

Mikroøkonomi B

Hjemmeopgave 1

Afleveres senest d. 25. maj kl 18.00

Aflevering sker via Github classroom.

1 Straffespark

Du er blevet ansat som analytiker for en større Britisk fodboldklub, og du skal hjælpe med at forbedre beslutninger vedrørende straffespark.

Det medfølgende datasæt, `penalty_data.csv`, indeholder informationer for 106 straffespark fra den britiske premier league i 2016/17, idet der dog kun er information om mål på de 102 observationer.¹ Datasættet har en række for hvert straffespark, og variabelen `Kick.Direction` angiver retningen, der blev sparket i, mens variabelen `Keeper.Direction` angiver retningen, målmanden gik. Lad spiller 1 være angrebsspilleren, som sparker, og spiller 2 være målmanden.

1. Argumentér for, at situationen kan analyseres som et statisk nulsumsspil.
2. Betragt de 81 spil, hvor ingen af spillerne valgte C. Opstil spillet som et 2×2 spil og beregn payoff-matricerne. Vis grafisk spillernes bedste svar funktioner og løs for alle Nash-ligevægte (både i rene og blandede strategier).

Hint: Brug kgebogsopskriften for 2×2 spil fra forelæsningen.

3. Beregn nu de empiriske frekvenser hvormed hver af spillerne vælger hhv. L og R. Hvad vil du råde hhv. målmænd og spillere til at gøre i straffesparksituationer i den næste kamp?

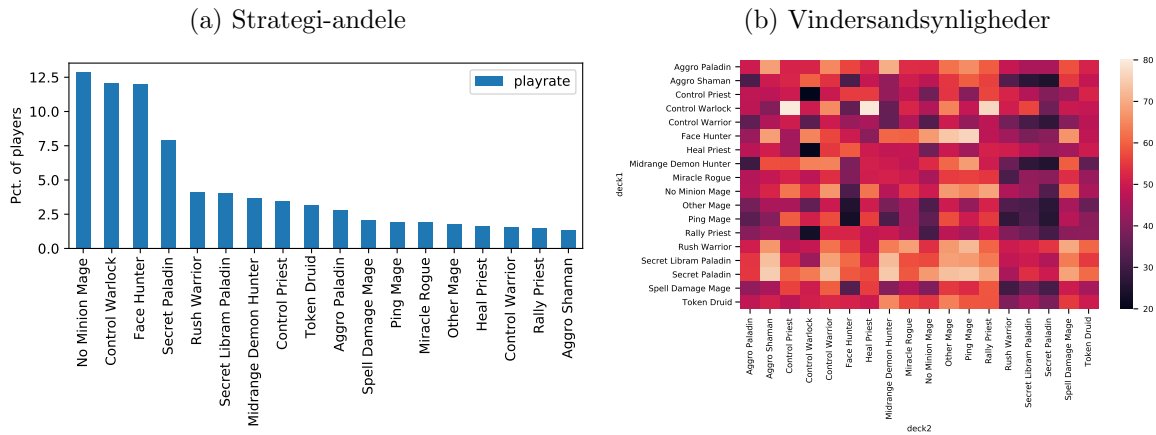
Betragt nu alle 102 spil, inklusive dem hvor der vælges C.

4. Opstil situationen som et 3×3 nulsumsspil på normalform og beregn payoff-matricerne. Fjern eventuelle dominerede strategier. Løs for alle Nash-ligevægte (både i rene og blandede strategier).

Hint: brug funktionen `support_enumeration()` fra Python-pakken `nashpy`.

¹Kilde: <https://www.kaggle.com/mauryashubham/english-premier-league-penalty-dataset-201617>.

Figure 1: Hearthstone datasættet



- Beregn nu de empiriske frekvenser hvormed hver spiller spiller hhv. L, C, R. Hvad vil du råde hhv. målmænd og spillere til at gøre i straffesparksituationer i den næste kamp?
- Giv en kort intuitiv forklaring på, hvad der kan forklare, hvis spillerne ikke handler optimalt i disse situationer. (Max $\frac{1}{2}$ side.)

