Übung 2

Berechnung von Messunsicherheiten

Frederik Zielke
frederik.zielke@tu-dortmund.de

Lennart Völz
lennart.voelz@tu-dortmund.de

Abgabe: 25.10.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Messunsicherheiten

1.1 Mittelwert

Der Mittelwert ist die durchschnittliche Größe einer Menge.

1.1.1 Berechnung des Arithmetischen Mittelwerts

$$\bar{x}_{arithm} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} \tag{1}$$

1.2 Standardabweichung

Die Standardabweichung gibt die Breite der Verteilung bzw. die Streuung der Messwerte um den Mittelwert an.

1.2.1 Standardabweichung des Mittelwerts

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_{arithm})^2} \tag{2}$$

1.2.2 Empirische Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_{arithm})^2} \tag{3}$$

1.3 Streuung der Messwerte und Fehler des Mittelwerts

Die Streuung der Messwerte gibt die Verteilung der Grundgesamtheit um den Mittelwert an (2), während der Fehler des Mittelwerts angibt, wie sehr sich der Mittelwert einer Stichprobe vom Mittelwert der Grundgesamtheit unterscheidet (3).

2 Beispiel zu Messunsicherheiten

2.1 Aufgabe

Die Standardabweichung σ_u der Messwerte beträgt $\sigma_u = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Der Student kann nun jede beliebige Präzision erreichen, indem er genug Messungen durchführt. Wieviele Messungen nötig sind lässt sich berechnen:

$$u = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sigma_u \Leftrightarrow n = \left(\frac{\sigma_u}{u}\right)^2 \tag{4}$$

Dabei ist n die Anzahl der Messungen, u die Unsicherheit und σ_u die Standardabweichung der Messwerte.

2.2 Berechnung

2.2.1 Beispiel 1

Nun soll die Unsicherheit $\pm 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ betragen. Wir nutzen nun die umgestellte Formel (4) und setzen die Werte $u = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und $\sigma_u = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ein:

$$n = \left(\frac{\sigma_u}{u}\right)^2 = \left(\frac{10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}\right)^2 = 11,\bar{1} \tag{5}$$

Wie in (5) berechnet, müssen also 12 Messungen durchgeführt werden, um eine Unsicherheit von unter $\pm 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ zu erreichen.

2.2.2 Beispiel 2

Die Unsicherheit soll jetzt nur noch $0,5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ betragen. Analog zu (5) berechnen wir:

$$n = \left(\frac{\sigma_u}{u}\right)^2 = \left(\frac{10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0,5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}\right)^2 = 400 \tag{6}$$

Um eine Unsicherheit von $0,5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ zu erreichen, müssen 400 Messungen durchführt werden.