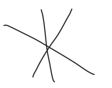
1 Litt om obligen

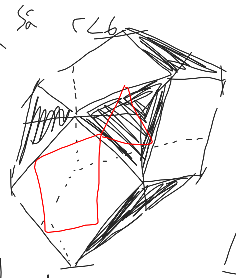
1a) Disse arkimediske. V.a. $2 < r < 6$



6 stk trekanter $\Rightarrow 360^\circ$

Så $r < 6$

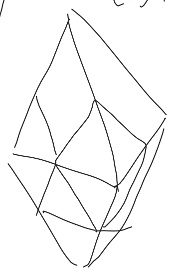
2)



← Ikke så gæren tegning.

(3,4,3,4)

kuboktaed.

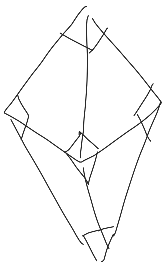


(3,5,3,5)

↑ får ikosaederet

ikosdodeka.

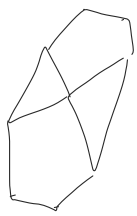
3)



(3,6,6)
(3,8,8)
(4,6,6)
(3,10,10)
(5,6,6)

d)

(3,4,4,4)
(4,6,8)



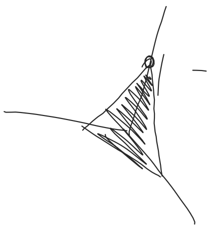
(3,4,5,4)
(4,6,10)

Mangler 2 stk!

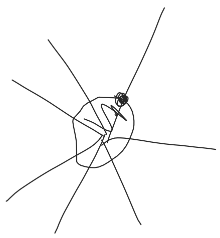
(3,3,3,3,4)
(3,3,3,3,5)

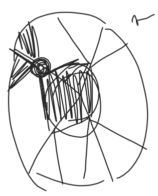
> sløve

Disse kan ikke ~~lages~~ lages v/ kutting:



– Om n møtes i hver hj. $\Rightarrow$ så også 3 i kuttinga



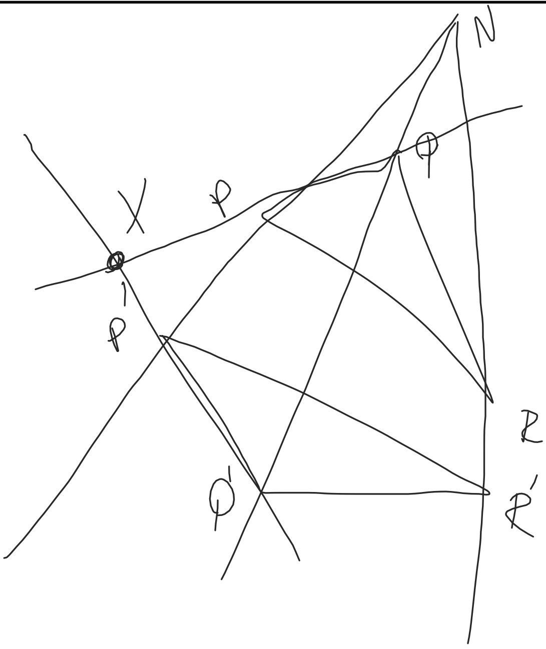


← kutte mye

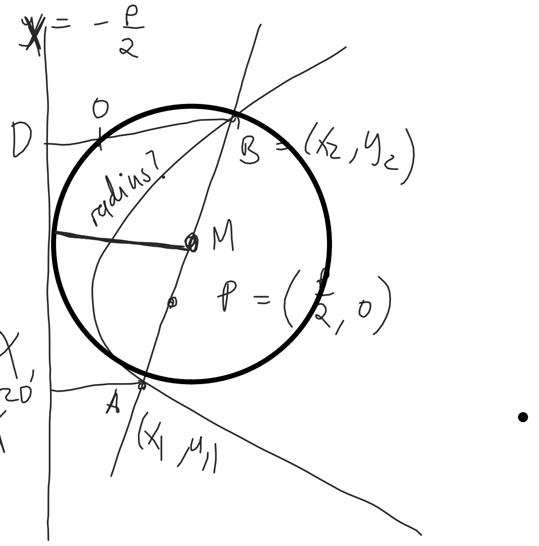
$\Downarrow$

får 4 kanter i hver hjørne

nov 11-10:11



nov 11-10:31



$$y^2 = 2px$$

korde $y = k(x - \frac{p}{2})$

Finn Midtpkt.

$$y^2 = k^2\left(x^2 - px + \frac{p^2}{4}\right) = 2px$$

$$= 0$$

$$x^2 - \left(p + \frac{2p}{k^2}\right)x + \frac{p^2}{4k^2} = 0$$

$$\boxed{(x-x_1)(x-x_2) = x^2 - (x_1+x_2)x + x_1x_2 = 0}$$

$x_1 + x_2$

Så $M_x = \frac{p}{2} + \frac{p}{k^2}$. Så $M_y = k\left(\frac{p}{k^2}\right) = \frac{p}{k}$.

