Fórmulas da Lógica Proposicional

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Lógica para Ciência da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

18 de março de 2014

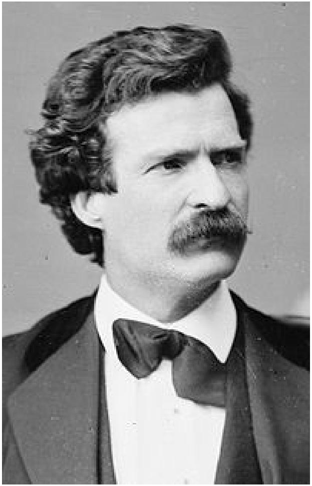
UFG
Campus Jataí

Plano de Aula

Sumário

Pensamento

Pensamento



Frase

A gente não se liberta de um hábito atirando-o pela janela: é preciso fazê-lo descer a escada, degrau por degrau.

Quem?

Mark Twain (1835 - 1910)
Escritor e humorista estadunidense

UFG
Campus Jataí

Sumário

UFG
Campus Jataí

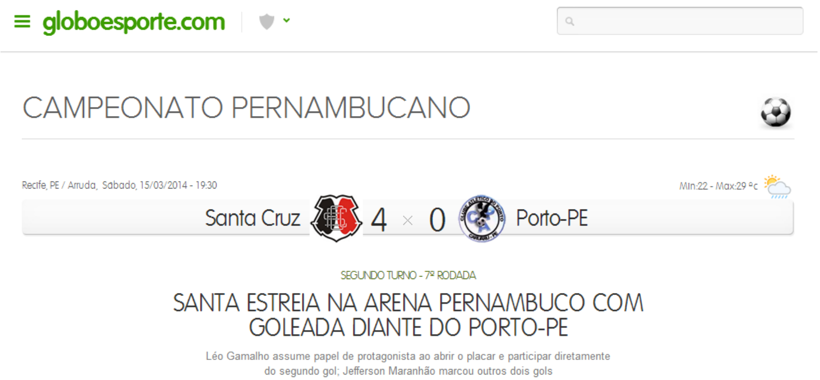
Avisos

Questão Avaliada 01 no Canvas

É necessária a avaliação pelos pares!

UFG
Campus Jataí

Notícias do Santa Cruz


globoesporte.com

CAMPEONATO PERNAMBUCANO

Recife, PE / Arruda, Sabado, 15/03/2014 - 19:30

Min:22 - Max:29 ºc

Santa Cruz 4 × 0 Porto-PE

SEGUNDO TURNO - 7ª RODADA

SANTA ESTREIA NA ARENA PERNAMBUCO COM GOLEADA DIANTE DO PORTO-PE

Léo Gamalho assume papel de protagonista ao abrir o placar e participar diretamente do segundo gol; Jefferson Maranhão marcou outros dois gols

UFG Campus Jataí

Sumário

UFG
Campus Jataí

Alfabeto

Alfabeto

- Um conjunto infinito e contável de *símbolos proposicionais*, também chamados de *átomos*, ou de *variáveis proposicionais*: $\mathcal{P} = \{p_0, p_1, p_2, ...\}$.
- O *conectivo unário* $\neg$ (negação, lê-se: NÃO).
- Os *conectivos binários* $\wedge$ (conjunção, lê-se: E), $\vee$ (disjunção, lê-se: OU), e $\rightarrow$ (implicação, lê-se: SE... ENTÃO...).
- Os elementos de pontuação, que contêm apenas os parênteses '(' e ')'.

Sumário

Fórmulas da LP

Fórmulas da LP

O conjunto $\mathcal{L}_{LP}$ das fórmulas proposicionais é definido indutivamente como o menor conjunto, satisfazendo as seguinte regras de formação:

1. **Caso básico:** Todos os símbolos proposicionais que estão em $\mathcal{L}_{LP}$; ou seja, $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{L}_{LP}$. Os símbolos proposicionais são chamados de *fórmulas atômicas*, ou átomos.
2. **Caso indutivo 1:** Se $A \in \mathcal{L}_{LP}$, então $(\neg A) \in \mathcal{L}_{LP}$.

UFG
Campus Jataí

Fórmulas da LP

Fórmulas da LP

O conjunto $\mathcal{L}_{LP}$ das fórmulas proposicionais é definido indutivamente como o menor conjunto, satisfazendo as seguinte regras de formação:

1. **Caso básico:** Todos os símbolos proposicionais que estão em $\mathcal{L}_{LP}$; ou seja, $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{L}_{LP}$. Os símbolos proposicionais são chamados de *fórmulas atômicas*, ou átomos.
2. **Caso indutivo 1:** Se $A \in \mathcal{L}_{LP}$, então $(\neg A) \in \mathcal{L}_{LP}$.
3. **Caso indutivo 2:** Se $A, B \in \mathcal{L}_{LP}$, então $(A \wedge B) \in \mathcal{L}_{LP}$, $(A \vee B) \in \mathcal{L}_{LP}$, e $(A \rightarrow B) \in \mathcal{L}_{LP}$.

UFG
Campus Jataí

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\texttt{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\texttt{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

1. **Caso básico:** $A = p$
   $\texttt{Subf}(p) = p$, para toda fórmula atômica $p \in \mathcal{P}$;

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\mathtt{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

2. **Caso** $A = (\neg B)$
   $\mathtt{Subf}((\neg B)) = \{(\neg B)\} \cup \mathtt{Subf}(B)$.

