

Complexidade de Tempo

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

09 de junho de 2014

Plano de Aula

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Complexidade de Tempo
- 4 Classe P

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Complexidade de Tempo
- 4 Classe P

Pensamento



Pensamento



Frase

Antes de começar o trabalho de modificar o mundo, dê três voltas dentro de sua casa.

Quem?

Provérbio Chinês

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos**
- 3 Complexidade de Tempo
- 4 Classe P

Avisos

Teste 04

Dia **11 de junho** (Próxima quarta-feira)!!!

Notícias do Santa Cruz



Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Complexidade de Tempo
- 4 Classe P

Complexidade de Tempo

Definição 7.7

Seja $t : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ uma função. Defina a **classe de complexidade de tempo**, $\text{TIME}(t(n))$, como sendo a coleção de todas as linguagens que são decidíveis por uma máquina de Turing de tempo $O(t(n))$.

Complexidade de Tempo

Definição 7.7

Seja $t : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ uma função. Defina a **classe de complexidade de tempo**, $\text{TIME}(t(n))$, como sendo a coleção de todas as linguagens que são decidíveis por uma máquina de Turing de tempo $O(t(n))$.

Exemplo

- $A = \{0^k 1^k \mid k \geq 0\}$
- $A \in \text{TIME}(n^2)$, pois



Complexidade de Tempo

Definição 7.7

Seja $t : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$ uma função. Defina a **classe de complexidade de tempo**, $\text{TIME}(t(n))$, como sendo a coleção de todas as linguagens que são decidíveis por uma máquina de Turing de tempo $O(t(n))$.

Exemplo

- $A = \{0^k 1^k \mid k \geq 0\}$
- $A \in \text{TIME}(n^2)$, pois
- M_1 decide A em tempo $O(n^2)$



Complexidade de Tempo

Problema

Existe uma máquina que decide assintoticamente a linguagem A mais rapidamente?

Complexidade de Tempo

Problema

Existe uma máquina que decide assintoticamente a linguagem A mais rapidamente?

Com outras palavras...

$A \in \mathbf{TIME}(t(n))$, para algum $t(n) = o(n^2)$?

Complexidade de Tempo

Descrição de uma outra MT simples

M_2 = "Sobre a cadeia de entrada w :

- ① Faça uma varredura na fita e *rejeite* se um 0 for encontrado à direita de um 1.
- ② Repita enquanto alguns 0s e alguns 1s permanecem sobre a fita:
 - ① Faça uma varredura na fita, verificando se o número total de 0s e 1s remanescentes é par ou ímpar. Se for ímpar, *rejeite*.
 - ② Faça uma varredura novamente na fita, cortando alternadamente um 0 não e outro sim (começando com o primeiro 0) e então cortando alternadamente um 1 não e outro sim (começando com o primeiro 1).
- ③ Se nenhum 0 e nenhum 1 permanecer sobre a fita, *aceite*. Caso contrário, *rejeite*.

Complexidade de Tempo

Problema

Podemos decidir a linguagem A em tempo $O(n)$
(também chamado **tempo linear**)?

Complexidade de Tempo

Problema

Podemos decidir a linguagem A em tempo $O(n)$
(também chamado **tempo linear**)?

Sim... é possível!

Se utilizarmos uma máquina de Turing com duas fitas!

Complexidade de Tempo

Descrição de uma outra MT simples

M_3 = “Sobre a cadeia de entrada ω :

- 1 Faça uma varredura na fita e *rejeite* se um 0 for encontrado à direita de um 1.
- 2 Faça uma varredura nos 0s sobre a fita 1 até o primeiro 1. Ao mesmo tempo, copie os 0s para a fita 2.
- 3 Faça uma varredura nos 1s sobre a fita 1 até o final da entrada. Para cada 1 lido sobre a fita 1, corte um 0 sobre a fita 2. Se todos os 0s estiverem cortados antes que todos os 1s sejam lidos, *rejeite*.
- 4 Se todos os 0s tiverem agora sido cortados, *aceite*. Se algum 0 permanecer, *rejeite*.



Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Complexidade de Tempo
- 4 Classe P

Relacionamentos de Complexidade entre Modelos

Teorema 7.8

Seja $t(n)$ uma função, em que $t(n) \geq n$. Então toda máquina de Turing multifita de tempo $t(n)$ tem uma máquina de Turing de uma única fita equivalente de tempo $O(t(n))$.

Relacionamentos de Complexidade entre Modelos

Teorema 7.8

Seja $t(n)$ uma função, em que $t(n) \geq n$. Então toda máquina de Turing multifita de tempo $t(n)$ tem uma máquina de Turing de uma única fita equivalente de tempo $O(t(n))$.

