



Tecnológico de Monterrey

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

TE3002B.501

Integración de robótica y sistemas Inteligente (Gpo 501)

Semestre: febrero - junio 2024

Actividad 2: Espacio de estados

Alumno:

Fredy Yahir Canseco Santos

A01735589

Profesor: Dr. Alfredo García Suárez

Fecha de entrega: 08 de Abril del 2024

Obtener la representación en espacio de estados de cada uno de los siguientes modelos dinámicos

a) $J\ddot{q} + k\dot{q} + mga \cos(q) = \tau$, $a=l/2$, $J=4/3 ma^2$, donde la entrada es “ τ ” y la salida es “ q ” **(Robot de 1 link)**

Se despeja la ecuación diferencial para así poder representar nuestra función en variables de estado.

$$Jq'' + kq' + mgaq = \tau$$

$$q'' = -\frac{kq'}{J} - \frac{mgaq}{J} + \frac{\tau}{J}$$

Luego de esto se establecen las variables de estado y se toman sus equivalencias

$$x_1 = q \quad x_2 = q' \quad x'_1 = q' \quad x'_2 = q'' \quad \Rightarrow x'_1 = x_2 = q'$$

Se sustituyen las variables de estado y sus equivalencias.

$$x'_2 = \frac{\tau}{J} - \frac{mga x_1}{J} - \frac{k x_2}{J}$$

Representación del estado de espacios de forma matricial

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-mga x_1}{J} & -\frac{k}{J} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} \tau$$

b) $L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = E$, donde la entrada es “E” y la salida es “q”
(Circuito electrico RLC)

Se despeja la ecuación diferencial para así poder representar nuestra función en variables de estado.

$$Lq'' + Rq' + \frac{1}{C}q = E$$

$$Lq'' = -Rq' - \frac{1}{C}q + E$$

$$q'' = -\frac{Rq'}{L} - \frac{1}{LC}q + \frac{E}{L}$$

Luego de esto se establecen las variables de estado y se toman sus equivalencias

$$x_1 = q \quad x_2 = q' \quad x'_1 = q' \quad x'_2 = q'' \quad \Rightarrow x'_1 = x_2 = q'$$

Se sustituyen las variables de estado y sus equivalencias.

$$x'_2 = -\frac{R}{L}x_2 - \frac{1}{LC}x_1 + \frac{E}{L}$$

$$x'_1 = -\frac{1}{LC}x_1 - \frac{R}{L}x_2 + \frac{E}{L}$$

Representación del estado de espacios de forma matricial

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} E$$

c) $\tau^2 \ddot{y} + 2\epsilon\tau \dot{y} + y = x$, donde la entrada es “ x ” y la salida es “ y ”
(Sistema arbitrario)

Se despeja la ecuación diferencial para así poder representar nuestra función en variables de estado.

$$\tau^2 y'' + 2\epsilon\tau y' + y = x$$

A continuación se despeja la ecuación diferencial.

$$y'' = -\frac{2\epsilon\tau y'}{\tau^2} - \frac{y}{\tau^2} + \frac{x}{\tau^2}$$

Luego de esto se establecen las variables de estado y se toman sus equivalencias

$$x_1 = y \quad x_2 = y' \quad x_1' = y' \quad x_2' = y_2'' \quad \Rightarrow x_1' = x_2 = y'$$

Se sustituyen las variables de estado y sus equivalencias.

$$x_2' = -\frac{2\epsilon\tau x_2}{\tau^2} - \frac{x_1}{\tau^2} + \frac{x}{\tau^2}$$

$$x_1' = -\frac{x_1}{\tau^2} - \frac{2\epsilon\tau x_2}{\tau^2} + \frac{x}{\tau^2}$$

Representación del estado de espacios de forma matricial

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{x_1}{\tau^2} & -\frac{2\epsilon\tau}{\tau^2}x_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\tau^2} \end{bmatrix} x$$