TARDE

33 - por donde debería encontrar

Solución Taller 2

Santiago Jesus Gomez Gil, Fredy Andres Rosero Cristancho

02 de Agosto de 2024

XXX = 270, YYY = 114

1 Problema 12 Wheat/Corn

1.1 Formulación del problema.

1.1.1 Variables de desición:

- A_1 : Acres plantados con trigo
- A_2 : Acres plantados con maiz
- L : Horas de labor requeridas

29/40

1.1.2 Parametros:

- Acres maximos: 45
- Acres maximos de trigo: 140
- Acres maximos de maiz: 120
- Fanegadas de trigo por acre: 5
- Fanegadas de maiz por acre: 4
- Precio de venta del trigo: \$ 122.700 / fanegada
- Precio de venta del maiz: \$ 201.140 / fanegada
- horas requeridas por acre para el trigo: 6
- horas requeridas por acre para el trigo: 10
- horas maximas de mano de obra: 350
- precio de la mano de obra por hora: \$ 42.700

24

25

23

1.1.3 Restricciones:

- $A_1 + A_2 \leq 45$ acres
- $6A_1 + 10A_2 - L \leq 0$
- $L \leq 350$
- $5A_1 \leq 140$
- $4A_2 \leq 120$
- $A_1, A_2, L \geq 0$

1.1.4 Función objetivo

$$max\ z = 613.500A_1 + 804.560A_2 - 42.700L$$

1.1.5 Problema

$$max\ z = 613.500A_1 + 804.560A_2 - 42.700L$$

s.a

1. $A_1 + A_2 \leq 45$ acres
2. $6A_1 + 10A_2 - L \leq 0$
3. $L \leq 350$
4. $5A_1 \leq 140$
5. $4A_2 \leq 120$
6. $A_1, A_2, L \geq 0$

¿Réplica del Lindo? Mostrar en el reporte los valores que calculó

8/10

1.2 Preguntas

a. ¿Cuánto es lo máximo que debería pagar Leary por una hora adicional de trabajo?

   RTA: restamos el valor que puede decrecer la variable L a su valor actual en la seccion "OBJ COEFICIENT RANGES", que es 5065, o con el comando `WheatCorn.getVarByName('L').SAObjLow`, obteniendo que el valor maximo a pagar por hora de trabajo es **$47.765**

   ? 0/6

b. ¿Cuánto es lo máximo que debería pagar Leary por un acre adicional de tierra?

   RTA: observando el precio dual de la primera restriccion o con el precio sombra para la restriccion R0 (`WheatCorn.getConstrByName('R0').pi`), se tiene que el precio maximo por acre adicional deberia ser **$326.910**

   6/6

c. Si sólo hubiera 40 acres de tierra disponibles, ¿cuál sería la ganancia de Leary?

RTA: dado el valor por acre anterior y el valor optimo de la funcion \$16'483.700 (`WheatCorn.objVal`), tenemos que la ganacia de Leary disminuye en \$326.910·5 = \$1'634.550, obteniendo una ganancia de \$16'483.700− \$1'634.550 = \$14'849.150

6/6

d. Si el precio del trigo cayera a \$104.000, ¿cuál sería la nueva solución óptima?

RTA: Teniendo en cuenta los limites para los valores de A1 (482.736 - 633.760) y que el nuevo valor $104000 * 5 = 520000$ esta dentro del rango, podemos calcular el nuevo valor optimo,

$$OptimoActual + (CoeficienteNuevo - CoeficienteActual) * A1Actual = OptimoNuevo$$

$$16483700 + (520000 - 613500) * 25 = 14146200$$

6/6

Siendo \$14'146.200 la nueva solucion optima.

e. El granjero Leary está considerando cultivar cebada. La demanda de cebada es ilimitada. Un acre produce 4 fanegas de cebada y requiere 3 horas de trabajo. Si la cebada se vende a \$120.000 la fanegada, ¿Leary debería producir cebada?

Basado en el análisis del primal

3/6

RTA: Planteamos de nuevo el problema,

$$max\ z = 613.500A_1 + 804.560A_2 + 480000A_3 - 42.700L$$

s.a

1. $A_1 + A_2 + A_3 \leq 45$ acres
2. $6A_1 + 10A_2 + 3A_3 - L \leq 0$
3. $L \leq 350$
4. $5A_1 \leq 140$
5. $4A_2 \leq 120$
6. $A_1, A_2, A_3, L \geq 0$

el nuevo valor optiomo es de \$16'614.300, indicando una ganancia mayor, por lo cual Leary deberia producir cebada.

