Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

28 de abril de 2014

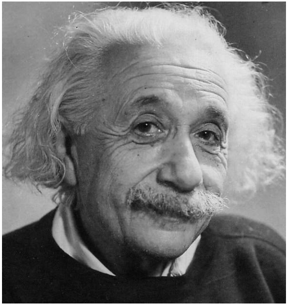
UFG
Campus Jataí

Plano de Aula

Sumário

Pensamento

Pensamento



Frase

O valor do homem é determinado, em primeira instância, pelo grau e pelo sentido em que se libertou do seu ego.

Quem?

Albert Einstein (1879-1955)

Físico teórico alemão.

UFG
Campus Jataí

Sumário

Avisos

Questão Avaliada 02 no Canvas

Devo disponibilizá-la novamente!!!

Sumário

Expressões Regulares

Digamos que R é uma **expressão regular** (ER) se R for:

1. a, para algum $a \in \Sigma$,
2. ϵ,
3. $\emptyset$,
4. $(R_1 \cup R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares,
5. $(R_1 \circ R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares,
6. (R_1^*), em que R_1 é uma expressão regular.

UFG
Campus Jataí

Exemplos de ER

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$
- $1^*(01^+)^*$
- $(\Sigma\Sigma)^*$
- $(0 \cup \epsilon)1^* = 01^* \cup 1^*$
- $1^*\emptyset = \emptyset$
- $\emptyset^* = \{\epsilon\}$

UFG
Campus Jataí

Expressões Regulares

Teorema

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

Estratégia

Utilizar para realizar a prova um **autômato finito não-determinístico generalizado**.

UFG
Campus Jataí

Linguagens Não-Regulares

Existem linguagens que não são regulares como
$$A = \{0^n1^n \mid n \geq 0\}.$$

Lema do Bombeamento

Se A é uma linguagem regular, então existe um número p (o comprimento do bombeamento) tal que, se s é qualquer cadeia de A de comprimento no mínimo p, então s pode ser dividida em três partes, $s = xyz$, satisfazendo as seguintes condições:

1. para cada $i \geq 0, xy^iz \in A$,
2. $|y| > 0$, e
3. $|xy| \leq p$.

Modelos Básicos Computacionais

AFDs, AFNs, e Expressões Regulares

- Potencialidades: reconhecem linguagens como $(10 \cup 1)^*$;
- Fragilidades: não reconhecem linguagens como $A = \{0^n1^n \mid n \geq 0 \text{ e } n \in \mathbb{N}\}$.

GLCs e Autômatos com Pilha

- Potencialidades: reconhecem linguagens como $A = \{0^n1^n \mid n \geq 0 \text{ e } n \in \mathbb{N}\}$.;
- Fragilidades: não reconhecem linguagens como $A = \{a^nb^nc^n \mid n \geq 0 \text{ e } n \in \mathbb{N}\}$.

Portanto são bem restritos para servir de modelo de computadores de propósito geral.

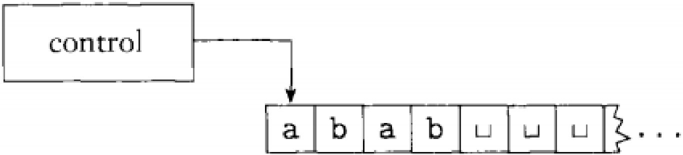
Máquinas de Turing (MT)

- Modelo mais poderoso que GLCs e AFDs;
- Turing, 1936;
- Características importantes:
  1. faz tudo o que um computador real pode fazer;
  2. existem certos problemas que uma MT não pode resolver.

Máquinas de Turing (MT)

\- *Salaminh salah-mês...* tranforme as figuras em inglês!

Máquinas de Turing (MT)



Máquinas de Turing (MT)

Diferenças entre MT e AFDs

- Uma MT pode tanto escrever sobre a fita quanto ler a partir dela;
- A cabeça de leitura-escrita pode mover-se tanto para a esquerda quanto para a direita;
- A fita é infinita;
- Os estados especiais para rejeitar e aceitar fazem efeito imediatamente.

UFG
Campus Jataí

Máquinas de Turing (MT)

Construindo uma MT

Construir M_1 que reconheça a linguagem
$B = \{\omega\#\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*\}$.

