

Universidad Nacional Autónoma de Honduras

Departamento de Matemática Aplicada

Sistemas Dinámicos II

Ejercicios de Repaso para el Parcial I

Profesor: Dr. Fredy Vides

1. Calcular los primeros cinco términos del proceso iterativo de Picard para PVI. Cuando sea posible calcular la solución existente por algún método de solución de EDO.

(a) $x' = x - 2; x(0) = 1$

(b) $x' = x^{4/3}; x(0) = 0$

(c) $x' = x^{4/3}; x(0) = 0$

(d) $x' = \cos(x); x(0) = 0$

(e) $x' = 1/(2x); x(1) = 1$

2. Sea A una matrix de tipo $n \times n$. Probar que el método de Picard aplicado al PVI $X' = AX, X(0) = X_0$ produce la solución $X(t) = \exp(tA)X_0$.

3. Derivar la serie de Taylor para $\sin(2t)$ aplicando el método de Picard al PVI

$$x'' = -4x; x(0) = 0; x'(0) = 2.$$

4. Encontrar las constantes de Lipschitz para las siguientes funciones en las regiones indicadas.

(a) $f(x) = |x|, x \in (-\infty, \infty)$

(b) $f(x, y) = (x + 2y, -y), (x, y) \in \mathbb{R}^2$

5. Dados $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $C \in \mathbb{R}^n$. Probar o refutar que cada PVI de la forma $X' = AX + C, X(0) = X_0$ tiene solución única.