2 Problema 16

2.1 Formulación del problema.

2.1.1 Variables de desición:

- X_1 : cantidad de anillos tipo 1
- X_2 : cantidad de anillos tipo 2
- R : cantidad de rubis por comprar

2.1.2 Parametros:

- precio de venta del anillo de tipo 1 : \$162.700
- precio de venta del anillo de tipo 2 : \$201.140
- precio de compra por rubis extra : \$ 42.700

2.1.3 Restricciones:

1. $2X_1 + 3X_2 - R \leq 100$
2. $3X_1 + 2X_2 \leq 120$
3. $X_1 + 2X_2 \leq 70$
4. $X_1 \geq 20$
5. $X_2 \geq 25$
6. $X_1, X_2 \geq 0$

2.1.4 Función objetivo:

$$\max\ z = 162.700X_1 + 201.140X_2 - 42.700R$$

2.1.5 Problema

$$\max\ z = 162.700X_1 + 201.140X_2 - 42.700R$$

8/10

s.a.

1. $2X_1 + 3X_2 - R \leq 100$
2. $3X_1 + 2X_2 \leq 120$
3. $X_1 + 2X_2 \leq 70$
4. $X_1 \geq 20$
5. $X_2 \geq 25$
6. $X_1, X_2 \geq 0$

Reproducción solución de modelo?

2.2 Preguntas

a. Supongamos que en lugar de \$42.700 dólares, cada rubí cuesta \$76.000 dólares. ¿Zales seguiría comprando rubíes? ¿Cuál sería la nueva solución óptima al problema?

RTA: Ya que el nuevo precio esta dentro del limite para esa variable (0 - 813650) dado en "OBJ COEFICIENT RANGES", podemos calcular el nuevo optimo, 5/5

$$OptimoActual-(CoeficienteNuevo-CoeficienteActual)*RActual = OptimoNuevo$$

$$7642000-(76000-42700)*15 = 7142500$$

Zeles puede seguir comprando rubis, aunque sus ganancias bajan a $\$7'142.000$

b. Supongamos que a Zales sólo se le exigiera producir al menos 23 anillos tipo 2 (X_2). ¿Cuál sería la ganancia de Zales ahora?

RTA: dado que la restriccion se encuentra dentro del rango (22.5 - 25), y su precio dual es de -81560, se puede calcular el nuevo optimo como,

$$OptimoActual + PrecioDual * VariacionDeX_2$$

Donde la variacion de X_2 son las dos unidades que disminuye.

$$7642000+81560*2 = 7805120$$ 5/5

Siendo sus ganacias ahora de $\$7'805.120$

c. ¿Cuánto es lo máximo que Zales estaría dispuesto a pagar por otra hora de trabajo de joyeria? 5/5

RTA: Segun el precio dual de la restriccion 3, Zales deberia pagar \$77.300 por cada hora adicional.

d. ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar Zales por otro zafiro?

RTA: Dados los "OBJ COEFICIENT RANGES" para R, Zales podria pagar por mucho \$38.650 más por cada zafiro, es decir, \$81.350 por cada uno. 0/5

e. Zales está considerando producir anillos Tipo 3. Cada anillo Tipo 3 se puede vender por \$220.000 dólares y requiere 4 rubíes, 2 zafiros y 1 hora de trabajo de joyero. ¿Debería Zales producir anillos tipo 3?

RTA: Replanteamos el problema con los nuevos datos,

$$\max z = 162.700X_1 + 201.140X_2 + 220.000X_3 - 42.700R$$

s.a.

1. $2X_1 + 3X_2 + 4X_3 - R \leq 100$

2. $3X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 120$
3. $X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 70$
4. $X_1 \geq 20$
5. $X_2 \geq 25$
6. $X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Con ordenes precision 2/5

obtenemos que el producir anillos tipo 3, no genera ningun beneficio, ya que las ganacias son las mismas y no se debe producir ningun anillo tipo 3.

