

原根

模 m 有原根的充要条件:

$$m = 2, 4, p^a, 2p^a \text{ (其中 } p \text{ 是奇素数)}$$

一个数 m 如果有原根, 则其原根个数为 $\phi(\phi(m))$; 特别地, 对素数有 $\phi(p)=p-1$ 。

假设 g 是奇素数 p 的一个原根, 则

$$g^1, g^2, \dots, g^{p-1}$$

在模 p 意义下两两不同, 且结果恰好为 $1 \sim p-1$, 由此可以定义“离散对数”, 与连续数学中的对数有异曲同工之妙。

离散对数又叫做“指标”, 有指标法则:

$$I(ab) \equiv I(a) + I(b) (\% (p-1))$$

$$I(a^k) \equiv k * I(a) (\% (p-1))$$

由此可以把乘法转化为加法。

2017 revenge

题意: 给你 n ($2e6$) 个数, 和一个数 r , 问你有多少种方案, 使得你取出某个子集, 能够让它们的乘积 mod 2017 等于 r 。

题解: 2017有5这个原根, 可以使用离散对数(指标)的思想把乘法转化成加法。

考虑 $dp[i][j]$ 表示到第 i 个点后取模结果为 j 的数的个数

$$f(i, j) = f(i-1, j) + f(i-1, (j - I(a(i))) \% (p-1)); I(i) \text{ 规定为 } i \text{ 的指标}$$

```
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;
int I[2020];
int main(){
    bitset<2016>f;
    int xx=1;
    for (int i=0;i<2016;i++){
        I[xx]=i;
        xx=(xx*5)%2017;
    }
    int n,r;
    while(~scanf("%d%d",&n,&r)){
        f.reset();
        f.set(I[1]);
        for (int i=1;i<=n;i++){
            int x;
            cin>>x;
            f^=((f<<I[x]) ^ (f>>(2016-I[x])));
        }
        cout<<f[I[r]]<<endl;
    }
    return 0;
}
```

