Résolution de l'équation du transfert radiatif 3D avec FreeFem++

D. Le Hardy, Y. Favennec, B. Rousseau
LTN UMR CNRS 6607
Université de Nantes

Soit l'ETR, équation stationnaire intégro-différentielle de Boltzmann :

$$\boldsymbol{s} \cdot \nabla L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{s}) + (\kappa + \sigma_s) L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{s}) = \int_{4\pi} \Phi(\boldsymbol{s}' \to \boldsymbol{s}) L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{s}') \, \mathrm{d}\boldsymbol{s}' + \kappa L_b(T) \tag{1}$$

où l'inconnue à déterminer est la luminance $L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{s})$, qui est dépendante à la fois de l'espace $\boldsymbol{x}$, mais aussi de la direction $\boldsymbol{s}$. Par ailleurs, L_b est l'émission du corps noir dépendante de la température, κ est le coefficient d'absorption qui correspond à la proportion d'absorption des photons par le milieu, σ est le coefficient de diffusion qui traduit le changement de direction des photons, et Φ est la fonction d'anisotropie qui donne une préférence sur la nouvelle direction des photons. Ces dernières variables sont supposées connues dans le milieu étudié.

Dans un premier temps, la discrétisation angulaire, avec N directions, permet d'approcher le terme intégral par une somme pondérée. Cette discrétisation transforme l'équation de transfert en un système d'équations semi-discrétisées de dimension N à N inconnues :

$$\boldsymbol{s}_i \cdot \nabla L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{s}_i) + (\kappa + \sigma_s) L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{s}_i) = \sum_{j=1}^{N} \Phi(\boldsymbol{s}_j \to \boldsymbol{s}_i) L(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{s}_j) + \kappa L_b(T) \quad \forall i = 1, \cdots, N \tag{2}$$

La formulation faible de se système est construite par une méthode éléments finis décentrés. La matrice associée à cette formulation faible est construire bloc par bloc sous FreeFem++.

La présentation insistera sur quelques spécificités d'ordre algorithmique pour la résolution itérative du système semi-discrétisé (2), ainsi que sur la gestion de conditions de reflexion aux frontières qui peuvent être soit diffuse, soit spéculaire.