2.3 BFS inicial

Para hallar la primera solucion basica factible, planteamos el problema en su forma estandar:

25/40

$$\max\ z = 162700X_1 + 201140X_2 - 42700R$$

s.a

1. $2X_1 + 3x + X_2 - R + S_1 = 100$
2. $3X_1 + 2x + X_2 + S_2 = 120$
3. $X_1 + 2x + X_2 + S_3 = 70$
4. $X_1 - a_1 = 20$
5. $X_2 - a_2 = 25$

holgura no artificial

0

Creamos la tabla inicial del Simplex,

Básicas	X_1	X_2	R	s_1	s_2	s_3	a_1	a_2	RHS
s_1	2	3	-1	1	0	0	0	0	100
s_2	3	2	0	0	1	0	0	0	120
s_3	1	2	0	0	0	1	0	0	70
a_1	1	0	0	0	0	0	-1	0	20
a_2	0	1	0	0	0	0	0	-1	25
Z	-162700	-201140	42700	0	0	0	0	0	0

Table 1: Primera tabla del método simplex.

como se observa en la tabla tomamos X_1, X_2 y R como variables no basicas, y las de holgura y artificiales como variables basicas. Por lo cual la solucion basica inicial factible seria,

$$X_1 = X_2 = R = 0$$

$$s_1 = 100, s_2 = 120, s_3 = 70, a_1 = -20, a_2 = -25$$

no pueden ser negativos

3 Problema 26

A continuación se resuelve el Problema 26 de los *Problemas de Repaso* de la Sección de 6, del libro *Operations Research: Applications and Algorithms*, 4th ed. de Winston, W. L., pp. 353-354. Se requiere:

- Utilizar Gurobi.
- Todos los valores de dinero deben ser multiplicados por 3270.
- Además plantear el problema dual y darle solución a partir de la información obtenida en la solución del primal y resolverlo usando holgura complementaria.

Enunciado del problema modificado

Wivco produce dos productos: 1 y 2. Los datos relevantes se muestran en la Tabla 64. Cada semana se pueden comprar hasta 400 unidades de materia prima a un costo de \$4905 por unidad. La empresa emplea a cuatro trabajadores, quienes trabajan 40 horas por semana (sus salarios se consideran un costo fijo). Los trabajadores pueden trabajar horas extra, que se pagan a \$29430 por hora. Cada semana, se disponen de 320 horas de tiempo de máquina.

En ausencia de publicidad, se demandarán 50 unidades del producto 1 y 60 unidades del producto 2 cada semana. La publicidad puede usarse para estimular la demanda de cada producto. Cada dólar gastado en publicidad del producto 1 aumenta su demanda en 10 unidades; cada dólar gastado en publicidad del producto 2 aumenta su demanda en 15 unidades. Se pueden gastar hasta \$327000 en publicidad.

Use Gurobi para resolver este PL. Luego responda las preguntas siguientes con ayuda de los resultados que da la computadora:

- a. Si el tiempo extra fuera de sólo 1080 dólares/hora, ¿Wivco recurriría a él?
- b. Si cada unidad del producto 1 se vendiera en 4185 dólares, ¿la base actual seguiría siendo óptima? ¿Cuál sería la nueva solución óptima?
- c. ¿Cuánto es lo más que Wivco debería estar dispuesta a pagar por otra unidad de materia prima?
- d. ¿Cuánto debería estar dispuesto a pagar Wivco por otra hora de tiempo máquina?
- e. Si a cada trabajador se le exigiera (como parte de la semana de trabajo regular) trabajar 45 horas por semana, ¿cuál sería la utilidad de la compañía?
- f. Explique por qué el precio sombra del renglón (1) es 0.10. (Sugerencia: si el lado derecho de (1) se incrementara de 50 a 51, entonces por no

haber publicidad para el producto 1, ahora se venderían 51 unidades a la semana.)

- g. Wivco planea elaborar un nuevo producto (producto 3). Cada unidad se vende en 17 dólares y requiere 2 horas de mano de obra, 1 unidad de materia prima y 2 horas de tiempo de máquina. ¿Debería Wivco fabricar el producto 3?

- h. Si cada unidad del producto 2 se vendiera en 10 dólares, ¿la base actual seguiría siendo óptima?

