

# Tamanho das Fórmulas e Semântica

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Lógica para Ciência da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação

10 de abril de 2014

# Plano de Aula

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
  - Ordem de precedência
- 4 Tamanho das Fórmulas
- 5 Semântica da LP

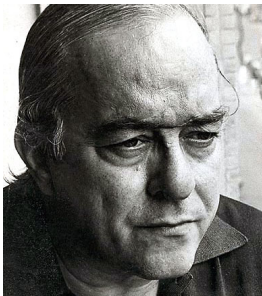
# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
  - Ordem de precedência
- 4 Tamanho das Fórmulas
- 5 Semântica da LP

# Pensamento



# Pensamento



## Frase

A gente não faz amigos,  
reconhece-os.

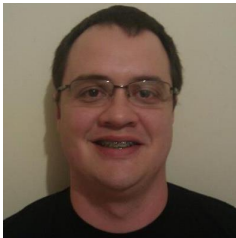
## Quem?

**Vinicius de Moraes (1913-80)**  
Diplomata e compositor brasileiro.

# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 **Avisos**
- 3 Revisão
  - Ordem de precedência
- 4 Tamanho das Fórmulas
- 5 Semântica da LP

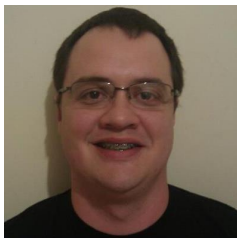
# Avisos



Nosso Monitor

Diego Beviláqua

# Avisos



Nosso Monitor

Diego Beviláqua

## Horário da Monitoria

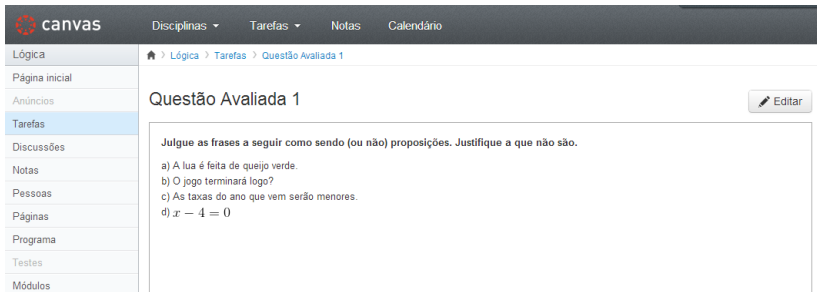
- A ser definido: próxima terça (15 de abril).



# Avisos

## Questão Avaliada 01 no Canvas

- É necessária a avaliação pelos pares!  
«Data máxima: 10 de abril (23h00)»;
- Desconto de 01 (hum) ponto da questão por cada avaliação não feita.



# Avisos

## Teste 01

- 15 de abril, Terça, 17h20.

# Avisos

## Teste 01

- 15 de abril, Terça, 17h20.

## Lista de Exercícios 01

- **Prazo máximo para entrega:** Segunda (14 de abril), 17h00,
- **Local de entrega:** Coordenação do Curso (com Jair).
- **Divulgação do Gabarito:** Segunda (14 de abril), 18h00.

# Avisos

## Teste 01

- 15 de abril, Terça, 17h20.

## Lista de Exercícios 01

- **Prazo máximo para entrega:** Segunda (14 de abril), 17h00,
- **Local de entrega:** Coordenação do Curso (com Jair).
- **Divulgação do Gabarito:** Segunda (14 de abril), 18h00.

## Lista de Exercícios 02

- Já está no Canvas;
- **Data de entrega:** 06 de maio, 17h00.

# Notícias do Santa Cruz

**Botafogo-PB**   $2 \times 0$   **Goiás**

Qua 02/04/2014 - 19:30 Almeidaão

chave 5

**Goiás**   $\times$   **Botafogo-PB**



Qua 16/04/2014 - 22:00 Serra Dourada



**Lagarto**   $0 \times 1$   **Santa Cruz**

Qua 09/04/2014 - 20:30 Presidente Médici

chave 6

**Santa Cruz**   $\times$   **Lagarto**

Qua 30/04/2014 - 19:30 Arruda

# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão**
  - Ordem de precedência
- 4 Tamanho das Fórmulas
- 5 Semântica da LP

# Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.

- $\neg r \equiv (\neg r)$
- $p \wedge q \equiv (p \wedge q)$
- $(r \wedge \neg q) \rightarrow \neg p \equiv ((r \wedge \neg q) \rightarrow \neg p)$

# Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido dos conectivos  $\wedge$  e  $\vee$  dispensa o uso dos parênteses.

