Universidad Nacional Autónoma de Honduras
Topología
Ejercicios de Repaso Complementarios para el Parcial I

Profesor: Dr. Fredy Vides

1. Determine las clausuras de los siguientes SE métricos de $\mathbb{R}$ respecto de la métrica usual:
   (a) $A = \{1/n | x \in \mathbb{Z}^+\}$
   (b) $B = \{1 - 1/n | n \in \mathbb{Z}^+\}$
   (c) $C = \{x | 0 < x < 1\}$
   (d) $C = \{x | 0 < x \leq 1\}$
2. Dados (X, d_X) y (Y, d_Y) EM, $\alpha > 0$, y dada $f \in Y^X$. Probar que si $d_Y(f(x), f(y)) \leq \alpha d_X(x, y)$ para cualquier par $x, y \in X$, entonces $f \in C(X, Y)$.
3. Dados X, Y tales que $|X|, |Y| < \infty$, considerados como EM respecto de la métrica discreta d.
   (a) Calcular $|\mathbb{P}(X)|$, donde $\mathbb{P}(X) = \{S \subseteq X\}$.
   (b) Calcular el número de conjuntos abiertos en X.
   (c) Calcular el número de conjuntos abiertos en Y.
   (d) Calcular $|\{0, 1\}^X|$ y $|\{4, 100\}^Y|$.
   (e) Probar que X es un EM compacto.
   (f) Probar que toda $f \in C(X, Y)$ es uniformemente continua.
4. Dados (X, d_X) y (Y, d_Y) EM, decimos que $f \in Y^X$ es una isometría si f es biyectiva, y si $d_Y(f(x), f(y)) = d_X(x, y)$ para cualquier par $x, y \in X$. Decimos en este caso que X e Y son isométricos. Suponiendo que X e Y son espacios métricos isométricos con respecto a una isometría $f \in Y^X$:
   (a) Probar que $f \in C(X, Y)$.
   (b) Probar que X es completo ssi Y es completo.