



CÁLCULO NUMÉRICO

Aula: Noções sobre erros.

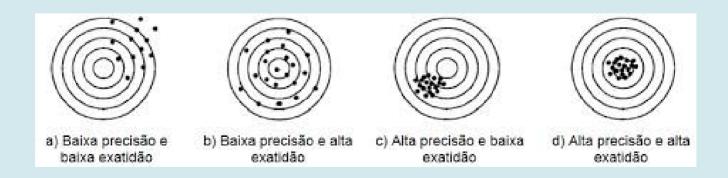
ENG. MECÂNICA – IFPE (RECIFE) Prof. Frederico Duarte de Menezes Contato: fredericomenezes@recife.ifpe.edu.br







 Antes de falarmos em erros propriamente ditos, precisamos lembrar que um método numérico deve sempre buscar ser o mais preciso e exato quanto possível.







ERROS

- Mas tudo deve ser pensado como uma balança:
 - Quanto mais preciso e exato for um método, mais cálculos ele necessita fazer;
 - Isso o torna mais lento;
 - Para contornar, precisaremos de mais recursos para a realização dos cálculos.







ERROS

- Mas tudo deve ser pensado como uma balança:
 - Se quisermos um método rápido, mas não dispomos de muitos recursos?
 - O método tenderá a ser menos preciso e/ou exato.







- Antes de falarmos de cada tipo de erro, vamos definir "erro" em sua essência.
- Erro pode ser definido de forma simples como a diferença entre um valor tido como verdadeiro e alguma estimativa deste valor:

$$E_t$$
 = valor verdadeiro — aproximação

Valor verdadeiro = aproximação + erro





Normalmente identificamos diferentes erros através de caracteres subscritos, onde "t" representa o erro verdadeiro e "a" representa o erro aproximado:

- E_t = erro verdadeiro
- E_a = erro aproximado







Erro absoluto (puro) nem sempre é representativo...

Em algumas situações não indica o quão grande ou pequeno é o erro...





- Estimativa de erro em medidas de comprimento de uma ponte e uma mesa.
- No primeiro caso: $L_t = 1000$ cm e $L_m = 999$ cm;
- No segundo caso: $L_t = 100$ cm e $L_m = 99$ cm.





- O E_t nos dois casos é igual a 1 cm.
- Contudo, no segundo caso esse erro representa
 1% da estimativa, enquanto no primeiro caso esse erro representa
 0,1% !!!







Aí entra o papel do erro relativo...

Erro relativo fracionário verdadeiro
$$=\frac{\text{erro verdadeiro}}{\text{valor verdadeiro}}$$

$$\varepsilon_t = \frac{\text{erro verdadeiro}}{\text{valor verdadeiro}} 100\%$$





- Um outro problema:
 - Raramente teremos os valores reais de uma dada variável, mas sim uma medida real deste valor...
 - Por exemplo, a temperatura de um motor pode ser obtida com o uso de um termopar, resultando uma medida indireta de seu valor...

Isto explica o valor da incerteza de um instrumento de medida e a necessidade de calibração de medidores em geral.





Nestes casos fazemos uso do erro de aproximado:

$$\varepsilon_a = \frac{\text{erro aproximado}}{\text{aproximação}} 100\%$$

- O erro de aproximação é crucial para os métodos numéricos pois os mesmos utilizam muito o recurso de iterações para melhorar os seus resultados.
- Logo, para estimar o erro de uma iteração atual, usamos como referência o valor da iteração anterior:

$$\varepsilon_a = \frac{\text{aproximação atual} - \text{aproximação prévia}}{\text{aproximação atual}} 100\%$$





Olhando mais uma vez para a equação:

$$\varepsilon_a = \frac{\text{aproximação atual} - \text{aproximação prévia}}{\text{aproximação atual}} 100\%$$

- O erro de aproximação pode assumir valores positivos ou negativos, o que pode complicar a interpretação do resultado obtido.
- Com o intuito de se evitar interpretações errôneas, em geral utiliza-se o módulo do erro aproximado ($|\mathcal{E}_a|$) no lugar de seu valor bruto.

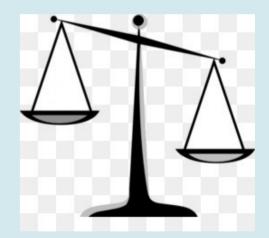




- Como saber se um dado erro é aceitável??
- Novamente devemos pensar na solução do problema como uma balança...
- De forma mais prática, como uma abordagem geral, podemos estimar um erro aceitável através do critério estabelecido por Scarborough (1966):

$$E_s = (0.5 \times 10^{2-n})\%$$

• Onde n representa o número de algarismos significativos desejado na solução obtida.









Quais os erros mais importantes?

- Erros de Truncamento;
- Erros de Arrendondamento.