

Fórmulas da Lógica Proposicional

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Lógica para Ciência da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

18 de março de 2014

Plano de Aula

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
 - Alfabeto
- 4 Fórmulas da LP
 - Subfórmulas
 - Ordem de precedência

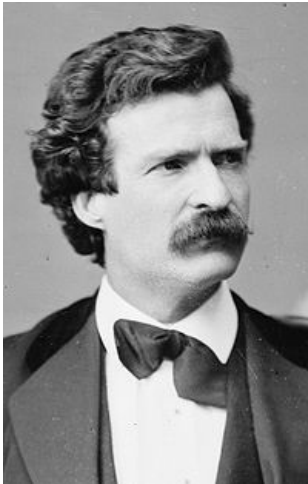
Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
 - Alfabeto
- 4 Fórmulas da LP
 - Subfórmulas
 - Ordem de precedência

Pensamento



Pensamento



Frase

A gente não se liberta de um hábito atirando-o pela janela: é preciso fazê-lo descer a escada, degrau por degrau.

Quem?

Mark Twain (1835 - 1910)

Escritor e humorista estadunidense

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
 - Alfabeto
- 4 Fórmulas da LP
 - Subfórmulas
 - Ordem de precedência

Avisos

Repositório - <https://github.com/FreeUFG/logica>

The screenshot shows the GitHub repository page for 'FreeUFG/logica'. At the top, the repository name and URL are displayed. Below this, there's a navigation bar with 'This repository' selected, a search bar, and links for 'Explore', 'Gist', 'Blog', and 'Help'. The repository is marked as 'PUBLIC' and has an 'Unwatch' button with a count of '2'. The main content area shows the repository description: 'Repositório da disciplina Lógica para Ciência da Computação, UFG-Jataí.' followed by an 'Edit' link. Below the description, statistics are shown: '13 commits', '1 branch', '0 releases', and '1 contributor'. A green bar indicates the current branch is 'master'. Below this, there's a section for the repository's contents, showing a list of files and folders. The first item is '02 - Linguagem Proposicional: Conectivos', which is the latest commit. Below it, a table lists the repository's structure and commit history.

File/Folder	Description	Commit Time
2014.1	02 - Linguagem Proposicional: Conectivos	just now
.gitignore	Alteração no .gitignore	11 days ago
LICENSE	Initial commit	11 days ago
README.md	Descrição básica do repositório	11 days ago

Avisos

Questão Avaliada 01 no Canvas

Prazo de máximo de submissão:

Hoje, até às 21h.

The screenshot shows the Canvas LMS interface. The top navigation bar includes the Canvas logo and links for Disciplinas, Tarefas, Notas, and Calendário. The left sidebar lists various course elements, with 'Tarefas' (Tasks) highlighted. The main content area displays 'Questão Avaliada 1' (Assessed Question 1) with an 'Editar' (Edit) button. The question text is: 'Julgue as frases a seguir como sendo (ou não) proposições. Justifique a que não são.' (Judge the following sentences as being (or not) propositions. Justify the ones that are not). The question includes four options: a) A lua é feita de queijo verde. b) O jogo terminará logo? c) As taxas do ano que vem serão menores. d) $x - 4 = 0$. Below the question, it shows 'Pontos 4' (Points 4) and 'A enviar uma caixa de texto' (To send a text box). At the bottom, a table shows the submission deadline: 'Prazo' (Deadline) Mar 12 em 9pm, 'Para' (For) Todos (All), 'Disponível de' (Available from) Mar 11 em 5:20pm, and 'Até' (Until) Mar 12 em 9:15pm.

canvas Disciplinas Tarefas Notas Calendário

Lógica

Página inicial

Anúncios

Tarefas

Discussões

Notas

Pessoas

Páginas

Programa

Testes

Módulos

Colaborações

Conferências

Resultados

Arquivos

Configurações

Questão Avaliada 1

Editar

Julgue as frases a seguir como sendo (ou não) proposições. Justifique a que não são.

a) A lua é feita de queijo verde.
b) O jogo terminará logo?
c) As taxas do ano que vem serão menores.
d) $x - 4 = 0$

Pontos 4

A enviar uma caixa de texto

Prazo	Para	Disponível de	Até
Mar 12 em 9pm	Todos	Mar 11 em 5:20pm	Mar 12 em 9:15pm