Så $M = \left(\frac{p}{2} + \frac{p}{k^2}, \frac{p}{k}\right)$.

Trenger diamer AB. Men merk:

$DB = \frac{p}{2} + x_2 = BP$

$DA = \frac{p}{2} + x_1 = AP$

Legg sammen $p + x_1 + x_2 = AB$

diameter $= AB = p + p + \frac{2p}{k^2} = 2p + \frac{2p}{k^2}$

Avstand til styrelinja er $\frac{p}{2} + \frac{p}{k^2} + \frac{p}{2} = p + \frac{p}{k^2}$

$=$ ~~dette~~ halve av diam $=$ radius !!

$$M = \left(\frac{p}{2} + \frac{p}{k^2}, \frac{p}{k}\right)$$

$$\frac{p}{k} = y$$

$$x = \frac{p}{2} + \frac{y^2}{p}$$

$$y^2 = \frac{p^2}{k^2} = p\frac{p}{k^2}$$

$$\frac{p}{k^2} = \frac{y^2}{p}$$

Så $xp - \frac{p}{2} = y^2$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)p = y^2$$

nov 11-10:43

$\mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$ – oppsummering

Per def $\mathbb{P}^2_{\mathbb{R}} = \{$ linjer i $\mathbb{R}^3$ gjennom origo $\}$

En linje beskrives m/ retningsvektor $(a,b,c) \in \mathbb{R}^3$.

Men ~~samme~~ $(\lambda a, \lambda b, \lambda c)$ gir samme linje.

Så $(a,b,c) \sim (\lambda a, \lambda b, \lambda c)$.

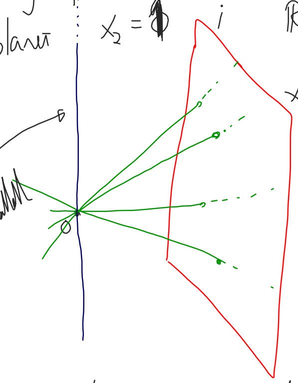
⇝ Så vi har koordinater! (kompakt) altså $[a:b:c] = [\lambda a : \lambda b : \lambda c]$.

Har injeksjon $\mathbb{R}^2 \hookrightarrow \mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$.

Se på planet $x_2 = 1$ i $\mathbb{R}^3_{x_0,x_1,x_2}$

kopi av $\mathbb{R}^2$ i $\mathbb{R}^3$

$x_2 = 1$

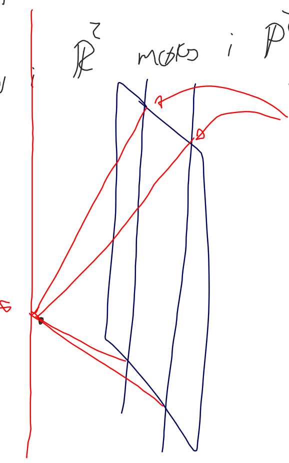


vil ikke få den, eller noen andre linjer parallell m/ $x_2=1$.

For hvert punkt i $\mathbb{R}^2$ $(x_2=1)$ får linje i $\mathbb{R}^3$ (= pkt i $\mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$)

Så 1-1 – korrespondanse (bijeksjon) mellom $\mathbb{R}^2$ og $\{[a:b:c] \in \mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$ m/ $c \neq 0\}$

Parallelle linjer i $\mathbb{R}^2$ møtes i $\mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$:



to plan i $\mathbb{R}^3$

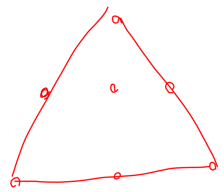
snitter i en linje m/ normalvektor opponert.