- $p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s \equiv ((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s$
- $r \vee s \wedge \neg t \vee p \equiv ((r \vee s) \wedge \neg t) \vee p$

## Observação

Note que os parênteses aninham-se **à esquerda**.





# Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido do conectivo  $\rightarrow$  também dispensa o uso dos parênteses.

- $p \rightarrow q \rightarrow \neg r \equiv p \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$
- $r \rightarrow \neg s \rightarrow \neg t \equiv r \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg t)$

## Observação

Note que os parênteses aninham-se **à direita**.



# Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Quando houver uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem:  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$ .

- $\neg p \wedge q \equiv ((\neg p) \wedge q)$
- $p \vee q \wedge r \equiv p \vee (q \wedge r)$
- $p \vee \neg q \rightarrow r \equiv (p \vee (\neg q)) \rightarrow r$

# Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

## Recomendação

Em geral, deve-se preferir clareza à economia de parênteses e, na dúvida, é bom deixar alguns parênteses para explicitar o sentido da fórmula.

# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
  - Ordem de precedência
- 4 Tamanho das Fórmulas**
- 5 Semântica da LP

# Tamanho das Fórmulas

## Tamanho das Fórmulas

O tamanho ou complexidade de uma fórmula  $A$ , representado por  $|A|$ , é um número inteiro definido como se segue:

# Tamanho das Fórmulas

## Tamanho das Fórmulas

O tamanho ou complexidade de uma fórmula  $A$ , representado por  $|A|$ , é um número inteiro definido como se segue:

- 1 **Caso básico:**  $|p| = 1$   
para toda fórmula atômica  $p \in \mathcal{P}$ ;

# Tamanho das Fórmulas

## Tamanho das Fórmulas

O tamanho ou complexidade de uma fórmula  $A$ , representado por  $|A|$ , é um número inteiro definido como se segue:

- 2 **Caso**  $|(\neg A)|$   
 $|(\neg A)| = 1 + |A|.$

# Tamanho das Fórmulas

## Tamanho das Fórmulas

O tamanho ou complexidade de uma fórmula  $A$ , representado por  $|A|$ , é um número inteiro definido como se segue:

- 3 **Caso**  $|(A \circ B)|$   
 $|(A \circ B)| = 1 + |A| + |B|$ , para  $\circ \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$ .



# Tamanho das Fórmulas

## Tamanho das Fórmulas

O tamanho ou complexidade de uma fórmula  $A$ , representado por  $|A|$ , é um número inteiro definido como se segue:

- 1 **Caso básico:**  $|p| = 1$   
para toda fórmula atômica  $p \in \mathcal{P}$ ;
- 2 **Caso**  $|(\neg A)|$   
 $|(\neg A)| = 1 + |A|$ .
- 3 **Caso**  $|(A \circ B)|$   
 $|(A \circ B)| = 1 + |A| + |B|$ , para  $\circ \in \{\wedge, \vee, \rightarrow\}$ .

# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
  - Ordem de precedência
- 4 Tamanho das Fórmulas
- 5 Semântica da LP

# Semântica da LP

## Semântica

O estudo da semântica da lógica proposicional consiste em atribuir *valores verdade* às fórmulas da linguagem. Na lógica clássica, há apenas dois valores verdade: *verdadeiro* e *falso*. Representaremos o *verdadeiro* por 1 e o *falso* por 0.

# Semântica da LP

## Semântica

O estudo da semântica da lógica proposicional consiste em atribuir *valores verdade* às fórmulas da linguagem. Na lógica clássica, há apenas dois valores verdade: *verdadeiro* e *falso*. Representaremos o *verdadeiro* por 1 e o *falso* por 0.

## Função de Valoração $\mathcal{V}$

$$\mathcal{V} : \mathcal{P} \rightarrow \{0, 1\}$$

# Semântica da LP

## Valoração de uma fórmula qualquer



# Semântica da LP

## Valoração de uma fórmula qualquer

①  $\mathcal{V} : \mathcal{P} \rightarrow \{0, 1\}$  (Caso básico).



# Semântica da LP

## Valoração de uma fórmula qualquer

- 2  $\mathcal{V}(\neg A) = 1$   
se, e somente se,  $\mathcal{V}(A) = 0$ .



# Semântica da LP

## Valoração de uma fórmula qualquer

- 3  $\mathcal{V}(A \wedge B) = 1$   
se, e somente se,  $\mathcal{V}(A) = 1$  e  $\mathcal{V}(B) = 1$ .





# Semântica da LP

## Valoração de uma fórmula qualquer

- 4  $\mathcal{V}(A \vee B) = 1$   
sse  $\mathcal{V}(A) = 1$  ou  $\mathcal{V}(B) = 1$ .