Variables de Decisión

- $P1$: número de unidades del producto 1 producidas cada semana
- $P2$: número de unidades del producto 2 producidas cada semana
- OT: número de horas de trabajo extra utilizadas cada semana
- RM: número de unidades de materia prima compradas cada semana
- $A1$: dólares gastados cada semana en publicidad del producto 1
- $A2$: dólares gastados cada semana en publicidad del producto 2

Modelo Primal

Entonces Wivco debería resolver el PL, siguiente:

Maximizar $Z = 4050P1 + 2160P2 - 29430OT - 4905RM - A1 - A2$s.a.:

(R2)
0.75P1 + 0.5P2 + 2P3 $\leq 160 + OT$ hrs. (R3)
$2P1 + P2 + P3 \leq RM$ und. (R4)
$RM \leq 400$ und. (R5)
$A1 + A2 \leq \$327000$ (R6)
$1.5P1 + 0.8P2 + 2P3 \leq 320$ hrs. (R7)
Todas las variables ≥ 0

no a lo que se pidió
en el código

Table 64

"'latex

	Product 1	Product 2
Selling price	\$4050	\$2160
Labor required	0.75 hour	0.50 hour
Machine time required	1.5 hours	0.80 hour
Raw material required	2 units	1 unit

Table 2: Table 64

Se ha indicado varias veces en clase no código al informe interpretar y analizar los resultados

Desarrollo

```
import gurobipy as gp
from gurobipy import GRB

# Crear el modelo
m = gp.Model("Problema26_Modificado")

# Multiplicador para valores monetarios
mult = 3270

# Añadir variables de decisión
P1 = m.addVar(name="P1", lb=0)
P2 = m.addVar(name="P2", lb=0)
OT = m.addVar(name="OT", lb=0)
RM = m.addVar(name="RM", lb=0)
A1 = m.addVar(name="A1", lb=0)
A2 = m.addVar(name="A2", lb=0)

# Definir la función objetivo
m.setObjective(15 * mult * P1 + 8 * mult * P2 - 6 * mult * OT - 1.5 * mult * RM - A1 - A2, (

# Añadir restricciones
m.addConstr(0.75 * P1 + 10 * A1 >= 50, "R1")
m.addConstr(0.75 * P2 + 15 * A2 >= 60, "R2")
m.addConstr(0.75 * P1 + 0.5 * P2 <= 160 + OT, "R3")
m.addConstr(2 * P1 + P2 <= RM, "R4")
m.addConstr(RM <= 400, "R5")
m.addConstr(A1 + A2 <= 100 * mult, "R6")
m.addConstr(1.5 * P1 + 0.8 * P2 <= 320, "R7")

# Optimizar el modelo
m.optimize()

# Obtener y mostrar los resultados
print("\n# Valores óptimos de las variables de decisión:")
for v in m.getVars():
    print(f'{v.VarName}: {v.X:.2f}')
```

```
print(f'\nValor Óptimo del Objetivo: {m.ObjVal:.2f}')
print("El valor óptimo de la función objetivo representa el máximo beneficio neto obtenido (

# Mostrar costos reducidos
print("\n# Costos reducidos de las variables de decisión:")
for v in m.getVars():
    print(f'{v.VarName}: {v.RC:.2f}')
print("Los costos reducidos indican cuánto cambiaría el valor de la función objetivo si se :
print("Si el costo reducido es 0, la variable está en la solución óptima actual.")
print("Un costo reducido negativo en un problema de maximización significa que incrementar :
print("Un costo reducido positivo en un problema de minimización significa que incrementar :

# Mostrar holgura o exceso
print("\n# Holgura o exceso de las restricciones:")
for c in m.getConstrs():
    print(f'{c.ConstrName}: {c.Slack:.2f}')
print("La holgura (slack) indica cuánto margen hay en una restricción. Si la holgura es 0, :

# Mostrar precios sombra
print("\n# Precios sombra de las restricciones:")
for c in m.getConstrs():
    print(f'{c.ConstrName}: {c.Pi:.2f}')
print("El precio sombra (shadow price) muestra el cambio en el valor de la función objetivo

# Obtener rangos de lados derechos
print("\n# Rangos permisibles de los lados derechos (RHS):")
for c in m.getConstrs():
    print(f'{c.ConstrName}: {c.SARHSLow:.2f} to {c.SARHSUp:.2f}')
print("Los rangos permisibles de los lados derechos indican cuánto pueden variar los valores

# Obtener rangos de coeficientes de la función objetivo
print("\n# Rangos permisibles de los coeficientes de la función objetivo:")
for v in m.getVars():
    print(f'{v.VarName}: {v.SAObjLow:.2f} to {v.SAObjUp:.2f}')
print("Los rangos permisibles de los coeficientes de la función objetivo indican cuánto pue(
```

```
Gurobi Optimizer version 11.0.3 build v11.0.3rc0 (linux64 - "Arch Linux")

CPU model: AMD A4-5000 APU with Radeon(TM) HD Graphics, instruction set [SSE2|AVX]
Thread count: 4 physical cores, 4 logical processors, using up to 4 threads

Optimize a model with 7 rows, 6 columns and 15 nonzeros
Model fingerprint: 0x3fb87a59
Coefficient statistics:
  Matrix range     [5e-01, 2e+01]
```