Notícias do Santa Cruz

≡ globoesporte.com





CAMPEONATO PERNAMBUCANO



Recife, PE / Arruda, Sábado, 15/03/2014 - 19:30

Min:22 - Max:29 °C

Santa Cruz  4 × 0  Porto-PE

SEGUNDO TURNO - 7ª RODADA

SANTA ESTREIA NA ARENA PERNAMBUCO COM GOLEADA DIANTE DO PORTO-PE

Léo Gamalho assume papel de protagonista ao abrir o placar e participar diretamente do segundo gol; Jefferson Maranhão marcou outros dois gols

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão**
 - Alfabeto
- 4 Fórmulas da LP
 - Subfórmulas
 - Ordem de precedência

Alfabeto

Alfabeto

- Um conjunto infinito e contável de *símbolos proposicionais*, também chamados de *átomos*, ou de *variáveis proposicionais*: $\mathcal{P} = \{p_0, p_1, p_2, \dots\}$.
- O *conectivo unário* \neg (negação, lê-se: NÃO).
- Os *conectivos binários* \wedge (conjunção, lê-se: E), \vee (disjunção, lê-se: OU), e \rightarrow (implicação, lê-se: SE... ENTÃO...).
- Os elementos de pontuação, que contêm apenas os parênteses '(' e ')'.

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
 - Alfabeto
- 4 Fórmulas da LP
 - Subfórmulas
 - Ordem de precedência

Fórmulas da LP

Fórmulas da LP

O conjunto \mathcal{L}_{LP} das fórmulas proposicionais é definido indutivamente como o menor conjunto, satisfazendo as seguinte regras de formação:

- 1 **Caso básico:** Todos os símbolos proposicionais que estão em \mathcal{L}_{LP} ; ou seja, $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{L}_{LP}$. Os símbolos proposicionais são chamados de *fórmulas atômicas*, ou átomos.
- 2 **Caso indutivo 1:** Se $A \in \mathcal{L}_{LP}$, então $(\neg A) \in \mathcal{L}_{LP}$.



Fórmulas da LP

Fórmulas da LP

O conjunto \mathcal{L}_{LP} das fórmulas proposicionais é definido indutivamente como o menor conjunto, satisfazendo as seguinte regras de formação:

- ❶ **Caso básico:** Todos os símbolos proposicionais que estão em \mathcal{L}_{LP} ; ou seja, $\mathcal{P} \subseteq \mathcal{L}_{LP}$. Os símbolos proposicionais são chamados de *fórmulas atômicas*, ou átomos.
- ❷ **Caso indutivo 1:** Se $A \in \mathcal{L}_{LP}$, então $(\neg A) \in \mathcal{L}_{LP}$.
- ❸ **Caso indutivo 2:** Se $A, B \in \mathcal{L}_{LP}$, então $(A \wedge B) \in \mathcal{L}_{LP}$, $(A \vee B) \in \mathcal{L}_{LP}$, e $(A \rightarrow B) \in \mathcal{L}_{LP}$.



Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\text{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\text{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

- 1 **Caso básico:** $A = p$
 $\text{Subf}(p) = p$, para toda fórmula atômica $p \in \mathcal{P}$;

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\text{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

- 2 **Caso $A = (\neg B)$**
 $\text{Subf}((\neg B)) = \{(\neg B)\} \cup \text{Subf}(B).$

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\text{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

- 3 **Caso $A = (B \wedge C)$**
 $\text{Subf}((B \wedge C)) = \{(B \wedge C)\} \cup \text{Subf}(B) \cup \text{Subf}(C).$

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\text{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

- ❶ **Caso $A = (B \vee C)$**
 $\text{Subf}((B \vee C)) = \{(B \vee C)\} \cup \text{Subf}(B) \cup \text{Subf}(C).$

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\text{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

- 5 **Caso** $A = (B \rightarrow C)$
 $\text{Subf}((B \rightarrow C)) = \{(B \rightarrow C)\} \cup \text{Subf}(B) \cup \text{Subf}(C).$

Subfórmulas

Subfórmulas

O conjunto $\text{Subf}(A)$ de subfórmulas de uma fórmula A é definido da seguinte maneira:

- 1 **Caso básico:** $A = p$
 $\text{Subf}(p) = p$, para toda fórmula atômica $p \in \mathcal{P}$;
- 2 **Caso** $A = (\neg B)$
 $\text{Subf}((\neg B)) = \{(\neg B)\} \cup \text{Subf}(B)$.
- 3 **Caso** $A = (B \wedge C)$
 $\text{Subf}((B \wedge C)) = \{(B \wedge C)\} \cup \text{Subf}(B) \cup \text{Subf}(C)$.
- 4 **Caso** $A = (B \vee C)$
 $\text{Subf}((B \vee C)) = \{(B \vee C)\} \cup \text{Subf}(B) \cup \text{Subf}(C)$.
- 5 **Caso** $A = (B \rightarrow C)$
 $\text{Subf}((B \rightarrow C)) = \{(B \rightarrow C)\} \cup \text{Subf}(B) \cup \text{Subf}(C)$.

