Лекция #1

1. История развития МОиИО

В середине двадцатого века во многих областях деятельности человека сформировалась необходимость изучения и совершенствования сложных систем, в том числе систем организационного типа: систем обороны; производственных систем, отраслей, предприятий и др. Оказалось:

1)в сложных системах взаимосвязь между элементами играет большую роль, чем свойства самих элементов;

2)в таких системах элементы могут быть разнородны (оборудование, персонал, материалы, транспорт, условия поставок и сбыта и т.д.).

Термины системный анализ и исследование операций возникли, когда были образованы группы по исследованию военных операций в армии США и Англии во время второй мировой войны. К этому времени, во-первых, был накоплен опыт применения математических методов для моделирования и решения некоторых задач экономики (В.Леонтьев, Л.В.Канторович), была теоретически обоснована возможность решения задач большой размерности на ЭВМ. Позже были созданы первые образцы таких машин. Совпали необходимость и возможность. Возникли новые идеи совершенствования организационных систем на основе математической теории игр (Нейман – Моргенштерн). Методология, сформулированная тогда и вобравшая в себя все научные достижения в области изучения сложных систем, оказалась применимой не только к боевым операциям, но и к другим сферам. Но термин «исследование операций» остался. Системный (операционный) подход – основа для изучения и совершенствования сложных систем. Применительно к специалистам - инженерам в области применения математики и информационных технологий в промышленности исследование операций формирует определенную технологию совершенствования существующих и создания новых систем как технических, так и организационных. Система – множество элементов с определенными способами взаимодействия между ними, которые все вместе выполняют цель системы.

2. Предмет и задачи исследования операций

Исследование операций — дисциплина, занимающаяся разработкой и применением методов нахождения оптимальных решений на основе математического моделирования, статистического моделирования и различных эвристических подходов в различных областях человеческой деятельности.

Предмет исследования операций - системы организационного управления или организации, которые состоят из большого числа взаимодействующих между собой подразделений не всегда согласующихся между собой и могут быть противоположны.

Цель исследования операций - количественное обоснование принимаемых решений.
Чтобы познакомиться со спецификой этой науки, рассмотрим ряд типичных для нее задач. Эти задачи, намеренно взятые из самых разных областей практики, несмотря на некоторую упрощенность постановки, дают все же понятие о том, каков предмет и каковы цели исследования операций.

1. План снабжения предприятий. Имеется ряд предприятий, потребляющих известные виды сырья, и есть ряд сырьевых баз, которые могут поставлять это сырье предприятиям. Базы связаны с предприятиями какими-то путями сообщения (железнодорожными, водными, автомобильными, воздушными) со своими тарифами. Требуется разработать такой план снабжения предприятий сырьем (с какой базы, в каком количестве и какое сырье доставляется), чтобы потребности в сырье были обеспечены при минимальных расходах на перевозки.

2. Постройка участка магистрали. Сооружается участок железнодорожной магистрали. В нашем распоряжении — определенное количество средств: людей, строительных машин, ремонтных мастерских, грузовых автомобилей и т. д. Требуется спланировать строительство (т. е. назначить очередность работ, распределить машины и людей по участкам пути, обеспечить ремонтные работы) так, чтобы оно было завершено в минимально возможный срок.

3. Продажа сезонных товаров. Для реализации определенной массы сезонных товаров создается сеть временных торговых точек. Требуется выбрать разумным образом: число точек, их размещение, товарные запасы и количество персонала на каждой из них так, чтобы обеспечить максимальную экономическую эффективность распродажи.

4. Противолодочный рейд. Известно, что в некотором районе морского театра военных действий находится подводная лодка противника. Группа самолетов противолодочной обороны получила задание: разыскать, обнаружить и уничтожить лодку. Требуется рационально организовать операцию (рейд): выбрать маршруты самолетов, высоту полета, способ атаки так, чтобы с максимальной уверенностью обеспечить выполнение боевого задания.

