

Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

19 de maio de 2014

Plano de Aula

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
 - Outros exemplos de MT
- 4 Exemplos
- 5 Variantes de uma MT
 - MT Multifita
 - MT Não-Determinística

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
 - Outros exemplos de MT
- 4 Exemplos
- 5 Variantes de uma MT
 - MT Multifita
 - MT Não-Determinística

Pensamento



Pensamento



Frase

Ter a meta como alvo, mas viver pelo bom senso.

Quem?

Desconhecido

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
 - Outros exemplos de MT
- 4 Exemplos
- 5 Variantes de uma MT
 - MT Multifita
 - MT Não-Determinística

Avisos

Questão Avaliada 02 no Canvas

Avaliar até dia **21 de maio!!!**

Notícias do Santa Cruz

 MENU





BRASILEIRÃO SÉRIE B


 BUSCAR




São Lourenço da Mata, Pernambuco / Arena Pernambuco, Sábado, 10/05/2014 - 16:20

16°

Santa Cruz



0 × 0



Leverdence

6°

4ª RODADA

EM REENCONTRO, AGORA NA SÉRIE B, SANTA E LUVERDENSE FICAM SÓ NO 0 A 0

Depois de se enfrentarem seis vezes pela Série C nos últimos anos, rivais duelam na
Arena PE, em jogo com sabor bem distinto para ambos

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 **Revisão**
 - Outros exemplos de MT
- 4 Exemplos
- 5 Variantes de uma MT
 - MT Multifita
 - MT Não-Determinística

Definições

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-decidível**, se alguma máquina de Turing a decide.

Corolário

Toda linguagem Turing-decidível é Turing-reconhecível.



Exemplos

Uma máquina de Turing M_2 que decide $A = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$:

M_2 = “Sobre a cadeia de entrada w :

1. Faça uma varredura da esquerda para a direita na fita, marcando um 0 não e outro sim.
2. Se no estágio 1, a fita continha um único 0, *aceite*.
3. Se no estágio 1, a fita continha mais que um único 0 e o número de 0s era ímpar, *rejeite*.
4. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
5. Vá para o estágio 1.”

Exemplos

Descrição Formal de M_2

$M_2 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, q_{aceita}, q_{rejeita})$:

- $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_{aceita}, q_{rejeita}\}$;
- $\Sigma = \{0\}$,
- $\Gamma = \{0, x, \sqcup\}$,
- Descrevemos δ no próximo slide; e
- q_1, q_{aceita} e $q_{rejeita}$ são o estado inicial, de aceitação e de rejeição, respectivamente.

Exemplos

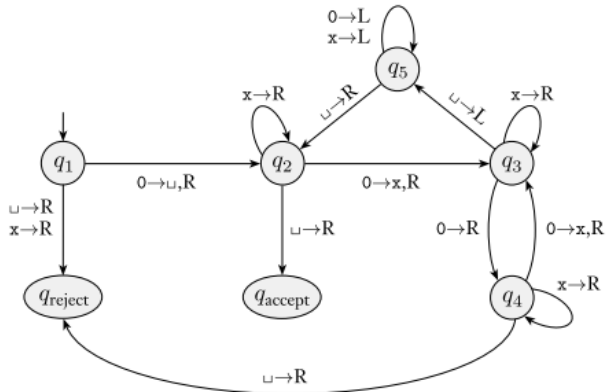


FIGURA 3.8

Diagrama de estados para a máquina de Turing M_2

Exemplos

$L(M_1)$

Uma máquina de Turing M_1 que decide $B = \{\omega\#\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*\}$

Descrição Formal de M_1

$M_3 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, q_{aceita}, q_{rejeita})$:

- $Q = \{q_1, \dots, q_{14}, q_{aceita}, q_{rejeita}\}$;
- $\Sigma = \{0, 1, \#\}$,
- $\Gamma = \{0, 1, \#, x, \sqcup\}$,
- Descrevemos δ no próximo slide; e
- q_1, q_{aceita} e $q_{rejeita}$ são o estado inicial, de aceitação e de rejeição, respectivamente.