$\mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$ er kompaktifisering av $\mathbb{R}^2$

NB Recap av $\mathbb{RP}^2$ / $\mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$

$\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$

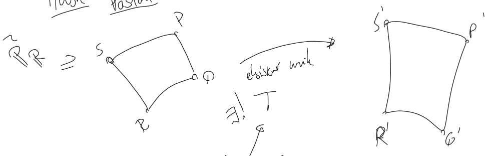
$\mathbb{F}_2$



nov 11-10:46

Husk Påstand Firkant $PQRS$ og $P'Q'R'S'$

$\mathbb{P}^2_{\mathbb{R}} \supseteq$



projektiv transformasjon

- $\mathbb{P}^2_{\mathbb{R}} \xrightarrow{T} \mathbb{P}^2_{\mathbb{R}}$ bijeksjon
- $\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$ 3×3-matrise hvor M, N gir samme transformasjon om $M = \lambda N$ $\lambda \neq 0$.
- Mengden av transformasjoner $= PGL_{\mathbb{R}}(2) = \dfrac{GL(2)}{\langle I \rangle}$

invertible matriser

Påstand Linjen mellom $(a_0 : a_1 : a_2), (b_0 : b_1 : b_2)$ er gitt v/

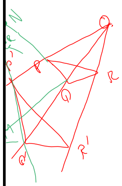
$$\begin{vmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \\ a_0 & a_1 & a_2 \\ b_0 & b_1 & b_2 \end{vmatrix} = 0$$

grad 1-polynom $\leftrightarrow$ „linjer"

Chris $(x_0 : x_1 : x_2) = (a_0 : a_1 : a_2) \Rightarrow = 0$.

Så linjen er gitt ved denne.

Perspektiv To trekanter ΔPQR og $\Delta P'Q'R'$ er i perspektiv om PP', QQ', RR' er konkurrente. fra O.



Desargue La ΔPQR, $\Delta P'Q'R'$ være i perspektiv fra O.

$N = PQ \cap P'Q'$

$M = RQ \cap R'Q'$

$L = PR \cap P'R'$.

Da er M, N, L på linje.

Bevis $\underbrace{P, Q, R, O}_{\text{firkant}}$ kan sendes til $\overset{x_0\ x_1\ x_2}{(1:0:0)}, (0:1:0), (0:0:1)$ $(1:1:1)$.

via en ! transformasjon.

Så kan anta disse er P, Q, R, O.

Linja OP er gitt $x_1 = x_2$

Siden P' ligger på OP, kan skrive

$P' = (p : e : e) = \left(\frac{p}{e} : 1 : 1\right)$ $(e \neq 0$ siden $P \neq P')$

$= (p' : 1 : 1)$ (setter $p' \overset{\text{def}}{=} \frac{p}{e}$

På samme $Q' = (1 : q' : 1)$ og $R' = (1 : 1 : r')$.

Linja PQ er gitt ved $x_2 = 0$.
QR — // — $x_0 = 0$
PR — // — $x_1 = 0$

$P'Q'$ har ligning $\begin{vmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \\ p' & 1 & 1 \\ 1 & q' & 1 \end{vmatrix} = (1 - q')x_0 - (p' - 1)x_1 + x_2(p'q' - 1) = 0$

$\Rightarrow$ $PQ \cap P'Q' = N = (p' - 1 : 1 - q' : 0)$

$QR \cap Q'R' = M = (0 : q' - 1 : 1 - r')$

$PR \cap P'R' = L = (1 - p' : 0 : r' - 1)$

Finner linja NM:

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} x_0 & x_1 & x_2 \end{matrix} \\ \begin{vmatrix} x_0 & x_1 & x_2 \\ p'-1 & 1-q' & 0 \\ 0 & q'-1 & 1-r' \end{vmatrix} \end{array} = x_0\big((1-q')(1-r')\big) - x_1\big((p'-1)(1-r')\big) + x_2(p'-1)(q'-1) = 0$$

Setter inn for $L \Rightarrow$ får $(1-p')(1-q')(1-r') + (r'-1)(p'-1)(q'-1) = 0$ ☺ ∎

Så L ligger NM.

altså de er på linje.

nov 11-11:14

Kryssforhold

Gitt kvadruppel av pkt. på linje (AB, CD) definerer vi kryssforholdet $(AB, CD) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} \cdot \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}$.

Om $(AB, CD) = -1$, er $(A,B), (C,D)$ harmonisk konjugerte.
HK

Setn. To punktpar $(AB), (C,D)$ er HK $\Leftrightarrow$ det finns P, Q, R, S slik at

$A = PQ \cap RS$ $B = PR \cap QS$ $C = PS \cap AB$ $D = QR \cap AB$

$\Leftarrow$ Se på $\triangle PAB$.

R, Q, D er Menelaos-punkter.

$$\frac{BR}{RP} \cdot \frac{PQ}{QA} \cdot \frac{AD}{DB} = -1$$

AS, PS, BS er Ceva-linjer, konkurrente,

$$\frac{BR}{RP} \cdot \frac{PQ}{QA} \cdot \frac{AC}{CB} = 1$$

Deler uttrykkene på hverandre:

$$\frac{AD}{DB} \cdot \frac{CB}{AC} = -1$$

✓