

# Oppgaver MAT2500

Fredrik Meyer

13. november 2014

**Oppgave 1.** La  $P = (1 : 0 : 0)$ ,  $Q = (1 : 1 : 0)$ ,  $R = (1 : 0 : 1)$  og  $S = (1 : 1 : 1)$  være punkter i  $\mathbb{P}_{\mathbb{R}}^2$ . Regn ut snittet av  $\overline{PQ}$  og  $\overline{RS}$ . ■

**Løsning 1.** Vi finner først ligningen for linjen  $\overline{PQ}$ . Den mekaniske måten er å skrive ut determinanten

$$\begin{vmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Vi får  $x_2 = 0$ , som vi kunne gjettet oss til ved å se på punktene (...).

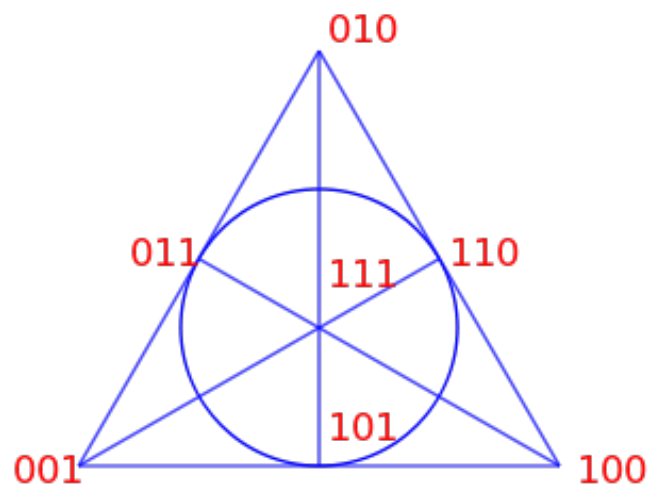
Tilsvarende finner vi at  $\overline{RS}$  er gitt ved  $x_0 - x_2 = 0$  (dette er riktig fordi ligningen  $x_0 - x_2 = 0$  definerer en projektiv linje, og  $R, S$  begge ligger på denne linjen).

Dermed er snittet deres gitt av ligningssystemet  $x_2 = 0, x_0 - x_2 = 0$ . Altså  $x_0 = x_2 = 0$ . Med andre er snittet lik punktet  $(0 : 1 : 0)$ . ♥

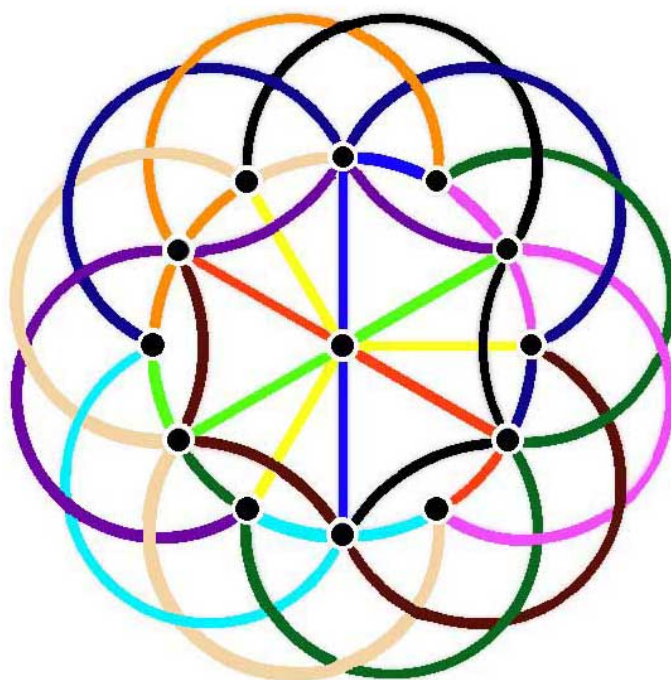
**Oppgave 2.** Lag et projektiv plan med 13 punkter og 13 linjer. ■

**Løsning 2.** Dette er vanskeligere enn det høres ut som. Mange har kanskje sett Fano-planet med syv elementer. Se Figur 1. Legg merke til at koordinatene. Legger du sammen to punkter på samme linje får du det tredje punktet, så dette er en spesielt pen framstilling.

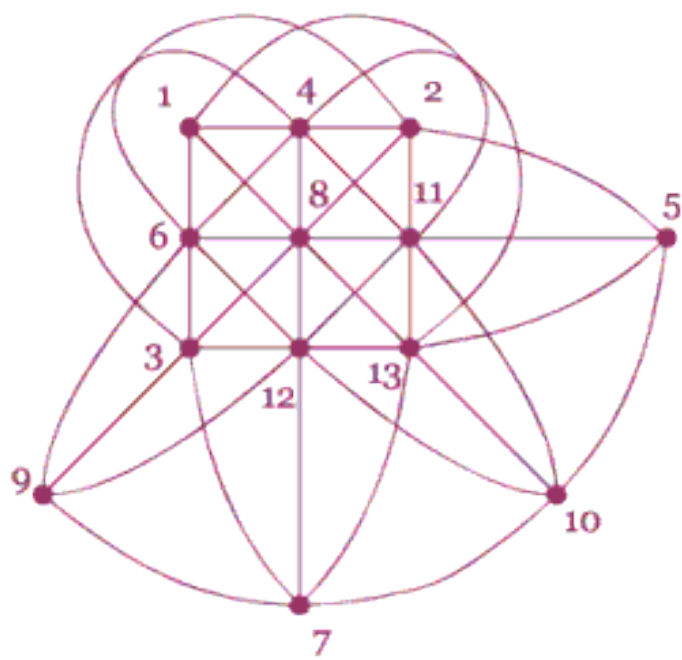
Det finnes også et projektiv plan med 13 elementer. Én mulighet er å tegne det på samme måte som Fano-planet, altså som en trekant med homogene koordinater og standardkoordinatene  $(1 : 0 : 0)$ ,  $(0 : 1 : 0)$  og  $(0 : 0 : 1)$  på hjørnene. Dessverre blir ikke dette bildet på langt nær så pent som Fano-planet. Se Figur 2 og 3 for to muligheter. Vi ser at Figur 2 er mer symmetrisk, men Figur 3 er mer oversiktlig. ♥



Figur 1: Fano-planet.



Figur 2: En veldig symmetrisk framstilling av  $\mathbb{P}_{\mathbb{F}_3}^2$ .



Figur 3: En annen, kanskje mer oversiktlig framstilling.