Primeira Prova

Universidade Federal de Goiás (UFG) - Câmpus Jataí
Bacharelado em Ciência da Computação
Lógica para Ciência da Computação
Esdras Lins Bispo Jr.

16 de Maio de 2014

ORIENTAÇÕES PARA A RESOLUÇÃO

- A avaliação é individual, sem consulta (exceto o material contido na própria avaliação);
- A pontuação máxima desta avaliação é 10,0 (dez) pontos, sendo uma das 05 (cinco) componentes que formarão a média final da disciplina: dois testes, duas provas e exercícios;
- A média final será calculada pela média ponderada das cinco supraditas notas [em que o primeiro teste tem peso 20 (vinte), o segundo teste tem peso 10 (dez), a primeira prova tem peso 40 (quarenta), a segunda prova tem peso 30 (trinta) e os exercícios têm peso 10 (dez)];
- O conteúdo exigido compreende os seguintes pontos apresentados no Plano de Ensino da disciplina: (1) Lógica Proposicional, (2) Semântica da Lógica Proposicional, (3) Construção de tabelas-verdade, (4) Implicação lógica e argumento; e (6) Satisfazibilidade.

Nome:
Assinatura:

1. (2,5 pt) O conectivo binário $\downarrow$ é definido da seguinte forma:

p	q	$p \downarrow q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Mostre que $p \vee q \equiv \neg(p \downarrow q)$.

			I	II	III
	p	q	$p \vee q$	$p \downarrow q$	$\neg II$
Linha 1	0	0	0	1	1
Linha 2	0	1	1	1	0
Linha 3	1	0	1	0	1
Linha 4	1	1	0	1	1

Como existe uma valoração (e.g. Linha 4) em que o valor-verdade é diferente para as fórmulas II e III, não é verdade que $p \vee q \equiv \neg(p \downarrow q)$. Logo, $p \vee q \not\equiv \neg(p \downarrow q)$.

2. (2,0 pt) Augustus De Morgan (1806 -1871) foi um matemático e lógico britânico. Foi o primeiro a introduzir o termo e tornar rigorosa a ideia da indução matemática. Ele é bastante conhecido na Lógica por formular duas Leis:

   (a) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ (1,0 pt)

			I	II	III	IV	V
	p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$\neg III$	$I \vee II$
Linha 1	0	0	1	1	0	1	1
Linha 2	0	1	1	0	0	1	1
Linha 3	1	0	0	1	0	1	1
Linha 4	1	1	0	0	1	0	0

   Como não existe uma valoração em que o valor-verdade é diferente para as fórmulas IV e V, é verdade que $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$.

   (b) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ (1,0 pt)

			I	II	III	IV	V
	p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \lor q$	$\neg III$	$I \land II$
Linha 1	0	0	1	1	0	1	1
Linha 2	0	1	1	0	1	0	0
Linha 3	1	0	0	1	1	0	0
Linha 4	1	1	0	0	1	0	0

Como não existe uma valoração em que o valor-verdade é diferente para as fórmulas IV e V, é verdade que $\neg(p \lor q) \equiv \neg p \land \neg q$.

Verifique se as duas Leis de De Morgan são válidas.

3. (3,5 pt) Classifique a fórmula $(p \land q) \lor r \to p \land (q \lor r)$ de acordo com sua satisfazibilidade, validade, falsicabilidade ou insatisfazibiidade.

				I	II	III	IV	V
	p	q	r	$p \land q$	$q \lor r$	$I \lor r$	$p \land II$	$III \to IV$
Linha 1	0	0	0	0	0	0	0	1
Linha 2	0	0	1	0	1	1	0	0
Linha 3	0	1	0	0	1	0	0	1
Linha 4	0	1	1	0	1	1	0	0
Linha 5	1	0	0	0	0	0	0	1
Linha 6	1	0	1	0	1	1	1	1
Linha 7	1	1	0	1	1	1	1	1
Linha 8	1	1	1	1	1	1	1	1

É satisfazível, pois existe uma valoração (e.g. Linha 1) em que o valor-verdade da fórmula é verdade. Não é válida, pois existe uma valoração (e.g. Linha 2) em que o valor-verdade da fórmula é falso. É falsificável, pois existe uma valoração (e.g. Linha 4) em que o valor-verdade da fórmula é falso. Não é insatisfazível, pois existe uma valoração (e.g. Linha 3) em que o valor-verdade da fórmula é verdade.

4. (2,0 pt) Provar ou refutar a consequência lógica $p \to q \models p \to q \land r$ usando tabela-verdade.

				I	II	III
	p	q	r	$p \to q$	$q \land r$	$p \to II$
Linha 1	0	0	0	1	0	1
Linha 2	0	0	1	1	0	1
Linha 3	0	1	0	1	0	1
Linha 4	0	1	1	1	1	1
Linha 5	1	0	0	0	0	0
Linha 6	1	0	1	0	0	0
Linha 7	1	1	0	1	0	1
Linha 8	1	1	1	1	1	1

Para todas as valorações em que a fórmula I é verdade (Linhas 1-4 e Linhas 7-8), a fórmula III também é verdade. Logo é verdade que $p \to q \models p \to q \land r$.