

# Invertible knippes

(1)

$L$  invertibel (= lokalt isomorf  $\mathcal{O}_X$ )

Recap

Prop  $L_1, L_2, L_3$  invertible

- $L_1 \otimes_{\mathcal{O}_X} L_2$  er invertibel
- $\underline{\text{Hom}}_{\mathcal{O}_X}(L, \mathcal{O}_X) \cong L^{-1}$  er invertibel.
- $L^{-1} \otimes_{\mathcal{O}_X} L \cong \mathcal{O}_X$
- $\underline{\text{Hom}}_{\mathcal{O}_X}(L, M) \cong L^{-1} \otimes M$

Så  $\text{Pic } X = \{\text{Klasser af inv. knippe}\}$  er en abelsk gruppe

Lad  $D = \text{Cartier-divisor} \in \Gamma(X, K_X^* / \mathcal{O}_X^*) = \text{Div } X$

Lad  $\{U_i\}$  være en åben overdekning af  $X$  og betragt  $D|_{U_i} \stackrel{''}{=} f_i \in \Gamma(U_i, K_X^*)$ .

Da  $\{U_i, f_i\}_{i \in I}$  beholder data for  $D$ .

Men vi har ligeledes at  $(D|_{U_i})|_{U_j} = (D|_{U_j})|_{U_i}$

(2)

→

$$\text{så } f_i|_{U_j} = c_{ij} f_j|_{U_i}$$

$$\text{der } c_{ij} \in \Gamma(U_i, \mathcal{O}_X^*).$$

Om  $(U_i, f_i)$  og  $(U_j, f_j)$  er to store lokale data  
for  $D$ , må vi ha  $f_i = d_{ij} f_j$  på  $U_i \cap U_j$   
der  $d_{ij} \in \Gamma(U_i \cap U_j, \mathcal{O}_X^*)$ .

$$\text{Om } D \leftrightarrow (U_i, f_i) \quad \text{så } D + D' \leftrightarrow (U_i, f_i + f_i')$$

$$D' \leftrightarrow (U_{i'}, f_{i'})$$

$$\text{Om } D \text{ divisor, } \bigwedge \mathcal{O}_X(D) \in \text{Pic } X$$

vil definer.

$$\text{Div } X \longrightarrow \text{Pic } X$$

$$\Gamma(U, \mathcal{O}_X(D)) = f_i^{-1} \cdot \Gamma(U, \mathcal{O}_X) \subseteq \Gamma(U, \mathcal{K}_X)$$

Disse legger pent sammen. vil et knippe på  $X$ .

... something ... gratis kosjakkettje



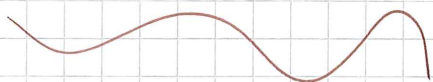
Prop ①  $\text{Div } X \rightarrow \text{Pic } X$  er en  
gruppehomomorf.

② Gjern er  $P_Z$  (gruppen af hoveddivisorer)

$$\text{Si } \mathcal{O}_X(D) \cong \mathcal{O}_X(D') \\ \Leftrightarrow D \equiv D' + (f)$$

(linear ekvivalente)

$$\Leftrightarrow D \equiv D'$$



flush

$$\begin{array}{ccccccc} \Gamma(\mathcal{O}_X^*) & \rightarrow & \Gamma(\mathcal{K}_X^*) & \rightarrow & \text{Div } X & \rightarrow & H^1(X, \mathcal{O}_X^*) \\ & & & & \downarrow & \nearrow \cong & \downarrow \\ & & & & \text{Pic } X & & 0 \end{array}$$

(by  $f_*(\mathcal{O}_X^*)$ )

③  $\text{Div } X \rightarrow \text{Pic } X$  er  
surjektiv.

Prop