5. Выборочный контроль продукции. Завод выпускает определенного вида изделия. Для обеспечения их высокого качества организуется система выборочного контроля. Требуется разумно организовать контроль (т. е. выбрать размер контрольной партии, набор тестов, правила браковки и т. д.) так, чтобы обеспечить заданный уровень качества при минимальных расходах на контроль.

6. Медицинское обследование. Известно, что в каком-то районе обнаружены случаи опасного заболевания. С целью выявления заболевших (или носителей инфекции) организуется

медицинское обследование жителей района. На это выделены материальные средства, оборудование, медицинский персонал. Требуется разработать такой план обследования (число медпунктов, их размещение, последовательность осмотров специалистами, виды анализов и т. д.), который позволит выявить, по возможности, максимальный процент заболевших и носителей инфекции. (задача со скорыми)

3. Математическое моделирование операций

Число примеров легко было бы умножить, но и приведенных достаточно, чтобы представить себе характерные особенности задач исследования операций. Хотя примеры относятся к самым различным областям, в них легко просматриваются общие черты. В каждом из них речь идет о каком-то мероприятии, реследующем определенную цель. Заданы некоторые условия, характеризующие обстановку (в частности, средства, которыми мы можем распоряжаться). В рамках этих условий требуется принять такое решение, чтобы задуманное мероприятие было в каком-то смысле наиболее выгодным. В соответствии с этими общими чертами вырабатываются и общие приемы решения подобных задач, в совокупности составляющие методологическую схему и аппарат исследования операций.

Очевидно, что не для всех из них на практике применяются математические методы обоснования решений; в некоторых случаях решения принимаются по старинке, на глаз. Однако с течением времени доля задач, где для выбора решения применяются математические методы, постоянно растет.

(решение задачи про эвакуацию с васьки при использовании навигатора, мудрость толпы и глупость толпы, задача с поиском подводной лодки.)

Есть мнение, что все, что нужно – это свободная конкуренция, что рынок всегда сам себя уравновесит, и наступит всем счастье. И с одной стороны, мы знаем много примеров, когда это так. Самый простой пример – очереди в кассах метро: они почти все всегда примерно одинаковой длины, хотя на входе не стоит никакого человека, который бы каждому входящему указывал, в какую из касс ему идти.

Но рынок работает не всегда. Представим следующую ситуацию.

Есть пункт A и пункт B, и их соединяют две дороги (Рисунок 1).

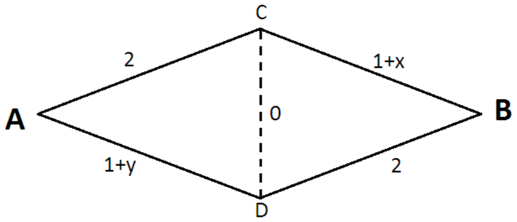

Рисунок 1

Время, которое автомобилист затрачивает на проезд по сегменту AC фиксировано и равно двум. Время, затрачиваемое на сегмент CB, зависит от количества машин $x,\ x \in [0, 1]$. Аналогично для второй дороги, где количество автомобилистов $y, y \in [0, 1]$. В данной ситуации система самостоятельно придет в равновесие, время на проезд по дороге ACB будет примерно таким