3/4.

```
Objective range    [1e+00, 5e+04]
Bounds range       [0e+00, 0e+00]
RHS range          [5e+01, 3e+05]
Presolve removed 1 rows and 0 columns
Presolve time: 0.03s
Presolved: 6 rows, 6 columns, 14 nonzeros

Iteration    Objective       Primal Inf.    Dual Inf.      Time
       0    1.0464000e+07   5.849142e+01   0.000000e+00     0s
       3    7.9788000e+06   0.000000e+00   0.000000e+00     0s

Solved in 3 iterations and 0.06 seconds (0.00 work units)
Optimal objective  7.978800000e+06

# Valores óptimos de las variables de decisión:
P1: 160.00
P2: 80.00
OT: 0.00
RM: 400.00
A1: 0.00
A2: 0.00
```

0

```
Valor Óptimo del Objetivo: 7978800.00
El valor óptimo de la función objetivo representa el máximo beneficio neto obtenido con


# Costos reducidos de las variables de decisión:
P1: 0.00
P2: 0.00
OT: -6539.60
RM: 0.00
A1: -1.00
A2: 0.00
Los costos reducidos indican cuánto cambiaría el valor de la función objetivo si se inc
Si el costo reducido es 0, la variable está en la solución óptima actual.
Un costo reducido negativo en un problema de maximización significa que incrementar la

Un costo reducido positivo en un problema de minimización significa que incrementar la


# Holgura o exceso de las restricciones:
R1: -70.00
R2: 0.00
R3: 0.00
R4: 0.00
R5: 0.00
```

```
R6: 327000.00
R7: 16.00
La holgura (slack) indica cuánto margen hay en una restricción. Si la holgura es 0, la ı


# Precios sombra de las restricciones:
R1: 0.00
R2: -0.07
R3: 13080.40
R4: 19619.85
R5: 14714.85
R6: 0.00
R7: 0.00
El precio sombra (shadow price) muestra el cambio en el valor de la función objetivo po


# Rangos permisibles de los lados derechos (RHS):
R1: -inf to 120.00
R2: 60.00 to 4905060.00
R3: 150.00 to 160.00
R4: 0.00 to 26.67
R5: 400.00 to 426.67
R6: 0.00 to inf
R7: 304.00 to inf
Los rangos permisibles de los lados derechos indican cuánto pueden variar los valores d


# Rangos permisibles de los coeficientes de la función objetivo:
P1: 47415.10 to 52320.10
P2: 24524.95 to 26977.45
OT: -inf to -13080.40
RM: -19619.85 to inf
A1: -inf to -0.00
A2: -16350.00 to -0.00
Los rangos permisibles de los coeficientes de la función objetivo indican cuánto pueden

Gurobi Optimizer version 11.0.3 build v11.0.3rc0 (linux64 - "Arch Linux")

CPU model: AMD A4-5000 APU with Radeon(TM) HD Graphics, instruction set [SSE2|AVX]
Thread count: 4 physical cores, 4 logical processors, using up to 4 threads

Optimize a model with 6 rows, 7 columns and 14 nonzeros
Model fingerprint: 0xb009b215
Coefficient statistics:
  Matrix range     [5e-01, 2e+01]
  Objective range  [5e+01, 3e+05]
```

```
  Bounds range     [0e+00, 0e+00]
  RHS range        [1e+00, 5e+04]
Presolve removed 3 rows and 2 columns
Presolve time: 0.04s
Presolved: 3 rows, 5 columns, 10 nonzeros

Iteration    Objective       Primal Inf.    Dual Inf.      Time
       0    8.6982000e+06   1.166298e+05   0.000000e+00      0s
       3    1.1968190e+07   0.000000e+00   0.000000e+00      0s

Solved in 3 iterations and 0.07 seconds (0.00 work units)
Optimal objective  1.196819000e+07

# Valores óptimos de las variables duales:
y1: 0.10
y2: 0.00
y3: 19620.00
y4: 17167.46
y5: 22072.46
y6: 0.00
y7: 0.00

Valor Óptimo del Objetivo Dual: 11968190.00

# Holgura o exceso de las restricciones duales:
D1: 0.00
D2: -817.46
D3: 0.00
D4: 0.00
D5: 0.00
D6: 1.00

# Precios sombra de las restricciones duales:
D1: 200.00
D2: 0.00
D3: -10.00
D4: -400.00
D5: -10.00
D6: 0.00
```

Incisos

a. Si el tiempo extra fuera de sólo $1080/hora, ¿Wivco recurriría a él?