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\mathtt{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

3. **Caso** $A = (B \wedge C)$
   $\mathtt{Subf}((B \wedge C)) = \{(B \wedge C)\} \cup \mathtt{Subf}(B) \cup \mathtt{Subf}(C)$.

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\texttt{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

4. **Caso** $A = (B \vee C)$
   $\texttt{Subf}((B \vee C)) = \{(B \vee C)\} \cup \texttt{Subf}(B) \cup \texttt{Subf}(C)$.

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\texttt{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

5. **Caso** $A = (B \to C)$
   $\texttt{Subf}((B \to C)) = \{(B \to C)\} \cup \texttt{Subf}(B) \cup \texttt{Subf}(C)$.

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\texttt{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

1. **Caso básico:** $A = p$
   $\texttt{Subf}(p) = p$, para toda fórmula atômica $p \in \mathcal{P}$;
2. **Caso** $A = (\neg B)$
   $\texttt{Subf}((\neg B)) = \{(\neg B)\} \cup \texttt{Subf}(B)$.
3. **Caso** $A = (B \wedge C)$
   $\texttt{Subf}((B \wedge C)) = \{(B \wedge C)\} \cup \texttt{Subf}(B) \cup \texttt{Subf}(C)$.
4. **Caso** $A = (B \vee C)$
   $\texttt{Subf}((B \vee C)) = \{(B \vee C)\} \cup \texttt{Subf}(B) \cup \texttt{Subf}(C)$.
5. **Caso** $A = (B \rightarrow C)$
   $\texttt{Subf}((B \rightarrow C)) = \{(B \rightarrow C)\} \cup \texttt{Subf}(B) \cup \texttt{Subf}(C)$.

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

UFG
Campus Jataí

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.

- $\neg r \equiv (\neg r)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.

- $p \wedge q \equiv (p \wedge q)$

UFG Campus Jataí

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.

- $(r \wedge \neg q) \rightarrow \neg p \equiv ((r \wedge \neg q) \rightarrow \neg p)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.

- $\neg r \equiv (\neg r)$
- $p \wedge q \equiv (p \wedge q)$
- $(r \wedge \neg q) \rightarrow \neg p \equiv ((r \wedge \neg q) \rightarrow \neg p)$

UFG
Campus Jataí

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido dos conectivos $\wedge$ e $\vee$ dispensa o uso dos parênteses.

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido dos conectivos $\wedge$ e $\vee$ dispensa o uso dos parênteses.

- $p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s \equiv ((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido dos conectivos $\wedge$ e $\vee$ dispensa o uso dos parênteses.

- $r \vee s \wedge \neg t \vee p \equiv ((r \vee s) \wedge \neg t) \vee p$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido dos conectivos $\wedge$ e $\vee$ dispensa o uso dos parênteses.

- $p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s \equiv ((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s$
- $r \vee s \wedge \neg t \vee p \equiv ((r \vee s) \wedge \neg t) \vee p$

UFG Campus Jataí

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido dos conectivos $\wedge$ e $\vee$ dispensa o uso dos parênteses.

- $p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s \equiv ((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s$
- $r \vee s \wedge \neg t \vee p \equiv ((r \vee s) \wedge \neg t) \vee p$

Observação

Note que os parênteses aninham-se **à esquerda**.

UFG
Campus Jataí

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido do conectivo $\rightarrow$ também dispensa o uso dos parênteses.

UFG
Campus Jataí

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido do conectivo $\rightarrow$ também dispensa o uso dos parênteses.

- $p \rightarrow q \rightarrow \neg r \equiv p \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$

UFG
Campus Jataí

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido do conectivo $\rightarrow$ também dispensa o uso dos parênteses.

- $r \rightarrow \neg s \rightarrow \neg t \equiv r \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg t)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido do conectivo $\rightarrow$ também dispensa o uso dos parênteses.

- $p \rightarrow q \rightarrow \neg r \equiv p \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$
- $r \rightarrow \neg s \rightarrow \neg t \equiv r \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg t)$

UFG Campus Jataí

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido do conectivo $\rightarrow$ também dispensa o uso dos parênteses.

- $p \rightarrow q \rightarrow \neg r \equiv p \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$
- $r \rightarrow \neg s \rightarrow \neg t \equiv r \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg t)$

Observação

Note que os parênteses aninham-se **à direita**.

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Quando houver uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$.

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Quando houver uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$.

- $\neg p \wedge q \equiv ((\neg p) \wedge q)$

UFG
Campus Jataí

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Quando houver uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$.

- $p \vee q \wedge r \equiv p \vee (q \wedge r)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Quando houver uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$.

- $p \vee \neg q \rightarrow r \equiv (p \vee (\neg q)) \rightarrow r$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Quando houver uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$.

- $\neg p \wedge q \equiv ((\neg p) \wedge q)$
- $p \vee q \wedge r \equiv p \vee (q \wedge r)$
- $p \vee \neg q \rightarrow r \equiv (p \vee (\neg q)) \rightarrow r$

UFG
Campus Jataí

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

UFG
Campus Jataí

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Recomendação

Em geral, deve-se preferir clareza à economia de parênteses e, na dúvida, é bom deixar alguns parênteses para explicitar o sentido da fórmula.

UFG
Campus Jataí

Onde estudar mais...

Seção 1.2: A Linguagem Proposicional

SILVA, F. S. C. Da; FINGER, M.; MELO, A. C. V. de. Em **Lógica para Computação**. São Paulo: Thomson Learning, 2006. **Código Bib.: [519.687 SIL /log]**.

UFG
Campus Jataí

Fórmulas da Lógica Proposicional

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Lógica para Ciência da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

18 de março de 2014