же, как и по дороге ADB, $t_{ACB} \cong t_{ADB} \cong 3{,}5$. При этом $x \cong y$, т.е. примерно половина автомобилистов будет выбирать первую дорогу, и половина – вторую. В данной ситуации рынок действительно сам себя уравновесит. Но все изменится, если будет существовать дорога CD, время проезда по которой будет нулевым (предположим, построили мост через реку). Тогда автомобилист, выезжая из пункта A, выбирая между сегментами AC и AD всегда будет выбирать сегмент AD, т.к. время проезда по нему будет возможно меньшим. Доехав до пункта D, человек снова встанет перед выбором, ехать ему по сегменту CB или DB. И снова всегда будет выбираться сегмент CB. В результате на дорогу из пункта A в пункт B всегда будет затрачено 4 часа вместо возможных 3,5. Т.е. в данной ситуации рынок не работает.
Важно понимать, что, изучая реальные ситуации, мы изучаем именно модели. Это значит, что делается некоторое предположение, заведомо неверное, например, что все функции линейные. Но при этом, если все упрощения проведены верно, то результаты, полученные на таких упрощенных моделях, будут согласовываться реальными данными, полученными в результате экспериментов. Т.е. очень важно рассмотреть правильную модель, т.к. сама ситуация слишком сложна и многогранна.
Математическая модель должна отражать важнейшие черты явления, все существенные факторы, от которых в основном зависит успех операции. Вместе с тем, модель должна быть по возможности простой, не «засоренной» массой мелких, второстепенных факторов: их учет усложняет математический анализ и делает труднообозримыми результаты исследования. (Про распределение Гумбеля, в котором всего один параметр). Две опасности всегда подстерегают составителя модели: первая — увязнуть в подробностях («из-за деревьев не увидеть леса») и вторая — слишком огрубить явление («выплеснуть вместе с водой и ребенка»). Искусство строить математические модели есть именно искусство, и опыт в нем приобретается постепенно.
Поскольку математическая модель не вытекает с непреложностью из описания задачи, всегда полезно не верить слепо ни одной модели, а сличать результаты, полученные по разным моделям, устраивать как бы «спор моделей». При этом одну и ту же задачу решают не один раз, а несколько, пользуясь разной системой допущений, разным аппаратом, разными моделями. Если научные выводы от модели к модели меняются мало — это серьезный аргумент в пользу объективности исследования. Если они существенно расходятся, надо пересмотреть концепции, положенные в основу различных моделей, посмотреть, какая из них более адекватна действительности, в случае надобности — поставить контрольный эксперимент. Характерным для исследования операций является также повторное обращение к модели (после того, как первый тур расчетов уже проведен) для внесения в модель коррективов.

Так что же такое математическая модель?

Математическая модель – это упрощенное описание реальности с помощью математических понятий.

Математическая модель - совокупность математических соотношений, уравнений, неравенств и т.п., описывающих основные закономерности, присущие изучаемому процессу, объекту или системе.

1. Принцип информационной достаточности. При полном отсутствии информации об исследуемой системе построение ее модели невозможно. При наличии полной информации о системе ее моделирование лишено смысла. Существует некоторый критический уровень априорных сведений о системе (уровень информационной достаточности), при достижении которого может быть построена ее адекватная модель.

2. Принцип осуществимости. Создаваемая модель должна обеспечивать достижение поставленной цели исследования с вероятностью, существенно отличающейся от нуля, и за конечное время.

3. Принцип множественности моделей. Данный принцип является ключевым. Речь идет о том, что создаваемая модель должна отражать в первую очередь те свойства реальной системы (или явления), которые влияют на выбранный показатель эффективности. Соответственно при использовании любой конкретной модели познаются лишь некоторые стороны реальности. Для более полного ее исследования необходим ряд моделей, позволяющих с разных сторон и с разной степенью детальности отражать рассматриваемый процесс.

4. Принцип агрегирования. В большинстве случаев сложную систему можно представить состоящей из агрегатов (подсистем), для адекватного математического описания которых оказываются пригодными некоторые стандартные математические схемы. Принцип агрегирования позволяет, кроме того, достаточно гибко перестраивать модель в зависимости от задач исследования.

5. Принцип параметризации. В ряде случаев моделируемая система имеет в своем составе некоторые относительно изолированные подсистемы, характеризующиеся определенным параметром, в том числе векторным. Такие подсистемы можно заменять в модели соответствующими числовыми величинами, а не описывать процесс их функционирования. При необходимости зависимость значений этих величин от ситуации может задаваться в виде таблицы, графика или аналитического выражения (формулы). Принцип параметризации позволяет сократить объем и продолжительность моделирования. Однако надо иметь в виду, что параметризация снижает адекватность модели.