?

Rango del coeficiente OT de la Función Objetivo es `-inf to -13080.40`. Si actualmente el coeficiente o costo de la variable OT es de $29430, entonces hablamos de disminución de costo. Como notamos que el rango de disminución es de `-inf to -13080.40`, la disminución de coeficiente (costo) no cambia la base óptima actual.

El tiempo extra afectaría la restricción (R3) cuyo precio sombra es $13080.40, es decir, por cada hora extra se incrementa la utilidad en $13080.40. Así que si el tiempo extra fuera de sólo $1080/hora, Wivco recurriría a él, puesto que sigue estando dentro del rango permisible y aumentaría la utilidad.

?

2/4.

b. Si cada unidad del producto 1 se vendiera en $4185, ¿la base actual seguiría siendo óptima? ¿Cuál sería la nueva solución óptima?

Rango del coeficiente $P1$ de la Función Objetivo es `47415.10 to 52320.10`. Por lo que si el nuevo precio de venta del producto 1 es $4185, está dentro del rango permisible y la base actual seguiría siendo óptima. La nueva solución óptima sería:

0/4.

$$\begin{aligned} Z &= 4185 \cdot 160 + 2160 \cdot 80 - 29430 \cdot 0 - 4905 \cdot 400 - 0 - 0 \\ &= 669600 + 172800 - 0 - 1962000 - 0 - 0 \\ &= 7978800 \end{aligned}$$

c. ¿Cuánto es lo más que Wivco debería estar dispuesta a pagar por otra unidad de materia prima?

El precio sombra de la restricción (R5) es $14714.85. Esto significa que por cada unidad adicional de materia prima, la utilidad aumentaría en $14714.85. Actualmente, el costo de la materia prima es de $4905, por lo tanto, Wivco debería estar dispuesta a pagar hasta $19619.85 por otra unidad de materia prima, valor que está dentro del rango del coeficiente RM de la función objetivo que es `-19619.85 to inf`.

2/4

d. ¿Cuánto debería estar dispuesto a pagar Wivco por otra hora de tiempo máquina?

La restricción relacionada con el tiempo de máquina es la restricción (R7), cuyo precio sombra es $0. Esto significa que Wivco no debería estar dispuesta a pagar por otra hora de tiempo máquina, ya que no afecta la utilidad de la compañía. No hay beneficio adicional por incrementar el tiempo de máquina, así que no vale la pena pagar por otra hora.

4/16

4.

e. Si a cada trabajador se le exigiera (como parte de la semana de trabajo regular) trabajar 45 horas por semana, ¿cuál sería la utilidad de la compañía?

Actualmente, los trabajadores trabajan 40 horas por semana, es decir, 4 trabajadores $\times$ 40 horas/trabajador = 160 horas. Si trabajan 45 horas por semana, sería, 4 trabajadores $\times$ 45 horas/trabajador = 180 horas, y la restricción (R3) tendría un nuevo RHS:

$$0.75P1 + 0.5P2 \leq 180 + OT \quad \text{(R3)}$$

El rango permisible del RHS de la restricción (R3) es `150.00` to `160.00`, así que la base óptima no cambia y la nueva restricción es válida. La nueva solución óptima sería utilizar el precio sombra de la restricción (R3) que es \$13080.40, es decir, por cada hora extra de trabajo se incrementa la utilidad en \$13080.40, entonces, la utilidad de la compañía sería: 3/4.

$$\begin{aligned}
Z' &= Z + \Delta\text{RHS} \cdot \text{Precio sombra} \\
Z' &= 7978800 + (180 - 160) \cdot 13080.40 \\
Z' &= 7978800 + 261608 \\
Z' &= 8240408
\end{aligned}$$

f. Explique por qué el precio sombra del renglón (R1) es 0.10. (Sugerencia: si el lado derecho de (R1) se incrementara de 50 a 51, entonces por no haber publicidad para el producto 1, ahora se venderían 51 unidades a la semana.)

