

Oppgaver MAT2500

Fredrik Meyer

1. oktober 2014

Oppgave 1. Vis at om A, B, C, D er kollineære, så er

$$\overline{AB} \cdot \overline{BC} + \overline{BD} \cdot \overline{CA} + \overline{CD} \cdot \overline{AB} = 0.$$

■

Løsning 1. Her mener vi altså med \overline{AB} *fortegnslengden* til segmentet AB . For å gi en verdi til \overline{AB} (etc.) må man velge en *retning* langs linja (for hvordan skal en ellers si om \overline{AB} er positiv eller negativ?). Det som holder uansett er nemlig at $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$ om A, B, C er kollineære.

Trikset her er dermed å bruke egenskapen over gjentatte ganger, og omskrive hver av lengdene over slik at de involverer A . For eksempel: \overline{BC} kan skrive som $\overline{AC} - \overline{AB}$. $\overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB}$ og $\overline{CA} = -\overline{AC}$. Dermed er

$$\begin{aligned} & \overline{AB} \cdot \overline{BC} + \overline{BD} \cdot \overline{CA} + \overline{CD} \cdot \overline{AB} \\ &= \overline{AD} \cdot (\overline{AC} - \overline{AB}) - (\overline{AD} - \overline{AB}) \cdot \overline{AC} + (\overline{AD} - \overline{AC}) \cdot \overline{AB} \\ &= 0 \end{aligned}$$

På grunn av masse kansellering.

♡