Степень реализации перечисленных принципов и каждой конкретной модели может быть различной, причем это зависит не только от желания разработчика, но и от соблюдения им технологии моделирования. А любая технология предполагает наличие определенной последовательности действий

Общая цель моделирования может быть сформулирована следующим образом: это определение (расчет) значений выбранного показателя эффективности (ПЭ) для различных стратегий проведения операции (или вариантов реализации проектируемой системы). При разработке конкретной модели цель моделирования должна уточняться с учетом используемого критерия эффективности. Для критерия пригодности модель, как правило, должна обеспечивать расчет значений ПЭ для всего множества допустимых стратегий. При использовании критерия оптимальности модель должна позволять непосредственно определять параметры исследуемого объекта, дающие экстремальное значение ПЭ.

Таким образом, цель моделирования определяется как целью исследуемой операции, так и планируемым способом использования результатов исследования. Например, проблемная ситуация, требующая принятия решения, формулируется следующим образом: найти вариант построения вычислительной сети, который обладал бы минимальной стоимостью при соблюдении требований по производительности и по надежности. В этом случае целью моделирования является отыскание параметров сети, обеспечивающих минимальное значение ПЭ, в роли которого выступает стоимость.

Задача может быть сформулирована иначе: из нескольких вариантов конфигурации вычислительной сети выбрать наиболее надежный. Здесь в качестве ПЭ выбирается один из показателей надежности (средняя наработка на отказ, вероятность безотказной работы и т. п.), а целью моделирования является сравнительная оценка вариантов сети по этому показателю.

Приведенные примеры говорят о том, что сам по себе выбор показателя эффективности еще не определяет «архитектуру» будущей модели, поскольку на этом этапе не определена концептуальная модель исследуемой системы.

В целом при решении любой задачи построения модели основную роль играют следующие четыре элемента:

1) эксперимент;
2) модель;
3) показатели эффективности;
4) критерии принятия решений.

Необходимо должным образом определить перечисленные элементы и понять их взаимосвязь, поскольку они оказывают большое влияние на проектирование системы и на планирование ее работы в целом. Критерии принятия решений позволяют выбрать наиболее эффективные параметры системы. Обычно этот процесс называется оптимизацией [40].

Речь идет о том, чтобы в множестве возможных решений X выделить те решения x (иногда — одно, а чаще — целую область решений), которые с той или другой точки зрения эффективнее (удачнее, предпочтительнее) других. Чтобы сравнивать между собой по эффективности разные решения, нужно иметь какой-то количественный критерий, так называемый показатель эффективности (его часто называют «целевой функцией»). Этот показатель выбирается так, чтобы он отражал целевую направленность операции. «Лучшим» будет считаться то решение, которое в максимальной степени способствует достижению поставленной цели. Чтобы выбрать, «назвать по имени» показатель эффективности W, нужно прежде всего спросить себя: чего мы хотим, к чему стремимся, предпринимая операцию? Выбирая решение, мы, естественно, предпочтем такое, которое обращает показатель эффективности W в максимум (или же в минимум). Например, доход от операции хотелось бы обратить в максимум; если же показателем эффективности являются затраты, их желательно обратить в минимум. Если показатель эффективности желательно максимизировать, мы это будем записывать в виде W => max, а если минимизировать — W => min

Очень часто выполнение операции сопровождается действием случайных факторов («капризы» погоды колебания спроса и предложения, отказы технических устройств и т. д.). В таких случаях обычно в качестве показателя эффективности берется не сама величина, которую хотелось бы максимизировать (минимизировать), а ее среднее значение (математическое ожидание). В некоторых случаях бывает, что операция, сопровождаемая случайными факторами, преследует какую-то вполне определенную цель A, которая может быть только достигнута полностью или совсем не достигнута, и никакие промежуточные результаты нас не интересуют. Тогда в качестве показателя эффективности выбирается вероятность достижения этой цели P(A). Например, если ведется стрельба по какому-то объекту с непременным условием уничтожить его, то показателем эффективности будет вероятность уничтожения объекта. Неправильный выбор показателя эффективности очень опасен. Операции, организованные под углом зрения неудачно выбранного критерия, могут привести к неоправданным затратам и потерям.

