Notater

Fredrik Meyer

28. september 2015

0.1 Tautologisk linjebunt på $\mathbb{P}^n$

Vi kan definere en tautologisk linjebunt på $\mathbb{P}^n$. Dette er en bunt hvis fiber over et punkt p er linjen i $\mathbb{A}^{n+1}$ utspent av (de homogene koordinatene til) p. La $q \in \langle p \rangle$ bety at q er med i spennet av p. Da er

$$\mathscr{T} := \{(q,p) \in \mathbb{A}^{n+1} \times \mathbb{P}^n \mid q \in \langle p \rangle\}.$$

Ved å regne overgangsfunksjoner kan en se at $\mathscr{T} \simeq \mathscr{O}_{\mathbb{P}^n}(-1)$.

Det finnes også andre måter å se dette på, eksempelvis slik Mike Eastwood forklarte det på siste forelesning, men det har jeg glemt av nå (!!).

0.2 Embedding Grassmannian

Grassmannian har en tautologisk linjebunt $\mathscr{E}$, hvis seksjoner kan skrives som matriser. Fiberen over et punkt $[V]$ i Grassmannian er nettopp det lineære underrommet punktet representerer.

Da vil $\wedge^k \mathscr{E}$ være en linjebunt på Grassmannian, og seksjonene vil være utspent av alle minorene. Så dette er linjebunten Plücker-embeddingen svarer til.

0.3 Topologien til SR-skjemaer

La $X = \mathbb{P}(\Delta)$ være et Stanley-Reisner-skjema. La $f = (f_0, \ldots, f_n)$ være f-vektoren, det vil si, antall f_i er antall i-dimensjonale fasetter i Δ. Da er $h^i(\mathbb{P}_{\mathbb{C}}(\Delta), \mathbb{C}) = f_i$ om i er jevn, og 0 ellers. Dette er fordi X har strukturen til et CW-kompleks med bare celler i jevne grader.