Sumário

Máquinas de Turing (MT)

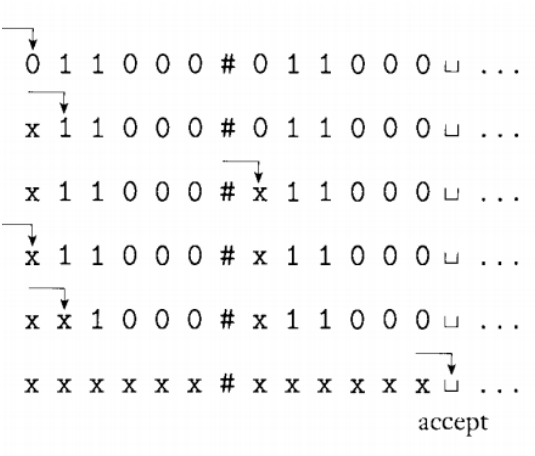
Descrição de M_1

M_1 = "Sobre a cadeia de entrada ω:

1. Faça um zigue-zague ao longo da fita checando posições correspondentes de ambos os lados do símbolo # para verificar se elas contêm o mesmo símbolo. Se elas não contêm, ou se nenhum # for encontrado, *rejeite*. Marque os símbolos à medida que eles são verificados para manter registro de quais símbolos têm correspondência.
2. Quando todos os símbolos à esquerda do # tiverem sido marcados, verifique a existência de algum símbolo remanecente à direta do #. Se resta algum símbolo, *rejeite*; caso contrário, *aceite*.

UFG
Campus Jataí

Máquinas de Turing (MT)



Máquinas de Turing (MT)

Uma **máquina de Turing** é uma 7-upla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$, de forma que Q, Σ, Γ são todos conjuntos finitos e

1. Q é o conjunto de estados,
2. Σ é o alfabeto de entrada sem o **símbolo branco** $\sqcup$,
3. Γ é o alfabeto da fita, em que $\sqcup \in \Gamma$ e $\Sigma \subseteq \Gamma$,
4. $\delta : Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma \times \{E, D\}$ é a função de transição,
5. $q_0 \in Q$ é o estado inicial,
6. $q_{aceita} \in Q$ é o estado de aceitação, e
7. $q_{rejeita} \in Q$ é o estado de rejeição, em que $q_{rejeita} \neq q_{aceita}$.

UFG
Campus Jataí

Configuração de uma MT

Uma configuração de uma MT leva em consideração:

- o estado atual da fita;
- o conteúdo atual da fita;
- a posição atual da cabeça.

Configuração de uma MT

Uma configuração de uma MT leva em consideração:

- o estado atual da fita;
- o conteúdo atual da fita;
- a posição atual da cabeça.

Uma forma especial de representar...

$\mathtt{u}q\mathtt{v}$ em que

- $\mathtt{u}$ e $\mathtt{v}$ são cadeias sobre Γ;
- $\mathtt{uv}$ é o conteúdo atual da fita;
- q é o estado atual; e
- a posição atual da cabeça está sobre o primeiro símbolo de $\mathtt{v}$.

Configuração de uma MT

- *Salaminh salah-mês...* tranforme as figuras para português!

Configuração de uma MT

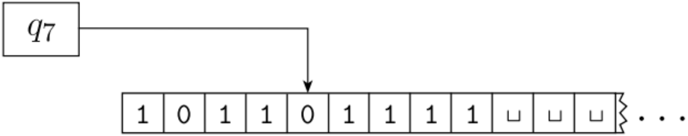


FIGURA 3.4
Uma máquina de Turing com configuração $1011q_701111$

Configuração de uma MT

A configuração C_1 **origina** a configuração C_2, se a máquina de Turing puder legitimamente ir de C_1 para C_2.

Mais formalmente...

Para:

- $\mathtt{a},\ \mathtt{b},\ \mathtt{c} \in \Gamma$,
- $\mathtt{u},\ \mathtt{v} \in \Gamma^*$,
- os estados q_i e q_j,
- as configurações $\mathtt{ua}q_i\mathtt{bv}$ e $\mathtt{u}q_j\mathtt{acv}$.

Configuração de uma MT

A configuração C_1 **origina** a configuração C_2, se a máquina de Turing puder legitimamente ir de C_1 para C_2.

Mais formalmente...

Para:

- $\mathtt{a},\ \mathtt{b},\ \mathtt{c} \in \Gamma$,
- $\mathtt{u},\ \mathtt{v} \in \Gamma^*$,
- os estados q_i e q_j,
- as configurações $\mathtt{ua}q_i\mathtt{bv}$ e $\mathtt{u}q_j\mathtt{acv}$.