Пример. Рассмотрим игру, похожую на покер. В данный момент у нас есть две возможности: играть или же «пасовать». При игре сравниваются карты, и в случае выигрыша мы получаем 90 р, в случае проигрыша – теряем 60 р. Известно, что с вероятностью 1/3 мы выиграем. Альтернатива – пасовать и получить -20. Вопрос. Стоит ли играть? Необходимо принять решение.

Стандартный подход – посчитать математическое ожидание

$$E = 90 \cdot \frac{1}{3} - 60 \cdot \frac{2}{3} = -10 > -20$$

Т.е. в среднем нам играть выгоднее, чем пасовать. Но всегда ли выгодно использовать математическое ожидание?

Пример. У вас есть выбор между двумя вариантами: получить 1 млн$ или же с вероятностью $\frac{1}{2}$ получить 2 млн$. Мат. ожидание у этих двух вариантов равно, а вот польза различается.

Пример. Вам предложили сыграть в игру за определенную входную плату. Игра такая:

Вероятность	½	1\4	1\8	1\16	1\32	1\64	…….
Выигрыш	2	4	8	16	32	64	

Математическое ожидание такой игры равно бесконечности. Т.е, если следовать этому критерию, человек должен быть готов отдать любые деньги за возможность в нее сыграть. Однако же ясно, что мало кто согласится заплатить за участие больше 100 рублей. Т.е. получается, что математическое ожидание – плохой критерий.

Еще один пример. Играют в покер богатый филантроп и бедный, но достойный человек. В этом случае от своего проигрыша филантроп получит куда больше удовольствия, чем от выигрыша.

Для иллюстрации принципов выбора показателя эффективности вернемся опять к примерам 1—6, выберем для каждого из них естественный показатель эффективности и укажем, требуется его максимизировать или минимизировать. Разбирая примеры, нужно иметь в виду, что не во всех из них выбор показателя эффективности однозначно диктуется словесным описанием задачи.

1. План снабжения предприятий. Задача операции — обеспечить снабжение сырьем при минимальных расходах на перевозки. Показатель эффективности R — суммарные расходы на перевозки сырья за единицу времени, например, месяц (R =>min).
2. Постройка участка магистрали. Требуется так спланировать строительство, чтобы закончить его как можно скорее. Естественным показателем эффективности было бы время завершения стройки, если бы оно не было связано со случайными факторами (отказы техники, задержки в выполнении отдельных работ). Поэтому в качестве показателя эффективности можно выбрать среднее ожидаемое время T окончания стройки (T => min).

3. Продажа сезонных товаров. В качестве показателя эффективности можно взять среднюю ожидаемую прибыль П от реализации товаров за сезон (П => max).
4. Противолодочный рейд. Так как рейд имеет вполне определенную цель А — уничтожение лодки, то в качестве показателя эффективности следует выбрать вероятность Р(А) того, что лодка будет уничтожена.
5. Выборочный контроль продукции. Естественный показатель эффективности, подсказанный формулировкой задачи, это средние ожидаемые расходы R на контроль за единицу времени, при условии, что система контроля обеспечивает заданный уровень качества, например, средний процент брака не выше заданного (R => min).
6. Медицинское обследование. В качестве показателя эффективности можно выбрать средний процент (долю) Q больных и носителей инфекции, которых удалось выявить (Q => max).

Рассмотренные примеры специально подобраны настолько простыми, чтобы выбор показателя эффективности был сравнительно нетруден и прямо диктовался словесной формулировкой задачи, ее (почти всегда) однозначной целевой направленностью. Однако на практике это далеко не всегда бывает так. Например, попробуем выбрать показатель эффективности работы городского транспорта. Что взять в качестве такого показателя? Среднюю скорость передвижения пассажиров по городу? Или среднее число перевезенных пассажиров? Или среднее количество километров, которое придется пройти пешком человеку, которого транспорт не может доставить к нужному месту? Тут есть над чем поразмыслить! К сожалению, в большинстве задач, имеющих практическое значение, выбор показателя эффективности не прост и решается неоднозначно. Для сколько-нибудь сложной задачи типично положение, когда эффективность операции не может быть исчерпывающим образом охарактеризована одним — единственным числом — на помощь ему приходится привлекать другие. С такими «многокритериальными» задачами мы познакомимся позже.

