RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E Exercícios

Universidade Federal de Goiás (UFG) - Campus Jataí Bacharelado em Ciência da Computação Teoria da Computação Prof. Esdras Lins Bispo Jr.

1 Livro de Referência

• SIPSER, M. Introdução à Teoria da Computação, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. Código Bib.: [004 SIP/int].

2 Resoluções

• Problema 0.10

O erro consiste na realização do passo em que divide cada lado por (a-b). Visto que inicialmente é admitida a equação a=b, decorrese que a-b=0. Como não se é permitida a divisão por zero, a demonstração está errada.

• Problema 0.11

O erro consiste na admissão da hipótese de indução duas vezes. É incorreto admitir a hipótese de indução para H_1 e para H_2 . A hipótese da indução só pode ser admitida uma vez e com o objetivo de obter o próximo conjunto de h cavalos. Desta forma, esta demonstração por indução perde o seu nexo causal e deixa de ser verdadeira.

• Problema 0.12

Vamos admitir por um momento que é possível construir um grafo com 2 ou mais nós que tenha todos os nós de graus diferentes. Se conseguirmos construir tal grafo, a afirmação proposta pela questão é falsa.

Seja G um grafo com n nós em que $n \geq 2$. Queremos construir G de forma que todos os seus nós tenham graus diferentes. Como o menor valor possível para o grau de um nó é 0, e o maior valor é n-1; para qualquer nó v temos que $0 \leq \delta(v) \leq n-1$ (em que $\delta(v)$ é grau do nó v).

Ora, como os valores assumidos para graus de nós são inteiros, dizer que $0 \le \delta(v) \le n-1$, é dizer que existem apenas n diferentes valores possíveis para os graus dos nós de um grafo. Se for possível construir tal grafo, cada nó terá exatamente o valor do grau entre $0 \in n-1$, sendo valores distintos dois a dois. Necessariamente, teremos dois nós $v_1 \in v_2$ em que $\delta(v_1) = 0 \in \delta(v_2) = n-1$.

Entretanto, isto é impossível, pois se $\delta(v_1) = 0$, então todos os outros nós terá, no máximo, grau n-2. O mesmo argumento vale para $\delta(v_2) = n-1$. Teríamos, necessariamente, o grau de todos os outros nós com, no mínimo, o valor 1. Como existem apenas n valores diferentes para os graus de um grafo, se não conseguirmos utilizar todos os valores, obrigatoriamente teremos que repetir um valor de grau de um determinado nó.

Logo é um absurdo afirmar que é possível construir um grafo com 2 ou mais nós que tenha todos os nós de graus diferentes. Logo todo grafo com 2 ou mais nós tem ao menos dois nós de graus iguais.