Exemplos

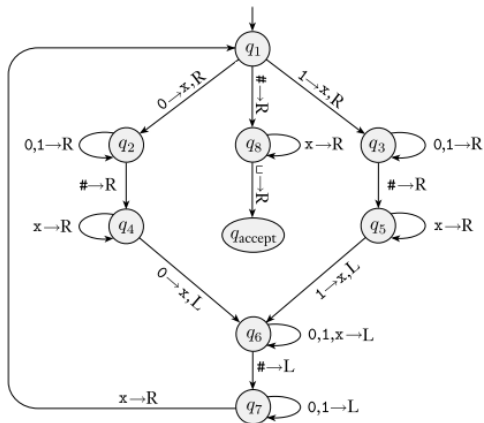


FIGURA 3.10

Diagrama de estados para a máquina de Turing M_1 .

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
 - Outros exemplos de MT
- 4 Exemplos
- 5 Variantes de uma MT
 - MT Multifita
 - MT Não-Determinística

Exemplos

$L(M_3)$

Uma máquina de Turing M_3 que decide
 $C = \{a^i b^j c^k \mid i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$

Exemplos

M_3 = “Sobre a cadeia de entrada w :

1. Faça uma varredura na entrada da esquerda para a direita para determinar se ela é um membro de $a^+b^+c^+$ e *rejeite* se ela não o é.
2. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
3. Marque um a e faça uma varredura para a direita até que um b ocorra. Vá e volte entre os b 's e os c 's, marcando um de cada até que todos os b 's tenham terminado. Se todos os c 's tiverem sido marcados e alguns b 's permanecem, *rejeite*.
4. Restaure os b 's marcados e repita o estágio 3 se existe um outro a para marcar. Se todos os a 's tiverem sido marcados, determine se todos os c 's também foram marcados. Se sim, *aceite*; caso contrário, *rejeite*.”

Exemplos

$L(M_4)$

Uma máquina de Turing M_3 que reconhece $E =$
 $\{\#x_1\#x_2\#\dots\#x_l \mid \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}$

Exemplos

M_4 = “Sobre a entrada w :

1. Coloque uma marca em cima do símbolo de fita mais à esquerda. Se esse símbolo era um branco, *aceite*. Se esse símbolo era um #, continue com o próximo estágio. Caso contrário, *rejeite*.
2. Faça uma varredura procurando o próximo # e coloque uma segunda marca em cima dele. Se nenhum # for encontrado antes de um símbolo em branco, somente x_1 estava presente, portanto *aceite*.

Exemplos

3. Fazendo um zigue-zague, compare as duas cadeias à direita dos #s marcados. Se elas forem iguais, *rejeite*.
4. Mova a marca mais à direita das duas para o próximo símbolo # à direita. Se nenhum símbolo # for encontrado antes de um símbolo em branco, mova a marca mais à esquerda para o próximo # à sua direita e a marca mais à direita para o # depois desse. Dessa vez, se nenhum # estiver disponível para a marca mais à direita, todas as cadeias foram comparadas, portanto *aceite*.
5. Vá para o estágio 3.”

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
 - Outros exemplos de MT
- 4 Exemplos
- 5 Variantes de uma MT
 - MT Multifita
 - MT Não-Determinística

MT Multifita

Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;
- a função de transição permite ler, escrever e mover as cabeças em algumas ou em todas as fitas simultaneamente

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{E, D, P\}^k$$

em que k é o número de fitas.

MT Multifita

Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;
- a função de transição permite ler, escrever e mover as cabeças em algumas ou em todas as fitas simultaneamente

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{E, D, P\}^k$$

em que k é o número de fitas.

Exemplo

$$\delta(q_i, a_1, \dots, a_k) = (q_j, b_1, \dots, b_k, E, D, \dots, E)$$

MT Multifita

Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

MT Multifita

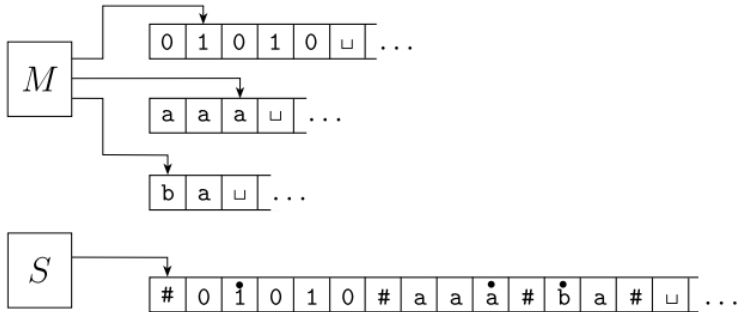


FIGURA 3.14
Representando três fitas com apenas uma

MT Multifita

$S =$ “Sobre a entrada $w = w_1 \cdots w_n$:

1. Primeiro S ponha sua fita no formato que representa todas as k fitas de M . A fita formatada contém

$$\# \overset{\bullet}{w_1} w_2 \cdots w_n \# \overset{\bullet}{\sqcup} \overset{\bullet}{\sqcup} \# \cdots \#$$

2. Para simular um único movimento, S faz uma varredura na sua fita desde o primeiro $\#$, que marca a extremidade esquerda, até o $(k + 1)$ -ésimo $\#$, que marca a extremidade direita, de modo a determinar os símbolos sob as cabeças virtuais. Então S faz uma segunda passagem para atualizar as fitas conforme a maneira pela qual a função de transição de M estabelece.

MT Multifita

3. Se em algum ponto S move uma das cabeças virtuais sobre um $\#$, essa ação significa que M moveu a cabeça correspondente para a parte previamente não-lida em branco daquela fita. Portanto, S escreve um símbolo em branco nessa célula da fita e desloca o conteúdo da fita, a partir dessa célula até o $\#$ mais à direita, uma posição para a direita. Então ela continua a simulação tal qual anteriormente.”

MT Multifita

Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing multifita a reconhece.

MT Multifita

PROVA Uma linguagem Turing-reconhecível é reconhecida por uma máquina de Turing comum (com uma única fita), o que é um caso especial de uma máquina de Turing multifita. Isso prova uma direção desse corolário. A outra direção segue do Teorema 3.13.

MT Não-Determinística

Definição

Uma **máquina de Turing não-determinística** é como uma máquina de Turing comum. Porém, a sua função de transição se comporta como se segue

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{E, D\}).$$

MT Não-Determinística

Definição

Uma **máquina de Turing não-determinística** é como uma máquina de Turing comum. Porém, a sua função de transição se comporta como se segue

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{E, D\}).$$

Exemplo

$$\delta(q_i, a) = \{(q_j, b_1, E); (q_k, b_2, D); (q_l, b_3, E)\}$$

MT Não-Determinística

Teorema

Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

MT Não-Determinística

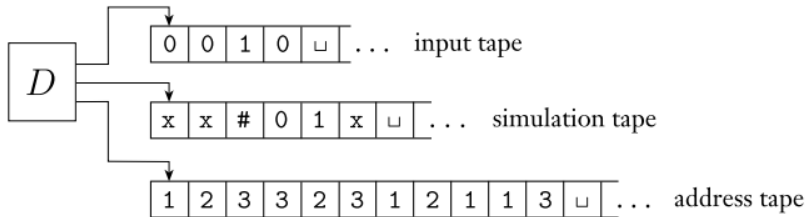


FIGURA 3.17

A MT determinística D simulando a MT não-determinística N

MT Não-Determinística

Descrição de D :

1. Inicialmente a fita 1 contém a entrada w , e as fitas 2 e 3 estão vazias.
2. Copie a fita 1 para a fita 2.
3. Use a fita 2 para simular N com a entrada w sobre um ramo de sua computação não-determinística. Antes de cada passo de N consulte o próximo símbolo na fita 3 para determinar qual escolha fazer entre aquelas permitidas pela função de transição de N . Se não restam mais símbolos na fita 3 ou se essa escolha não-determinística for inválida, aborte esse ramo indo para o estágio 4. Também vá para o estágio 4 se uma configuração de rejeição for encontrada. Se uma configuração de aceitação for encontrada, *aceite* a entrada.
4. Substitua a cadeia na fita 3 pela próxima cadeia na ordem lexicográfica. Simule o próximo ramo da computação de N indo para o estágio 2.

MT Não-Determinística

Teorema

Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing não-determinística a reconhece.

MT Não-Determinística

PROVA Qualquer MT determinística é automaticamente uma MT não-determinística, e portanto uma direção desse teorema segue imediatamente. A outra direção segue do Teorema 3.16.

MT Não-Determinística

Teorema

Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing não-determinística a reconhece.

Corolário

Uma linguagem é decidível se e somente se alguma máquina de Turing não-determinística a reconhece a decide.



Lista de Exercícios 04

Livro

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. **Código Bib.: [004 SIP/int]**.

Exercícios

- 3.4;
- 3.6;
- 3.7;
- 3.16.

Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

19 de maio de 2014