4. Классификация задач ИСО

По зависимости параметров задачи от времени

1. *Статическая задача*. Принятие решения происходит пи условии. Что все параметры задачи заранее известны и не изменяются о времени. Процедура принятия решения осуществляется один раз (крестики – нолики, покупка продуктов)

   Пример. Рассмотрим задачу определения сторон прямоугольника. Вписанного в окружность радиуса R и имеющего наибольшую площадь S. (статическая задача с полной информацией)

Эта задача известна с глубокой древности, и ее нетрудно решить геометрическим путем. Диагонали вписанного в окружность прямоугольника являются диаметрами окружности и имеют фиксированную длину. Площадь S прямоугольника равна половине произведения его диагоналей на синус угла φ между ними, т.е. $S = 2R^2 sin\varphi$. Ясно, что эта площадь будет наибольшей при $sin\varphi = 1$, или же при $\varphi = \pi/2$. В этом случае диагонали прямоугольника перпендикулярны, а сам прямоугольник представляет собой квадрат. Таким образом, среди всех прямоугольников, вписанных в окружность, наибольшую площадь имеет квадрат. Сторона вписанного квадрата равна $R\sqrt{2}$, а площадь $2R^2$.

Однако возможны и другие подходы к решению рассматриваемой задачи. В качестве параметров оптимизации выберем длины сторон прямоугольника a и b. Тогда площадь S через параметры оптимизации будет выражаться формулой $S = ab$, а сами параметры a и b должны удовлетворять условиям $\sqrt{a^2 + b^2} = 2R, a > 0, b > 0$. Таким образом, мы приходим к задаче оптимизации, в которой необходимо максимизировать целевую функцию, а допустимое множество задано с помощью одного уравнения и двух неравенств:

$$\begin{cases} S = ab \ \rightarrow max \\ \sqrt{a^2 + b^2} = 2R \\ a > 0, b > 0 \end{cases}$$

Т.е. мы сформулировали нашу задачу как задачу оптимизации. При этом понятно, что решение останется ровно тем же самым.

2. *Динамическая задача*. В процессе принятия решения параметры задачи изменяются во времени. Процедура принятия решения осуществляется поэтапно и может быть представлена в виде процесса, зависящего от времени, в том числе непрерывно. Пример – навигационная задача.

В зависимости от достоверности информации о задаче

1. *Детерминированная задача*. Все параметры задачи заранее известны. Для решения детерменированных задач в основном применяются методы математического программирования.
2. *Недетерминированная задача*. Не все параметры задачи заранее известны. Например, принять решение об управлении устройством. Некоторые узлы которого могут непредсказуемо выходить из строя. Оптимальное решение недетерминированной задачи ИСО отыскать практически невозможно. Однако некоторое «разумное» решение найти можно. (задача сороконожка)

«Исследование операций представляет собой искусство давать плохие ответы на те практические вопросы. На которые даются еще худшие ответы другими методами (Т.Л. Саати)»

2.1.*Стохастическая задача*. Не все параметры задачи заранее известны. Но имеются статистические данных о неизвестных параметрах (вероятности. Функции распределения, мат ожидания и тд)

Для отыскания оптимального решения стохастической задачи применяется один из следующих приемов:

- искусственное сведение к детерминированной задаче (неизвестные значения заменяются их средними параметрами)
- «оптимизация в среднем» вводится и оптимизируется некоторый статистические критерий (бедный студент и меценат)

2.2.*Задача в условиях полной неопределенности*. Статистические данные о неизвестных параметрах отсутствуют. Задачи ИСО в условиях неопределенности в основном изучаются в рамках теории игр.

