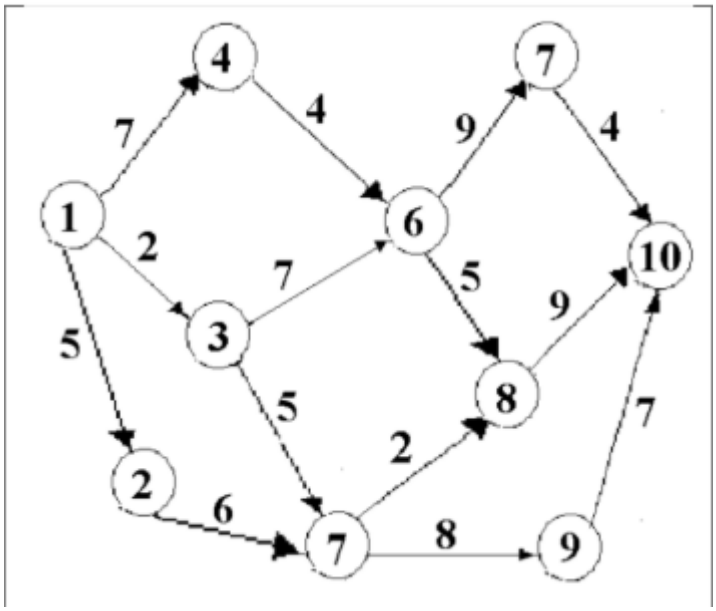
Динамическое программирование

Цель работы

Изучить теорию и методы решения задач динамического программирования; приобрести навыки решения задач динамического программирования на ЭВМ.

Задача

Рассмотрим тривиальную задачу динамического программирования. Пусть требуется перевезти груз из города в город. Сеть дорог, связывающая эти города, изображена в виде графа:



города – вершины графа, а ребра – дороги между ними.

Алгоритм решения

Проанализируем входной граф. Зная, что у нас есть строго одна начальная и конечная точка, мы можем реализовать решение используя модифицированный BreadthFirstSearch. Начиная с первой точке, делаем рекурсивно проверку: находить все точки в которые мы можем попасть с текущей ($E[i][j] != 0$, где i - точка, из которой мы идем, j - точка, которую мы проверяем) и которые мы еще не начали проверять. Если таких точек нет – значит мы находимся в конечной точке, а значит расстояние от нее к конечной точке $dist[i] = 0$, где $dist[i]$ - расстояние от i до конечной точки. Для всех других точек начиная с последней итерации рекурсии будем находить для точки i: $min(E[i][j] + dist[j])$.

Результат

Результат выполнения кода для данного графа:

```
10 - destination
Optimal way: 8 => 10
```

```
Optimal way: 9 => 10
Optimal way: 7 => 10
Optimal way: 5 => 8
Optimal way: 6 => 7
Optimal way: 2 => 5
Optimal way: 3 => 5
Optimal way: 4 => 6
Optimal way: 1 => 3
d(1) = 18
d(2) = 17
d(3) = 16
d(4) = 17
d(5) = 11
d(6) = 13
d(7) = 4
d(8) = 9
d(9) = 7
d(10) = 0
```

Ручной расчет:
10 - конечная точка
dist[9] = E[9, 10] = 7
dist[8] = E[8, 10] = 9
dist[7] = E[7, 10] = 4
dist[6] = min(E[6, 7] + dist[7], E[6, 8] + dist[8]) = min(9 + 4, 5 + 9) = 13
dist[5] = min(E[5, 8] + dist[8], E[5, 9] + dist[9]) = min(2 + 9, 8 + 7) = 11
dist[4] = E[4, 6] + dist[6] = 17
dist[3] = min(E[3, 6] + dist[6], E[3, 5] + dist[5]) = min(7 + 13, 5 + 11) = 16
dist[2] = E[2,5] + dist[5] = 6 + 11 = 17
dist[1] = min(E[1, 2] + dist[2], E[1, 3] + dist[3], E[1, 4] + dist[4]) = min (17 + 5, 16 + 2, 17 + 7) = 18

Вывод: Данных алгоритм позволяет оптимально находить расстояние между вершинами в графах заданного типа. Ручной расчет совпал с выводом алгоритма, что подтверждает его работоспособность.