Hint: kom enten med dit eget perspektiv, eller prøv at søge på google, om du kan finde noget forskning, der omhandler spilteori i straffesparksituationer (på engelsk) og giv et kort resume.

2 Hearthstone

Den medfølgende kode, `hearthstone.ipynb`, loader et datasæt med en win-rate matrix fra onlinespillet Hearthstone (tm). Desuden er der data for, hvor stor en andel af spillerne, som vælger hvert deck ("strategi"). Disse to datakilder er visualiserede i Figur 1.

- Opstil spillet som et nulsumsspil med to personer og find alle strengt dominerede strategier.
- Find den optimale strategi for en k 'te ordens rationel spiller for $k = 1, 2, 3, \dots, 20$. Er der noget mønster?
- Det er Arnes tur til at spille, og Arne ønsker at vinde mest muligt. Hvilket deck skal Arne spille, og hvorfor?

Hint: Når Arne logger på spillet matches han tilfældigt med en anden spiller. Dvs. hans modstander følger strategiandelene vist i Figur 1 (a).

4. Find en Nash-ligevægten (i rene eller blandede strategier) i spillet ved brug af lineær programmering.
5. Kør 1000 iterationer af Fictitious Play algoritmen fra `nashpy`, og sammenlign resultatet med Nash-ligevægten. Sammenlign strategiandelene over tid fra algoritmen med dem for en første-ordens rationel spiller.

3 Karteller i bilmarkedet?

Det overordnede spørgsmål i denne delopgave er: *Skal vi være bekymrede for karteller (stiltiende eller eksplicitte) i bilmarkedet?* For at besvare dette, er opgaven brudt ud i to dele: først en simplificeret numerisk øvelse, og dernæst en empirisk anvendelse på bilmarkedet i Europa.

3.1 Teoretisk del

Antag, at der er to firmaer, $\{1, 2\}$, på bilmarkedet, som skal sætte priser. Forbrugerne kan vælge mellem de to firmaers biler eller en alternativ mulighed, kaldet *bussen* (alternativ 0). Forbrugernes efterspørgsel tager formen

$$\Pr(j) = \frac{\exp(v_j)}{\exp(v_0) + \exp(v_1) + \exp(v_2)}, \quad j \in \{0, 1, 2\}$$

hvor v_j er forbrugerens nytte ved alternativ j . Denne parameteriseres som

$$v_j = \begin{cases} \gamma - \delta p_j & \text{hvis } j \in \{1, 2\} \\ 0 & \text{hvis } j = 0. \end{cases}$$

På denne måde er v_j implicit en funktion af p_j , og dermed er valgsandsynlighederne implicit funktioner af begge priser. Vi vil derfor også bruge notationen $s_j(p_1, p_2) \equiv \Pr(j)$, som kaldes “markedsandelen,” idet når forbrugerne har samme parametre, så vil deres valgsandsynligheder blive de aggregerede markedsandele (hvis der er nok forbrugere i markedet til, at store tals lov finder anvendelse).

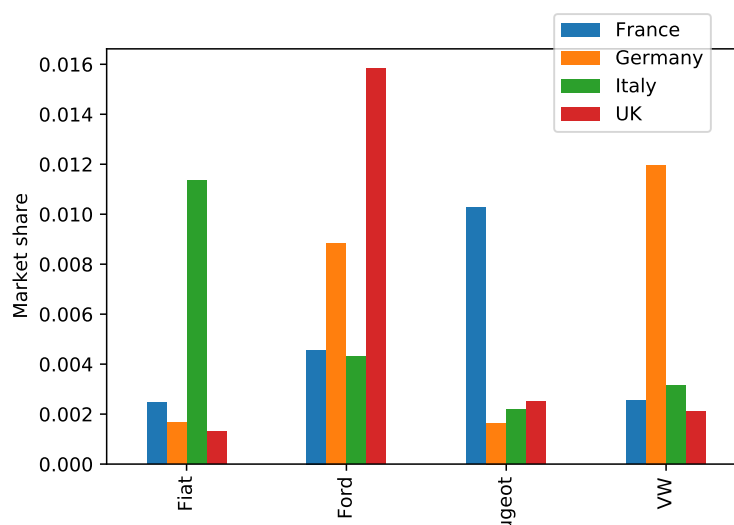
Firmaerne maksimerer profit, som er givet ved

$$\pi_j(p_1, p_2) = (p_j - c)s_j(p_1, p_2), \quad j \in \{1, 2\}.$$

Antag, at $c = \frac{1}{2}$.