Пример. Задача «Встреча в метро».

Два очень занятых бизнесмена - Александр и Виктор - должны встретиться и передать друг другу важные бумаги. Встречу из-за пробок было решено провести в Метро. Известно, что оба бизнесмена проживают на одной линии метрополитена, причем бизнесмены не знают реальных адресов проживания друг друга. В начальный момент времени бизнесмены посылают друг другу СМС с некоторым адресом, который позиционируется как их реальное место проживания. Встреча происходит посередине между отправленными друг другу адресами. Найти оптимальное поведение.

Метро можно представить как непрерывный отрезок $[-1,1]$, а априорные представления об адресе проживания друг друга описываются равномерной функцией распределения, тогда:

$$v_A, v_B \epsilon [-1,1] - \text{истинные адреса}$$

$$b_A, b_B - \text{сигналы, которые они посылают в смс}$$

Вообще говоря эти адреса не обязаны совпадать с истинными адресами проживания. Местом встречи назначается

$$\frac{(b_A + b_B)}{2}$$

так как истинные адреса проживания скрываются.

Необходимо дать формальные определения. Для решения задачи необходимо найти поведение бизнесменов в зависимости от адреса реального проживания. В данном случае поведение - это функция, которая сопоставляет реальному адресу проживания v бизнесмена адрес b, который будет отправлен по СМС. Искомая функция принадлежит пространству функций

$$b: [-1,1] \rightarrow [-1,1]$$

и является равновесной в задаче.

Для начала пусть Виктор --- честный, то есть $b_B(v_B) = v_B$. Бизнесмен А будет стараться минимизировать путь от своего реального адреса проживания v до места встречи:

$$\min_{b\in[-1,1]} \left| v_A - \frac{b + v_B}{2} \right|$$

При этом

$$arg \min_{b\in[-1,1]} \left| v_A - \frac{b + v_B}{2} \right| = arg \min_{b\in[-1,1]} |2v_A - b - v_B|$$

Если v_B известно, минимум будет реализовываться при $b = 2v_A - v_B$. Вообще говоря, необходимо использовать усреднение:

$$b_A = arg \min_{b\in[-1,1]} \int_{-1}^{1} |2v_A - b - v_B| \, dv_B$$

Решение можно найти графически.

Интеграл соответствует площади под графиком подынтегральной функции. Необходимо найти такое значение параметра b, чтобы эта площадь была максимальной. Это реализуется в случае, когда $2v_A - b$ как можно ближе к 0. Таким образом, оптимальный ответом на честное поведение будет следующим:

$$\begin{cases} b = 2v_A, \text{если } v \in [-1,1] \\ b = \pm 1, \text{иначе} \end{cases}$$

Собственно, на данном примере мы посмотрели, каким образом происходит постановка модели в задаче с неполной информацией.

Классификация по виду критерия оптимальности

Критерий оптимальности может иметь любой вид, в том числе и неформализуемый. (делаешь сайт – требование сделайте мне красиво). Наиболее распространенные формализуемые критерии оптимальности заключаются в оптимизации (минимизации или максимизации) одной либо нескольких скалярных целевых функций.

Функция называется скалярной, если ее значением является некоторое число. Задача оптимизации скалярной функции на заданном множестве допустимых числовых решений называется задачей математического программирования. Наиболее изученными представителями однокритериальных задач мат программирования, т.к. задач с одной целевой функцией, являются следующие задачи.

Задача линейного программирования. Целевая функция – линейная, множество допустимых решений – выпуклый многогранник.

Задача квадратичного программирования. Целевая функция – квадратичная, а множество допустимых решений – выпуклый многогранник.
Задача стохастического программирования. Это задачи линейного программирования с неизвестными числовыми параметрами, о которых имеются статистические данные.
Задачи дискретного программирования. Множество допустимых решений – дискретное множество.
Задачи целочисленного программирования. Множество допустимых решений – точка целочисленной решетки.
Задачи булева программирования. Множество допустимых решений – 0-1 матрицы.