Prosjektbeskrivelse

Doktograden vil dreie seg om forskjellige temaer innenfor deformasjoner av Stanley-Reisner-skjemaer. Dette er et rikt forskningsfelt med mange muligheter.

Mulige innfallsvinkler kan være: Man kan studere degenerasjoner av hyper-Kähler-mangfoldigheter. La for eksempel K være en glatt kubikk. Da er det kjent (se [2]) at Fano-varieteten av linjer $F_1(K)$ er deformasjonsekvivalent med $S^{[2]}$, hvor S er en $K3$-flate av grad 14 i $\mathbb{P}^8$. En Stanley-Reisner-degenerasjon av S er en sfære, altså en $\mathbb{CP}^1$, og dermed burde en Stanley-Reisner-degenerasjon av $S^{[2]}$ gi en triangulering av $\mathbb{CP}^2$. Kombinatorikere er interesserte i triangulering.

Å studere hvordan algebraiske mangfoldigheter endrer seg under deformasjoner. Dette er et vanskelig tema. Christophersen observerte at det var mulig å gi en CW-struktur til en degenerert elliptisk kurve som stemmer overens med topologien (???? GJØR DETTE PRESIST)

En annen mulighet er å generalisere resultatene fra masteroppgaven. Jeg beskrev der en eksplisitt degenerasjon av $\mathbb{G}(3,6)$ til et Stanley-Reisner-skjema $\mathbb{P}(\mathcal{K})$ hvor $\mathcal{K}$ er på formen $S^3 * \Delta_5$, hvor S^3 er en 3-sfære og Δ_5 er et 5-simpleks. I tillegg viste jeg at det denne deformasjonsfamilien har en naturlig $G := \mathbb{Z}/2 \times \mathbb{Z}/2$-virkning, og at invariantfamilien $\mathcal{T}^G$ er affin og glatt. Dette ble gjort med eksplisitte utregninger, men det burde være mulig å gjøre dette for generelle $\mathbb{G}(n, 2n)$.

I artikkelen [4] studerer Gunnar Fløystad og Henning Lohne en analogi mellom Cohen-Macalay-moduler med støtte på en graf og linjebunter på en kurve. Disse modulene er såkalte kvadratfrie moduler, og håpet er at de kan gi en generalisering av vektorbunter på generelle varieteter på Stanley-Reisner-skjemear.

Degenerasjoner av vektorbunter. I [3] viser Jan Christophersen og Nathan Ilten at visse Fano-varieteter har veldig pene degenerasjoner. De degenererer til Stanley-Reisner-ringer på formen $\mathbb{P}(T_{g+1} * \Delta_{i_g})$. En mulig retning kan være å se på vektorbunter på disse Fano-varietetene, og se hvordan de degenererer. Har de for eksempel en pen beskrivelse som under-komplekser av $T_{g+1} * \Delta_{i_g}$?

Fredrik Meyer	Jan Arthur Christophersen
Kandidat	Veileder

Referanser

[1] Altmann, K., and Christophersen, J. A. Deforming Stanley-Reisner schemes. *Math. Ann. 348*, 3 (2010), 513–537.

[2] Beauville, A., and Donagi, R. La variété des droites d'une hypersurface cubique de dimension 4. *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. 301*, 14 (1985), 703–706.

[3] Christophersen, J. A., and Ilten, N. O. Degenerations to Unobstructed Fano Stanley-Reisner Schemes. *ArXiv e-prints* (Feb. 2011).

[4] Fløystad, G., and Lohne, H. Brill-Noether theory of squarefree modules supported on a graph. *J. Pure Appl. Algebra 217*, 5 (2013), 803–818.

[5] Meyer, F. Degenerations of G(3,6). Master's thesis, University of Oslo, 2013.