1. Antag at $\gamma = 1$ og $\delta = 3$. Vis de to firmaers bedste svar funktioner grafisk og løs for Nash-ligevægten i rene strategier.
2. Antag at de to firmaer indgår i et kartel og løs for de optimale priser.

Figure 2: Markedsandele for udvalgte bilproducenter



3. Antag nu i stedet, at firmaerne sætter priser sekventielt: først firma 1, og dernæst firma 2. Find den sekventielle Nash-ligevægt.

Hint: Dette er analogt til Stackelberg, firmaerne sætter blot priser i stedet for mængder.

4. Hvilken rolle spiller størrelsen af δ for resultaterne i hver af de tre situationer?
5. For hvilke værdier af δ skal vi være mest bekymrede for et kartel?

3.2 Empirisk del

Den medfølgende notebook, `cars.ipynb`, indlæser og opstiller et datasæt for bilmarkedet i Europa. Der er data for $N = 5$ lande, over $T = 30$ år (1970-1999) og med $J = 356$ biler. Figur 2 viser markedsandelene for fire udvalgte bilproducenter i fire lande.

I koden bliver der opstillet og estimeret parametre for hhv. en logit og en nested logit model. Det står dig frit for, hvilken du vil bruge, og du er velkommen til at justere på opsætning, estimation, eller enkelte parametre (argumenter dog herfor). Efterspørgslen fungerer i grove træk som i opg. 3.1, der er blot mange flere biler end 2 tilstede på bilmarkedet. Ikke desto mindre skal du i det følgende antage, at priserne på alle andre biler ikke reagerer, når to af bilernes firmaer indgår i konkurrence med hinanden.

Antag at firma 1 skal sætte prisen på Opel Astra ($j_1 = 117$), mens firma 2 sætter prisen på en VW Golf ($j_2 = 193$) i året 1999 ($t = 29$) i Tyskland ($i = 2$). Her solgte Opel Astra 230.224 biler til prisen 10.015 EUR, mens VW Golf solgte 313.289 biler til 10.529 EUR. For at løse firmaernes problem, er vi nødt til at kende marginalomkostningerne – men dem har vi desværre ikke data på. Antag derfor forsimpelende, at marginalomkostningerne er halvdelen af prisen i data, dvs. $c_j = \frac{1}{2}p_j^{\text{data}}$.

1. Find den simultane Nash-ligevægt mellem firma 1 og firma 2.
2. Find kartellets optimale priser, og sammenlign med 1.
3. Diskutér realismen i dine resultater og diskuter en (potentiell) svaghed ved analysen.

Hint: Dette spørgsmål er åbent, så der er plads til frit valg og kreativitet. Du skal udvælge en potentiell svaghed (og argumentere for den) og undersøge, om den så er relevant eller ej.

*Man kunne fx påstå, at hvis efterspørgselsfunktionen er fejlestimeret, så koefficienten på prisen er forkert, så vil det påvirke resultaterne sådan og sådan. Så kunne man undersøge effekten af alternative estimatorer for efterspørgselsfunktionen: fx kunne man tilføje en "hjemmemarkedsfordel" (motiveret af Figur 2), eller man kunne skifte mellem en "nested logit" og en "almindelig logit" (med switchen **NESTEDLOGIT** i koden). Du kan også undersøge betydningen af, at de øvrige 97 Du kan også undersøge betydningen af antagelsen om, at virksomhederne vælger pris simultant. Du kan også beregne krydspriselasticiteter og finde forskningsartikler, der har beregnet krydspriselasticiteter. Du kan også prøve at bruge et andet marked eller biler der er tættere eller mindre tætte substitutter og se på dem. Eller du kan se på antagelsen om marginalomkostningerne.*

4. Skal vi være bekymrede for karteller på bilmarkedet? (Husk at argumentere)