

# Semântica da LP: Satisfazibilidade

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Lógica para Ciência da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação

24 de abril de 2014

# Plano de Aula

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
  - Semântica da LP
- 4 Satisfazibilidade

# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
  - Semântica da LP
- 4 Satisfazibilidade

# Pensamento



# Pensamento



## Frase

A ausência da prova não é  
a prova da ausência.

## Quem?

Desconhecido  
???.

# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos**
- 3 Revisão
  - Semântica da LP
- 4 Satisfazibilidade

# Notícias do Santa Cruz

**JOGOS DE HOJE**

tempo real	19:30	20:00	21:50
ATL 0 CHE 0	JEC NVH	PAR PON	STC SAL AVA BRA

Recife, PE / Arruda, Sábado, 19/04/2014 - 16:20

Min:23 - Max:31 °c

4°

**Santa Cruz**  **1** × **1**  **ABC**

Gols: Betinho

Gols: Dents Marques

4°

1ª RODADA

## COM GOL DE DÊNIS MARQUES, ABC EMPATA COM SANTA CRUZ NO ARRUDA

Atacante marca contra ex-clube, assegura empate no Recife e é aplaudido pela torcida adversária ao ser substituído. Tricolor sai na frente com Betinho

# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão**
  - Semântica da LP
- 4 Satisfazibilidade



# Semântica da LP

## Semântica

O estudo da semântica da lógica proposicional consiste em atribuir *valores verdade* às fórmulas da linguagem. Na lógica clássica, há apenas dois valores verdade: *verdadeiro* e *falso*. Representaremos o *verdadeiro* por 1 e o *falso* por 0.

## Função de Valoração $\mathcal{V}$

$$\mathcal{V} : \mathcal{P} \rightarrow \{0, 1\}$$

# Semântica da LP

## Valoração de uma fórmula qualquer

- 1  $\mathcal{V} : \mathcal{P} \rightarrow \{ 0, 1 \}$  (**Caso básico**).
- 2  $\mathcal{V}(\neg A) = 1$   
se, e somente se,  $\mathcal{V}(A) = 0$ .
- 3  $\mathcal{V}(A \wedge B) = 1$   
se, e somente se,  $\mathcal{V}(A) = 1$  e  $\mathcal{V}(B) = 1$ .
- 4  $\mathcal{V}(A \vee B) = 1$   
sse  $\mathcal{V}(A) = 1$  ou  $\mathcal{V}(B) = 1$ .
- 5  $\mathcal{V}(A \rightarrow B) = 1$   
sse  $\mathcal{V}(A) = 0$  ou  $\mathcal{V}(B) = 1$ .



# Matriz de Conectivos Lógicos

## Conectivo $\neg$

	$\neg A$
$A = 0$	1
$A = 1$	0

## Conectivo $\wedge$

$A \wedge B$	$B = 0$	$B = 1$
$A = 0$	0	0
$A = 1$	0	1

# Matriz de Conectivos Lógicos

## Conectivo $\vee$

$A \vee B$	$B = 0$	$B = 1$
$A = 0$	0	1
$A = 1$	1	1

## Conectivo $\rightarrow$

$A \rightarrow B$	$B = 0$	$B = 1$
$A = 0$	1	1
$A = 1$	0	1

# Valoração de Fórmulas

Dada a fórmula  $A = (p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q)$

$\mathcal{V}_1(A)$

Em que temos  $\mathcal{V}_1(p) = 1$ ,  $\mathcal{V}_1(q) = 0$  e  $\mathcal{V}_1(r) = 1$ .

$$\mathcal{V}_1(A) = 1$$

# Valoração de Fórmulas

Dada a fórmula  $A = (p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q)$

$\mathcal{V}_1(A)$

Em que temos  $\mathcal{V}_1(p) = 1$ ,  $\mathcal{V}_1(q) = 0$  e  $\mathcal{V}_1(r) = 1$ .

$$\mathcal{V}_1(A) = 1$$

$\mathcal{V}_2(A)$

Em que temos  $\mathcal{V}_2(p) = 1$ ,  $\mathcal{V}_2(q) = 1$  e  $\mathcal{V}_2(r) = 1$ .