Digamos que

$$\mathtt{ua}q_i\mathtt{bv} \text{ origina } \mathtt{u}q_j\mathtt{acv}$$

se na função de transição $\delta(q_i, b) = (q_j, c, E)$.

Configuração de uma MT

Mais formalmente...

Digamos que

$$\mathtt{ua}q_i\mathtt{bv} \text{ origina } \mathtt{u}q_j\mathtt{acv}$$

se na função de transição $\delta(q_i, b) = (q_j, c, E)$. Ou

$$\mathtt{ua}q_i\mathtt{bv} \text{ origina } \mathtt{uac}q_j\mathtt{v}$$

se na função de transição $\delta(q_i, b) = (q_j, c, D)$.

UFG
Campus Jataí

Configuração de uma MT

Termos importantes:

- configuração inicial;
- configuração de aceitação;
- configuração de rejeição;
- configuração de parada.

Linguagem de uma MT

Uma máquina de Turing M **aceita** a entrada ω se uma sequência de configurações $C_1, C_2, \ldots, C_k$ existe, de forma que

- C_1 é a configuração inicial de M sobre a entrada ω;
- cada C_i origina C_{i+1};
- C_k é uma configuração de aceitação.

UFG
Campus Jataí

Linguagem de uma MT

Uma máquina de Turing M **aceita** a entrada ω se uma sequência de configurações $C_1, C_2, \ldots, C_k$ existe, de forma que

- C_1 é a configuração inicial de M sobre a entrada ω;
- cada C_i origina C_{i+1};
- C_k é uma configuração de aceitação.

Linguagem de M

É a coleção de cadeias que M aceita. Também chamada de **linguagem reconhecida por** M e denotada por $L(M)$.

UFG
Campus Jataí

Definições

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

Definições

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-decidível**, se alguma máquina de Turing a decide.

Definições

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-decidível**, se alguma máquina de Turing a decide.

Corolário

Toda linguagem Turing-decidível é Turing-reconhecível.

UFG
Campus Jataí

Exemplos

Uma máquina de Turing M_2 que decide $A = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$:

Exemplos

Uma máquina de Turing M_2 que decide $A = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$:

M_2 = "Sobre a cadeia de entrada w:

1. Faça uma varredura da esquerda para a direita na fita, marcando um 0 não e outro sim.
2. Se no estágio 1, a fita continha um único 0, *aceite*.
3. Se no estágio 1, a fita continha mais que um único 0 e o número de 0s era ímpar, *rejeite*.
4. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
5. Vá para o estágio 1."

UFG
Campus Jataí

Exemplos

Descrição Formal de M_2

$M_2 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1 \, q_{aceita}, q_{rejeita})$:

- $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_{aceita}, q_{rejeita}\}$;
- $\Sigma = \{0\}$,
- $\Gamma = \{0, x, \sqcup\}$,
- Descrevemos δ no próximo slide; e
- q_1, q_{aceita} e $q_{rejeita}$ são o estado inicial, de aceitação e de rejeição, respectivamente.

Exemplos

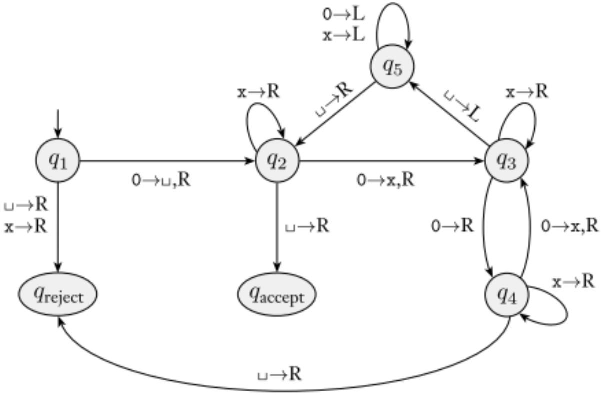


FIGURA 3.8
Diagrama de estados para a máquina de Turing M_2

Lista de Exercícios 03

Livro

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. **Código Bib.: [004 SIP/int]**.

Exercícios

- 3.1;
- 3.2 (a, c, e);
- 3.9;
- 3.15.

Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

28 de abril de 2014

UFG
Campus Jataí