующей обработкой результатов эксперимента на основе теории подобия.
- Физическое - исследование проводится на установках, которые сохраняют природу явлений и обладают физическим подобием.

Материальное моделирование

Модель воспроизводит основные геометрические, физические, динамические и функциональные характеристики изучаемого объекта, когда реальному объекту сопоставляется его увеличенная или уменьшенная копия, допускающая исследование в лабораторных условиях с последующим перенесением свойств изучаемых процессов и явлений с модели на объект на основе теории подобия (планетарий, модели зданий и аппаратов и т.д.). Процесс исследования в таком случае тесно связан с материальным воздействием на модель, т.е. состоит в натурном эксперименте. Таким образом, материальное моделирование по своей природе является экспериментальным методом.

Классификация мат. моделей

- По назначению:
 - дескриптивные
 - оптимизационные
 - имитационные
- По характеру уравнений:
 - линейные
 - нелинейные
- По учету изменения системы во времени:
 - динамические
 - статические
- По свойству области определения аргументов:
 - непрерывные
 - дискретные
- По характеру процесса:
 - детерминированные
 - стохастические

Дескриптивная модель [description model] — **модель**, предназначенная для описания и объяснения наблюдаемых фактов или прогноза поведения объектов, в отличие от нормативных **моделей**, предназначенных для нахождения желательного (например, оптимального) состояния объекта.

Возможности и эффективность моделирования систем

Критерии целесообразности применения имитационного моделирования:

- отсутствие или неприемлемость аналитических, численных и качественных методов решения поставленной задачи;
- наличие достаточного количества исходной информации о моделируемой системе S для обеспечения возможности построения адекватной имитационной модели;
- необходимость проведения на базе других возможных методов решения очень большого количества вычислений, трудно реализуемых даже с использованием ЭВМ;
- возможность поиска оптимального варианта системы при ее моделировании на ЭВМ

Эффективность имитационного моделирования может оцениваться:

- точностью и достоверностью результатов моделирования
- временем построения и работы с моделью M
- затратами машинных ресурсов (времени и памяти)
- стоимостью разработки и эксплуатации модели.

Требования, предъявляемые к моделям.

- *Универсальность* - характеризует полноту отображения моделью изучаемых свойств реального объекта.
- *Адекватность* - способность отражать нужные свойства объекта с погрешностью не выше заданной.
- *Точность* - оценивается степенью совпадения значений характеристик реального объекта и значения этих характеристик полученных с помощью моделей.
- *Экономичность* - определяется затратами ресурсов ЭВМ памяти и времени на ее реализацию и эксплуатацию.

Основные этапы моделирования.

1. Постановка задачи.

Определение цели анализа и пути ее достижения и выработки общего подхода к исследуемой проблеме. На этом этапе требуется глубокое понимание существа поставленной задачи. Иногда, правильно поставить задачу не менее сложно чем ее решить. Постановка - процесс не формальный, общих правил нет.

1. Понятна ли терминология, используемая в предварительной формулировке?
2. Что дано? Что нужно найти? В чём состоит условие?
3. Каких данных не хватает? Все ли они нужны?
4. Являются ли какие-то имеющиеся данные бесполезными?
5. Какие сделаны допущения?

Основные этапы моделирования.

2. Изучение теоретических основ и сбор информации об объекте оригинала.

На этом этапе подбирается или разрабатывается подходящая теория. Если ее нет, устанавливаются причинно - следственные связи между переменными описывающими объект. Определяются *входные и выходные* данные, принимаются упрощающие предположения.

Основные этапы моделирования.

3. Формализация.

Заключается в выборе системы условных обозначений и с их помощью записывать отношения между составляющими объекта в виде математических выражений.

Устанавливается класс задач, к которым может быть отнесена полученная математическая модель объекта.

Значения некоторых параметров на этом этапе еще могут быть не конкретизированы.

Основные этапы моделирования.

4. Выбор метода решения.

На этом этапе устанавливаются окончательные параметры моделей с учетом условия функционирования объекта. Для полученной математической задачи выбирается какой-либо метод решения или разрабатывается специальный метод. При выборе метода учитываются знания пользователя, его предпочтения, а также предпочтения разработчика.

Какие математические структуры
больше всего подходят для задачи?
Существует ли решение аналогичной
задачи?

Основные этапы моделирования.

5. Реализация модели.

Разработав алгоритм, пишется программа, которая отлаживается, тестируется и получается решение нужной задачи.

6. Анализ полученной информации.

Сопоставляется полученное и предполагаемое решение, проводится контроль погрешности моделирования.

7. Проверка адекватности реальному объекту.

Результаты, полученные по модели сопоставляются либо с имеющейся об объекте информацией или проводится эксперимент и его результаты сопоставляются с расчётными.

Этапы разработки компьютерной информационной модели



Методы построения эффективных алгоритмов.

- 1) «Разделяй и властвуй» - метод декомпозиции, метод сведения задачи к подзадачам, метод частных целей.
- 2) *Балансировка*. Этот метод применим только к алгоритмам, к которым уже применялся 1-ый метод.
- 3) *Динамическое программирование*.
- 4) «Жадный» алгоритм.
- 5) Метод программирования «с отходом назад» (*Back Tracing*), программирование с отслеживанием.
- 6) Метод *локального поиска (подъема)*.
- 7) Метод *эвристики*.
- 8) Метод *рекурсии*.
- 9) *Моделирование задач*.

Задание для самостоятельной работы

- Что такое компьютерное моделирование? В чем его отличие от математического моделирования?
- Что подразумевают под полным построением алгоритма?
- Что такое эффективная программа и может ли она быть неправильной?

Спасибо за внимание!

e.kovaleva@mgutm.ru