Teorema 7.11

Seja $t(n)$ uma função, em que $t(n) \geq n$. Então toda máquina de Turing não-determinística de uma única fita de tempo $t(n)$ tem uma máquina de Turing de uma única fita equivalente de tempo $2^{O(t(n))}$.

A Classe P

Diferenças de complexidade de tempo

- MT simples x MT multi-fita:
potência quadrática (ou *polinomial*)
- MT simples x MT não-determinística:
no máximo *exponencial*.

A Classe P

Diferenças de complexidade de tempo

- MT simples x MT multi-fita:
potência quadrática (ou *polinomial*)
- MT simples x MT não-determinística:
no máximo *exponencial*.

Uma outra classificação...

Podemos classificar todas as linguagens decidíveis do mundo em duas classes de algoritmos:

- Linguagens que são possíveis de ser decididas em **tempo polinomial** (P).
- Linguagens que não são possíveis de ser decididas em tempo polinomial, i.e., em **tempo não-polinomial** (NP).

A Classe P

Diferenças entre as taxas de crescimento

Exemplo: n^3 e 2^n

A Classe P

Diferenças entre as taxas de crescimento

Exemplo: n^3 e 2^n

- Admita $n = 1000$;

A Classe P

Diferenças entre as taxas de crescimento

Exemplo: n^3 e 2^n

- Admita $n = 1000$;
- Logo, $n^3 = 1$ bilhão;

A Classe P

Diferenças entre as taxas de crescimento

Exemplo: n^3 e 2^n

- Admita $n = 1000$;
- Logo, $n^3 = 1$ bilhão;
- Mas, 2^n é maior que o número de átomos do universo.

A Classe P

Definição 7.12

P é a classe de linguagens que são decidíveis em tempo polinomial sobre uma máquina de Turing determinística de uma única fita.
Em outras palavras

$$P = \bigcup_k \text{TIME}(n^k).$$

A Classe P

Definição 7.12

P é a classe de linguagens que são decidíveis em tempo polinomial sobre uma máquina de Turing determinística de uma única fita.
Em outras palavras

$$P = \bigcup_k \text{TIME}(n^k).$$

P é importante porque...

A Classe P

Definição 7.12

P é a classe de linguagens que são decidíveis em tempo polinomial sobre uma máquina de Turing determinística de uma única fita. Em outras palavras

$$P = \bigcup_k \text{TIME}(n^k).$$

P é importante porque...

- **P** é invariante para todos os modelos de computação polinomialmente equivalentes à máquina de Turing determinística de uma única fita;

A Classe P

Definição 7.12

P é a classe de linguagens que são decidíveis em tempo polinomial sobre uma máquina de Turing determinística de uma única fita. Em outras palavras

$$P = \bigcup_k \text{TIME}(n^k).$$

P é importante porque...

- **P** é invariante para todos os modelos de computação polinomialmente equivalentes à máquina de Turing determinística de uma única fita;
- **P** corresponde aproximadamente à classe de problemas que são realisticamente solúveis em um computador.

A Classe P

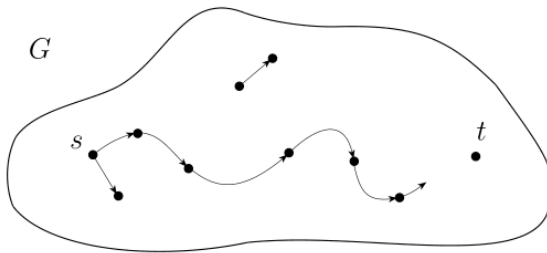
Problema do caminho em um grafo

$CAM = \{\langle G, s, t \rangle \mid G \text{ é um grafo direcionado que tem um caminho direcionado de } s \text{ para } t\}$.

A Classe P

Problema do caminho em um grafo

$CAM = \{\langle G, s, t \rangle \mid G \text{ é um grafo direcionado que tem um caminho direcionado de } s \text{ para } t\}$.



A Classe P

Teorema 7.14

$CAM \in P$

A Classe P

Teorema 7.14

$CAM \in P$

Prova

$M =$ “Sobre a cadeia de entrada $\langle G, s, t \rangle$ em que G é um grafo direcionado com nós s e t :

- ❶ Ponha uma marca sobre o nó s .
- ❷ Repita o seguinte até que nenhum nó adicional seja marcado:
 - ❶ Faça uma varredura em todas as arestas de G . Se uma aresta (a, b) for encontrada indo de um nó marcado a para um nó não marcado b , marque o nó b .
- ❸ Se t estiver marcado, *aceite*. Caso contrário, *rejeite*.



Lista de Exercícios 05

Livro

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. **Código Bib.: [004 SIP/int]**.

Exercícios

- 7.1;
- 7.2;
- 7.6.

Complexidade de Tempo

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

09 de junho de 2014