

# LISTA DE EXERCÍCIOS 2

Universidade Federal de Goiás (UFG)  
Lógica para Ciência da Computação  
Esdras Lins Bispo Jr.

10 de Abril de 2014

1. Considerar duas valorações  $\mathcal{V}_1$  e  $\mathcal{V}_2$  tais que  $\mathcal{V}_1$  valora todos os átomos em 1 e  $\mathcal{V}_2$  valora todos os átomos em 0. Computar como  $\mathcal{V}_1$  e  $\mathcal{V}_2$  valoram as fórmulas a seguir:

- (a)  $\neg p \rightarrow q$
- (b)  $p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s$
- (c)  $p \rightarrow q \rightarrow r \rightarrow (p \wedge q \wedge r)$
- (d)  $(p \wedge \neg q) \vee (r \wedge s)$
- (e)  $p \wedge \neg(p \rightarrow \neg q) \vee \neg q$
- (f)  $p \vee \neg p$
- (g)  $p \wedge \neg p$
- (h)  $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$

2. Dar uma valoração para os átomos das fórmulas (b) e (c), no exercício anterior, de forma que a valoração da fórmula seja 1.
3. Classificar as fórmulas a seguir de acordo com sua satisfazibilidade, validade, falsicabilidade ou insatisfazibilidade:

- (a)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$
- (b)  $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$
- (c)  $p \rightarrow q \rightarrow p \wedge q$
- (d)  $p \rightarrow \neg \neg p$

- (e)  $\neg(p \vee q \rightarrow p)$
- (f)  $\neg(p \rightarrow p \vee q)$
- (g)  $((p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q)) \rightarrow (p \vee r \rightarrow q)$

4. Encontrar uma valoração que satisfaça as seguintes fórmulas:

- (a)  $p \rightarrow \neg p$
- (b)  $q \rightarrow p \wedge \neg p$
- (c)  $(p \rightarrow q) \rightarrow p$
- (d)  $\neg(p \vee q \rightarrow q)$
- (e)  $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$
- (f)  $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

5. O *fragmento implicativo* é o conjunto de fórmulas que são construídas apenas usando o conectivo  $\rightarrow$ . Determinadas fórmulas desse fragmento receberam nomes especiais, conforme indicado a seguir. Verificar a validade de cada uma dessas fórmulas.

**I**  $p \rightarrow p$

**B**  $(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow p)$

**C**  $(p \rightarrow q \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow p \rightarrow r)$

**W**  $(p \rightarrow p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$

**S**  $(p \rightarrow q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$

**K**  $p \rightarrow q \rightarrow p$

**Peirce**  $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$

- 6. Dada uma fórmula  $A$  com  $N$  átomos, calcular o número máximo de posições (ou seja, células ocupadas por 0 ou 1) em uma Tabela da Verdade para  $A$ , em função de  $|A|$  e  $N$ .
- 7. Um *chip* de memória de um computador tem  $2^4$  elementos com dois estados (ligado/desligado). Qual o número total de configurações ligado/desligado possíveis?
- 8. A tabela da verdade (ou tabela-verdade) para  $p \vee q$  mostra que o valor de  $p \vee q$  é verdade se (i)  $p$  for verdade, (ii) se  $q$  for verdade ou (iii) se ambas forem verdades. Essa utilização da palavra “ou” em que o resultado é verdade se ambas as componentes são verdadeiras é chamado de *ou*

*inclusivo*. Um outro uso da palavra “ou” na língua portuguesa é o *ou exclusivo*, algumas vezes denotado por XOU ou XOR (em inglês), em que o resultado é falso se ambas as componentes forem verdadeiras. Esse ou exclusivo está subentendido na frase: “Na bifurcação, devemos seguir ou para o norte ou para o sul”. Esse ou exclusivo é simbolizado por  $p \oplus q$ .

- (a) Construa a tabela-verdade para o ou exclusivo.
- (b) Mostre que  $p \oplus q \equiv \neg((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$ .