# Valoração de Fórmulas

Dada a fórmula  $A = (p \vee \neg q) \rightarrow (r \wedge \neg q)$

$\mathcal{V}_1(A)$

Em que temos  $\mathcal{V}_1(p) = 1$ ,  $\mathcal{V}_1(q) = 0$  e  $\mathcal{V}_1(r) = 1$ .

$$\mathcal{V}_1(A) = 1$$

$\mathcal{V}_2(A)$

Em que temos  $\mathcal{V}_2(p) = 1$ ,  $\mathcal{V}_2(q) = 1$  e  $\mathcal{V}_2(r) = 1$ .

$$\mathcal{V}_2(A) = 0$$

# Valoração de Fórmulas

## Possibilidades de valorações diferentes

Se uma fórmula  $A$  possui  $N$  subfórmulas atômicas, e cada valoração pode atribuir ou 0 ou 1 a cada um desses átomos, temos que pode haver  $2^N$  distintas valorações para a fórmula  $A$ .



# Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
  - Semântica da LP
- 4 Satisfazibilidade

# Satisfazibilidade e Validade

## Satisfazibilidade

Uma fórmula  $A$  é dita *satisfazível* se existe uma valoração  $\mathcal{V}$  de seus átomos tal que  $\mathcal{V}(A) = 1$ .

# Satisfazibilidade e Validade

## Satisfazibilidade

Uma fórmula  $A$  é dita *satisfazível* se existe uma valoração  $\mathcal{V}$  de seus átomos tal que  $\mathcal{V}(A) = 1$ .

## Insatisfazibilidade

Uma fórmula  $A$  é dita *insatisfazível* se toda valoração  $\mathcal{V}$  de seus átomos é tal que  $\mathcal{V}(A) = 0$ .

# Validade

## Validade

Uma fórmula  $A$  é dita *válida* ou uma *tautologia* se toda valoração  $\mathcal{V}$  de seus átomos é tal que  $\mathcal{V}(A) = 1$ .

# Validade

## Validade

Uma fórmula  $A$  é dita *válida* ou uma *tautologia* se toda valoração  $\mathcal{V}$  de seus átomos é tal que  $\mathcal{V}(A) = 1$ .

## Falsificabilidade

Uma fórmula  $A$  é dita *falsificável* se existe uma valoração  $\mathcal{V}$  de seus átomos tal que  $\mathcal{V}(A) = 0$ .

# Corolários

## Corolário 01

Toda fórmula válida é também satisfazível.

# Corolários

## Corolário 01

Toda fórmula válida é também satisfazível.

## Corolário 02

Toda fórmula insatisfazível é falsificável.

# Corolários

## Corolário 01

Toda fórmula válida é também satisfazível.

## Corolário 02

Toda fórmula insatisfazível é falsificável.

## Corolário 03

Uma fórmula não pode ser satisfazível e insatisfazível.



# Corolários

## Corolário 01

Toda fórmula válida é também satisfazível.

## Corolário 02

Toda fórmula insatisfazível é falsificável.

## Corolário 03

Uma fórmula não pode ser satisfazível e insatisfazível.

## Corolário 04

Uma fórmula não pode ser válida e falsificável.



# Corolários

## Corolário 05

Se  $A$  é válida, então  $\neg A$  é insatisfatível; analogamente se  $A$  é insatisfatível, então  $\neg A$  é válida.

# Corolários

## Corolário 05

Se  $A$  é válida, então  $\neg A$  é insatisfatível; analogamente se  $A$  é insatisfatível, então  $\neg A$  é válida.

## Corolário 06

Se  $A$  é satisfatível,  $\neg A$  é falsificável, e vice-versa.

# Corolários

## Corolário 05

Se  $A$  é válida, então  $\neg A$  é insatisfatível; analogamente se  $A$  é insatisfatível, então  $\neg A$  é válida.

## Corolário 06

Se  $A$  é satisfatível,  $\neg A$  é falsificável, e vice-versa.

## Corolário 07

Existem fórmulas que são tanto satisfatíveis como falsificáveis.

# Desafio na Computação

## Problema em Aberto

Dada uma fórmula complexa qualquer, classificá-la como

- satisfazível;
- insatisfazível;
- válida;
- falsificável.

# Desafio na Computação

## Problema em Aberto

Dada uma fórmula complexa qualquer, classificá-la como

- satisfazível;
- insatisfazível;
- válida;
- falsificável.

## Primeira solução...

Construção de tabela da verdade.

## Onde estudar mais...

### Seção 1.3: Semântica

SILVA, F. S. C. Da; FINGER, M.; MELO, A. C. V. de. Em **Lógica para Computação**. São Paulo: Thomson Learning, 2006. **Código Bib.: [519.687 SIL /log]**.

# Semântica da LP: Satisfazibilidade

Esdras Lins Bispo Jr.  
bispojr@ufg.br

Lógica para Ciência da Computação  
Bacharelado em Ciência da Computação

24 de abril de 2014