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.

- $\neg r \equiv (\neg r)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.

- $p \wedge q \equiv (p \wedge q)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.

- $(r \wedge \neg q) \rightarrow \neg p \equiv ((r \wedge \neg q) \rightarrow \neg p)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Os parênteses mais externos de uma fórmula podem ser omitidos.

- $\neg r \equiv (\neg r)$
- $p \wedge q \equiv (p \wedge q)$
- $(r \wedge \neg q) \rightarrow \neg p \equiv ((r \wedge \neg q) \rightarrow \neg p)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido dos conectivos \wedge e \vee dispensa o uso dos parênteses.

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido dos conectivos \wedge e \vee dispensa o uso dos parênteses.

- $p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s \equiv ((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido dos conectivos \wedge e \vee dispensa o uso dos parênteses.

- $r \vee s \wedge \neg t \vee p \equiv ((r \vee s) \wedge \neg t) \vee p$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido dos conectivos \wedge e \vee dispensa o uso dos parênteses.

- $p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s \equiv ((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s$
- $r \vee s \wedge \neg t \vee p \equiv ((r \vee s) \wedge \neg t) \vee p$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido dos conectivos \wedge e \vee dispensa o uso dos parênteses.

- $p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s \equiv ((p \wedge q) \wedge \neg r) \wedge \neg s$
- $r \vee s \wedge \neg t \vee p \equiv ((r \vee s) \wedge \neg t) \vee p$

Observação

Note que os parênteses aninham-se **à esquerda**.

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido do conectivo \rightarrow também dispensa o uso dos parênteses.

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido do conectivo \rightarrow também dispensa o uso dos parênteses.

- $p \rightarrow q \rightarrow \neg r \equiv p \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido do conectivo \rightarrow também dispensa o uso dos parênteses.

- $r \rightarrow \neg s \rightarrow \neg t \equiv r \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg t)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido do conectivo \rightarrow também dispensa o uso dos parênteses.

- $p \rightarrow q \rightarrow \neg r \equiv p \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$
- $r \rightarrow \neg s \rightarrow \neg t \equiv r \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg t)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

O uso repetido do conectivo \rightarrow também dispensa o uso dos parênteses.

- $p \rightarrow q \rightarrow \neg r \equiv p \rightarrow (q \rightarrow \neg r)$
- $r \rightarrow \neg s \rightarrow \neg t \equiv r \rightarrow (\neg s \rightarrow \neg t)$

Observação

Note que os parênteses aninham-se à direita.

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Quando houver uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$.

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Quando houver uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$.

- $\neg p \wedge q \equiv ((\neg p) \wedge q)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Quando houver uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$.

- $p \vee q \wedge r \equiv p \vee (q \wedge r)$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Quando houver uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$.

- $p \vee \neg q \rightarrow r \equiv (p \vee (\neg q)) \rightarrow r$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Quando houver uma combinação de conectivos, existe uma precedência entre eles, dada pela ordem: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$.

- $\neg p \wedge q \equiv ((\neg p) \wedge q)$
- $p \vee q \wedge r \equiv p \vee (q \wedge r)$
- $p \vee \neg q \rightarrow r \equiv (p \vee (\neg q)) \rightarrow r$

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Ordem de precedência

De acordo com a definição de fórmula, o uso de parênteses é obrigatório ao se utilizar conectivos. Porém, iremos estabelecer algumas abreviações que serão permitidas:

Recomendação

Em geral, deve-se preferir clareza à economia de parênteses e, na dúvida, é bom deixar alguns parênteses para explicitar o sentido da fórmula.

Onde estudar mais...

Seção 1.2: A Linguagem Proposicional

SILVA, F. S. C. Da; FINGER, M.; MELO, A. C. V. de. Em **Lógica para Computação**. São Paulo: Thomson Learning, 2006. **Código Bib.: [519.687 SIL /log]**.

Fórmulas da Lógica Proposicional

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Lógica para Ciência da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

18 de março de 2014