# Semântica da LP

## Valoração de uma fórmula qualquer

- 5  $\mathcal{V}(A \rightarrow B) = 1$   
sse  $\mathcal{V}(A) = 0$  ou  $\mathcal{V}(B) = 1$ .



# Semântica da LP

## Valoração de uma fórmula qualquer

- ❶  $\mathcal{V} : \mathcal{P} \rightarrow \{0, 1\}$  (**Caso básico**).
- ❷  $\mathcal{V}(\neg A) = 1$   
se, e somente se,  $\mathcal{V}(A) = 0$ .
- ❸  $\mathcal{V}(A \wedge B) = 1$   
se, e somente se,  $\mathcal{V}(A) = 1$  e  $\mathcal{V}(B) = 1$ .
- ❹  $\mathcal{V}(A \vee B) = 1$   
sse  $\mathcal{V}(A) = 1$  ou  $\mathcal{V}(B) = 1$ .
- ❺  $\mathcal{V}(A \rightarrow B) = 1$   
sse  $\mathcal{V}(A) = 0$  ou  $\mathcal{V}(B) = 1$ .



# Matriz de Conectivos Lógicos

## Conectivo $\neg$

	$\neg A$
$A = 0$	1
$A = 1$	0

# Matriz de Conectivos Lógicos

## Conectivo $\neg$

	$\neg A$
$A = 0$	1
$A = 1$	0

## Conectivo $\wedge$

$A \wedge B$	$B = 0$	$B = 1$
$A = 0$	0	0
$A = 1$	0	1

# Matriz de Conectivos Lógicos

## Conectivo $\vee$

$A \vee B$	$B = 0$	$B = 1$
$A = 0$	0	1
$A = 1$	1	1

# Matriz de Conectivos Lógicos

## Conectivo $\vee$

$A \vee B$	$B = 0$	$B = 1$
$A = 0$	0	1
$A = 1$	1	1

## Conectivo $\rightarrow$

$A \rightarrow B$	$B = 0$	$B = 1$
$A = 0$	1	1
$A = 1$	0	1

# Valoração de Fórmulas

Dada a fórmula  $A = (p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q)$



## Valoração de Fórmulas

Dada a fórmula  $A = (p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q)$

$\mathcal{V}_1(A)$

Em que temos  $\mathcal{V}_1(p) = 1$ ,  $\mathcal{V}_1(q) = 0$  e  $\mathcal{V}_1(r) = 1$ .

## Valoração de Fórmulas

Dada a fórmula  $A = (p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q)$

$\mathcal{V}_1(A)$

Em que temos  $\mathcal{V}_1(p) = 1$ ,  $\mathcal{V}_1(q) = 0$  e  $\mathcal{V}_1(r) = 1$ .

$$\mathcal{V}_1(A) = 1$$

## Valoração de Fórmulas

Dada a fórmula  $A = (p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q)$

$\mathcal{V}_1(A)$

Em que temos  $\mathcal{V}_1(p) = 1$ ,  $\mathcal{V}_1(q) = 0$  e  $\mathcal{V}_1(r) = 1$ .

$$\mathcal{V}_1(A) = 1$$

$\mathcal{V}_2(A)$

Em que temos  $\mathcal{V}_2(p) = 1$ ,  $\mathcal{V}_2(q) = 1$  e  $\mathcal{V}_2(r) = 1$ .



## Valoração de Fórmulas

Dada a fórmula  $A = (p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q)$

$\mathcal{V}_1(A)$

Em que temos  $\mathcal{V}_1(p) = 1$ ,  $\mathcal{V}_1(q) = 0$  e  $\mathcal{V}_1(r) = 1$ .

$$\mathcal{V}_1(A) = 1$$

$\mathcal{V}_2(A)$

Em que temos  $\mathcal{V}_2(p) = 1$ ,  $\mathcal{V}_2(q) = 1$  e  $\mathcal{V}_2(r) = 1$ .

$$\mathcal{V}_2(A) = 0$$



# Valoração de Fórmulas

## Possibilidades de valorações diferentes

Se uma fórmula  $A$  possui  $N$  subfórmulas atômicas, e cada valoração pode atribuir ou 0 ou 1 a cada um desses átomos, temos que pode haver  $2^N$  distintas valorações para a fórmula  $A$ .

## Onde estudar mais...

### Seção 1.3: Semântica

SILVA, F. S. C. Da; FINGER, M.; MELO, A. C. V. de. Em **Lógica para Computação**. São Paulo: Thomson Learning, 2006. **Código Bib.: [519.687 SIL /log]**.

# Tamanho das Fórmulas e Semântica

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Lógica para Ciência da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação

10 de abril de 2014