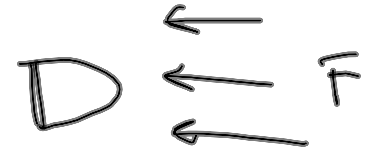
1.2.34 Eksperiment

prosjektil



fart	0	2	4	6	8	10
vind	0	2.9	14.8	39.6	74.3	119

ft/sec

lb

(*) $p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_5 t^5$

$p(0) = 0 \quad p(2) = 2.9 \quad \dots \quad p(10) = 119$

6 ligninger
$$\begin{cases} p(0) = a_0 + 0 + 0 - - - + 0 = 0 \\ p(2) = a_0 + 2 \cdot a_1 + 2^2 \cdot a_2 + 2^3 a_3 + 2^4 a_4 + 2^5 a_5 = 2.9 \\ \vdots \\ p(10) = a_0 + 10 a_1 + \dots + 10^5 a_5 = 119 \end{cases}$$

Vil løse: $M\vec{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2.9 \\ \vdots \\ \vdots \\ 119 \end{bmatrix}$

$$M = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \\ 6 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ & & \vdots & & & \\ & & & & & \\ 1 & 10 & 100 & 10^3 & 10^4 & 10^5 \end{bmatrix}$$

$(\text{rad } i, \text{ søyle } j) = (2i-2)^{j-1}$

(se MATLAB-fil)

For lavere grads polynom, flere ligninger enn ukjente.....

1.3.26

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 \\ -1 & 8 & 5 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

La $W = \text{Col}\, A$.

a) Er $\vec{b} \in W$? Samme som å spørre, har $A\vec{x} = \vec{b}$ løsninger?

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 6 & 10 \\ -1 & 8 & 5 & 3 \\ 1 & -2 & 1 & 7 \end{bmatrix} \underset{\mathrm{I}+2\mathrm{II}}{\overset{\mathrm{III}+\mathrm{II}}{\sim}} \begin{bmatrix} 0 & 16 & 16 & 16 \\ -1 & 8 & 5 & 3 \\ 0 & 6 & 6 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 8 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 3 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 8 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Betyr $0 = 2$!

Så svar: **NEI**.

3) Vis at andre søyle i A ∈ W.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ -2 \end{bmatrix} = 0 \cdot \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} + 1 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ -2 \end{bmatrix} + 0 \cdot \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

Så ja.

1.4.40 Har matrise M.
4x5

Utspenner søylene i M $\mathbb{R}^4$?

$\Updownarrow$

Har ligningen $M\vec{x} = \vec{b}$ løsning
for alle $\vec{b} \in \mathbb{R}^4$?

Radreduksjon $\Rightarrow$ 4 pivotsøyler, så ja.
(eller spørre MATLAB rank(M))

1.7.6 Matrise M. Er søylene i M
lineært uavhengige?

Metode ① Sjekk at alle søylene er
pivotsøyler v/ radreduksjon

② Sjekk at rank(M) = ant. søyler

1.7.42 A, 5x6-matrise.

Oppg Velg flest mulig søyler i A og lag B slik at $B\vec{x} = 0$ kun har løsn. $\vec{x} = \vec{0}$.

Må finne flest mulig lin. uavhengige søyler.

Metode radreduser og velg pivotsøyler til å lage B med.

Sjekk at $B\vec{x} = 0$ kun har løsningen $\vec{x} = \vec{0}$.

Radreduser, sjekk at alle søyler er pivotsøyler.

1.8.40

$\vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ -4 \\ -7 \end{bmatrix}$ A (se fil)

Spm Er $\vec{b}$ i bildet til lineærtransformasjonen $\vec{x} \longmapsto A\vec{x}$?

Finnes $\vec{x} \in \mathbb{R}^4$ slik at $A\vec{x} = \vec{b}$?

Metode: Lag $C = [A \ \vec{b}]$. Radreduser.

Ingen selvmotsigelser, bare fri variabel. Så ja.

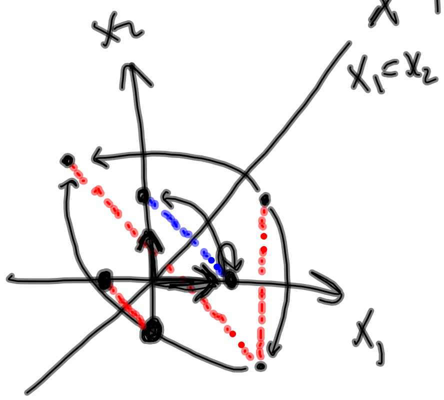
$x_1 = 1 - x_4$
$x_2 = 2 - x_4$
$x_3 = 1 - x_4$
x_4 fri

$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ er s.a. $A\vec{x} = \vec{b}$.

Oppg 1.9.10

$T: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$

$\vec{x} \longmapsto$ (først reflektere om x_1-aksen og så reflektere gjennom $x_1 = x_2$)



Fin M_T.

Hva skjer m/ $\vec{e}_1$ og $\vec{e}_2$?

<u>Metode</u>

$\vec{e}_1 \mapsto \vec{e}_2$

$\vec{e}_2 \mapsto -\vec{e}_2 \mapsto -\vec{e}_1$

Da er $M_T = \begin{bmatrix} T(\vec{e}_1) & T(\vec{e}_2) \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ✓

1.9.38 T lineær-avb. M matrisen dens.

Spm Er T en 1-1 avbildning?

$T(\vec{x}) = \vec{b}$ har maks én løsning.

Sjekker at søylene i M er lin. uavhengige.

rref(M) i MATLAB gir bare pivotsøyler,

så ja.

1.9.40 Annen matrise M til lineæravbildning T.

Spm Er T på $\mathbb{R}^5$?

(surjektiv)

Betyr For alle $\vec{x} \in \mathbb{R}^5$ finnes $\vec{v}$ med

$T(\vec{v}) = \vec{x}$.

Resultat i boka: sjekk om søylene spenner $\mathbb{R}^5$.

Radredusor, alle søyler pivot, så ja!

$\boxed{\text{fredrme@math.uio.no}}$