



CÁLCULO NUMÉRICO

Aula: Noções sobre erros.

ENG. MECÂNICA – IFPE (RECIFE)

Prof. Frederico Duarte de Menezes

Contato: fredericomenezes@recife.ifpe.edu.br



ERROS

- Antes de falarmos em erros propriamente ditos, precisamos lembrar que um método numérico deve sempre buscar ser o mais preciso e exato quanto possível.





ERROS

- Mas tudo deve ser pensado como uma balança:
 - Quanto mais preciso e exato for um método, mais cálculos ele necessita fazer;
 - Isso o torna mais lento;
 - Para contornar, precisaremos de mais recursos para a realização dos cálculos.





ERROS

- Mas tudo deve ser pensado como uma balança:
 - Se quisermos um método rápido, mas não dispomos de muitos recursos?
 - O método tenderá a ser menos preciso e/ou exato.





ERROS DE MÉTODOS NUMÉRICOS

- Antes de falarmos de cada tipo de erro, vamos definir “erro” em sua essência.
- Erro pode ser definido de forma simples como a diferença entre um valor tido como verdadeiro e alguma estimativa deste valor:

$$E_t = \text{valor verdadeiro} - \text{aproximação}$$

$$\text{Valor verdadeiro} = \text{aproximação} + \text{erro}$$



ERROS DE MÉTODOS NUMÉRICOS

Normalmente identificamos diferentes erros através de caracteres subscritos, onde “t” representa o erro verdadeiro e “a” representa o erro aproximado:

- E_t = erro verdadeiro
- E_a = erro aproximado



ERROS DE MÉTODOS NUMÉRICOS

Erro absoluto (puro) nem sempre é representativo...

Em algumas situações não indica o quanto grande ou pequeno é o erro...



ERROS DE MÉTODOS NUMÉRICOS

- Estimativa de erro em medidas de comprimento de uma ponte e uma mesa.
- No primeiro caso: $L_t = 1000$ cm e $L_m = 999$ cm;
- No segundo caso: $L_t = 100$ cm e $L_m = 99$ cm.



ERROS DE MÉTODOS NUMÉRICOS

- O E_t nos dois casos é igual a 1 cm.
- Contudo, no segundo caso esse erro representa **1%** da estimativa, enquanto no primeiro caso esse erro representa **0,1% !!!**



ERROS DE MÉTODOS NUMÉRICOS

Aí entra o papel do erro relativo...

$$\text{Erro relativo fracionário verdadeiro} = \frac{\text{erro verdadeiro}}{\text{valor verdadeiro}}$$

$$\varepsilon_t = \frac{\text{erro verdadeiro}}{\text{valor verdadeiro}} 100\%$$



ERROS DE MÉTODOS NUMÉRICOS

- Um outro problema:
 - Raramente teremos os valores reais de uma dada variável, mas sim uma medida real deste valor...
 - Por exemplo, a temperatura de um motor pode ser obtida com o uso de um termopar, resultando uma medida indireta de seu valor...

Isto explica o valor da incerteza de um instrumento de medida e a necessidade de calibração de medidores em geral.



ERROS DE MÉTODOS NUMÉRICOS

- Nestes casos fazemos uso do erro de aproximado:

$$\varepsilon_a = \frac{\text{erro aproximado}}{\text{aproximação}} 100\%$$

- O erro de aproximação é crucial para os métodos numéricos pois os mesmos utilizam muito o recurso de iterações para melhorar os seus resultados.
- Logo, para estimar o erro de uma iteração atual, usamos como referência o valor da iteração anterior:

$$\varepsilon_a = \frac{\text{aproximação atual} - \text{aproximação prévia}}{\text{aproximação atual}} 100\%$$



ERROS DE MÉTODOS NUMÉRICOS

- Olhando mais uma vez para a equação:

$$\varepsilon_a = \frac{\text{aproximação atual} - \text{aproximação prévia}}{\text{aproximação atual}} 100\%$$

- O erro de aproximação pode assumir valores positivos ou negativos, o que pode complicar a interpretação do resultado obtido.
- Com o intuito de se evitar interpretações errôneas, em geral utiliza-se o módulo do erro aproximado ($|\varepsilon_a|$) no lugar de seu valor bruto.



ERROS DE MÉTODOS NUMÉRICOS

- Como saber se um dado erro é aceitável??
- Novamente devemos pensar na solução do problema como uma balança...
- De forma mais prática, como uma abordagem geral, podemos estimar um erro aceitável através do critério estabelecido por Scarborough (1966):

$$\varepsilon_s = (0,5 \times 10^{2-n})\%$$

- Onde n representa o número de algarismos significativos desejado na solução obtida.





ERROS DE MÉTODOS NUMÉRICOS

Quais os erros mais importantes?

- Erros de Truncamento;
- Erros de Arrendondamento.