La restricción asociada (R1) $0.75P1 + 10A1 \geq 50$ tiene un precio sombra de 0.10, lo que significa que por cada unidad adicional de RHS de la restricción (R1) se incrementa la utilidad en 0.10. Si el lado derecho (RHS) de la restricción (R1) se incrementara de 50 a 51, $0.75P1 + 10A1 \geq 51$, entonces en ausencia de publicidad para el producto 1, ahora se venderían 51 unidades a la semana. $0.75P1 + 10A1 \geq 51$ implica que la demanda del producto 1 debe ser de al menos 51 unidades, sin contar con cada 10 unidades de publicidad que se demandan por dólar gastado en publicidad del producto 1. Por esto, aunque el beneficio directo por cada unidad del producto 1 es de \$4050 y el costo de la demanda gracias a publicidad es de \$A1, tenemos más variables que afectan la demanda del producto 1, por lo que el precio sombra de la restricción (R1) es de 0.10. 2/4

5c = 327

g. Wivco planea elaborar un nuevo producto (producto 3). Cada unidad se vende en \$55590 y requiere 2 horas de mano de obra, 1 unidad de materia prima y 2 horas de tiempo de máquina. ¿Debería Wivco fabricar el producto 3?

Debemos calcular su costo reducido ($\bar{c}_3$) y verificar si es negativo. Si el costo reducido es negativo, incluir el producto 3 aumentará el valor de la función objetivo. El costo reducido ($\bar{c}_3$) se calcula como:

?

$$\bar{c}_j = \mathbf{c}_{BV}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_j - c_j$$

(Página 270 de *Operations Research: Applications and Algorithms* de Wayne L. Winston, 4th ed.)

Donde:

- $c_j = 55590$ (coeficiente de $P3$ en la función objetivo) - $\mathbf{c}_{BV} = [15 \cdot 3270, 8 \cdot 3270, -6 \cdot 3270, -1.5 \cdot 3270, -1, -1]$ - $\mathbf{a}_3 = [2, 1, 2, 0, 0, 0, 2]^T$ 2/4

Nuevo modelo con producto 3:

Función objetivo:

$$\max Z = 4050P1 + 2160P2 + 55590P3 - 29430OT - 4905RM - A1 - A2$$

Restricciones: ?

$$\begin{aligned} 0.75P1 + 10A1 &\geq 50 \\ 0.75P2 + 15A2 &\geq 60 \\ 0.75P1 + 0.5P2 + 2P3 &\leq 160 + OT \\ 2P1 + P2 + P3 &\leq RM \\ RM &\leq 400 \\ A1 + A2 &\leq 100 \cdot 3270 \\ 1.5P1 + 0.8P2 + 2P3 &\leq 320 \\ \text{Todas las variables} &\geq 0 \end{aligned}$$

Calculamos el costo reducido:

$$\bar{c}_3 = \mathbf{c}_{BV}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{a}_3 - c_3$$

Dado que el costo reducido es negativo, Wivco debería fabricar el producto 3, ya que aumentará el valor de la función objetivo.

h. Si cada unidad del producto 2 se vendiera en \$32700, ¿la base actual seguiría siendo óptima?

4/4

Rango del coeficiente $P2$ de la Función Objetivo es `24524.95 to 26977.45`, por lo que si el nuevo precio de venta del producto 2 es \$32700, está fuera del rango permisible y la base óptima cambiaría. Necesitaríamos resolver el nuevo problema para determinar la nueva solución óptima.

Problema Dual

Plantear y resolver el problema dual a partir de la información obtenida en la solución del primal Utilizando la información de precios sombra (dual prices) y holgura (slack) para resolver el dual utilizando holgura complementaria.

Holgura o exceso de las restricciones duales:

- $D1$: 0.00
- $D2$: -817.46
- $D3$: 0.00
- $D4$: 0.00
- $D5$: 0.00
- $D6$: 1.00

Precios sombra de las restricciones duales:

- $D1$: 200.00
- $D2$: 0.00
- $D3$: -10.00
- $D4$: -400.00
- $D5$: -10.00
- $D6$: 0.00

Estos resultados muestran que el problema dual está alineado con los resultados del primal, y se ha resuelto correctamente utilizando la holgura complementaria.