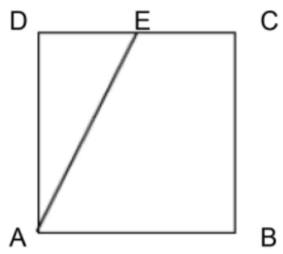
# 新生入学试点班考试

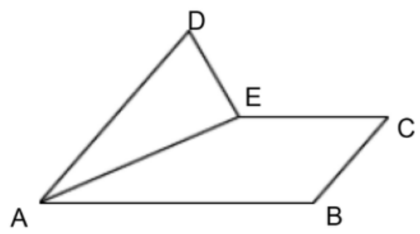
## 一（15’）

在矩形 ABCD 中，AB＝4，BC＝3，E 为 DC 的中点，沿 AE 将△AED 折起，使二面角 D－AE－B 为 60 .

（Ⅰ）求 DE 与平面 AC 所成角的大小；

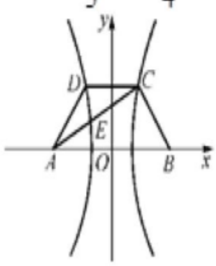
（Ⅱ）求二面角 D－EC－B 的大小.




## 二(15’)

如图，已知梯形ABCD中|AB|＝2|CD|，点E满足 $\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{EC}$，双曲线过C、D、E三点，且以A、B为焦点．当 $\frac{2}{3}\le\lambda\le\frac{3}{4}$ 时，求双曲线离心率e的取值范围．



# 三（15’）

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为全体 R，当 x<0 时，$f(x)>1$，且对任意的实数 x，y∈R，有 $f(x+y)=f(x)f(y)$ 成立，数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=f(0)$，且 $f(a_{n+1})=\dfrac{1}{f(\frac{-a_n}{2a_n+1})}$ （n∈N$^*$）

（Ⅰ）求证：$y=f(x)$ 是 R 上的减函数；

（Ⅱ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

# 四

# (15’)

已知函数 $f(x)=m\cdot n$，其中 $m=(\sin\omega x+\cos\omega x,\sqrt{3}\cos\omega x)$，$n=(\cos\omega x-\sin\omega x,2\sin\omega x)$，其中 $\omega>0$，若 $f(x)$ 相邻两对称轴间的距离不小于 $\frac{\pi}{2}$.

(1) 求 ω 的取值范围； (2) 在△ABC中，a，b，c 分别是角 A，B，C的对边，$a=\sqrt{3}$，$b+c=3$，当 ω 最大时，$f(A)=1$，求△ABC的面积.

## 五(20’)

对于项数为 $m$ 的有穷数列 $\{a_n\}$，记 $b_k=\max\{a_1, a_2, \cdots, a_k\}(k=1,2, \cdots, m)$，即 $b_k$ 为 $a_1, a_2, \cdots, a_k$ 中的最大值，并称数列 $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的控制数列．如 1,3,2,5,5 的控制数列是 1,3,3,5,5.

（1）若各项均为正整数的数列 $\{a_n\}$ 的控制数列为 2,3,4,5,5，写出所有的 $\{a_n\}$；

（2）设 $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的控制数列，满足 $a_k+b_{m-k+1}=C$（$C$ 为常数，$k=1,2, \cdots, m$），求证：$b_k=a_k(k=1,2, \cdots, m)$；

（3）设 $m=100$，常数 $a\in(\frac{1}{2}, 1)$，若 $a_n=an^2-(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}n$，$\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的控制数列，求 $(b_1-a_1)+(b_2-a_2)+\cdots+(b_{100}-a_{100})$．

## 六(20’)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 的左，右焦点为 $F_1$，$F_2$，左，右顶点为 $A$，$B$，过点 $T(t, m)$ 的直线 $TA$，$TB$ 分别交椭圆于点 $M(x_1, y_1)$，$N(x_2, y_2)$ $(y_1>0, y_2<0)$

（1）设动点 $P$，满足 $|PF_2|^2-|PB|^2=4$，求点 $P$ 的轨迹方程

（2）当 $x_1=2$，$x_2=\frac{1}{3}$ 时，求 $T$ 点的坐标

（3）设 $t=9$，求证：直线 $MN$ 过 $x$ 轴上的定点