Máquina de Turing: Variantes

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

21 de maio de 2014

UFG
Campus Jataí

Plano de Aula

UFG
Campus Jataí

Sumário

Pensamento

Pensamento

Frase

Na história da humanidade (e dos animais também) aqueles que aprenderam a colaborar e improvisar foram os que prevaleceram.

Quem?

Charles Darwin (1809-1882)

Naturalista britânico.

Sumário

UFG
Campus Jataí

Avisos

Teste 02

Nota já está disponível no Canvas.

Teste 03

Dia **28 de maio**!!!

Notícias do Santa Cruz

UFG
Campus Jataí

Sumário

UFG
Campus Jataí

Exemplos

$L(M_3)$

Uma máquina de Turing M_3 que decide
$C = \{a^i b^j c^k \mid i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$

Exemplos

M_3 = "Sobre a cadeia de entrada w:

1. Faça uma varredura na entrada da esquerda para a direita para determinar se ela é um membro de $a^+b^+c^+$ e *rejeite* se ela não o é.
2. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
3. Marque um a e faça uma varredura para a direita até que um b ocorra. Vá e volte entre os b's e os c's, marcando um de cada até que todos os b's tenham terminado. Se todos os c's tiverem sido marcados e alguns b's permanecem, *rejeite*.
4. Restaure os b's marcados e repita o estágio 3 se existe um outro a para marcar. Se todos os a's tiverem sido marcados, determine se todos os c's também foram marcados. Se sim, *aceite*; caso contrário, *rejeite*."

Exemplos

$L(M_4)$

Uma máquina de Turing M_3 que reconhece $E = \{\#x_1\#x_2\#\ldots\#x_l \mid$ cada $x_i \in \{0,1\}^*$ e $x_i \neq x_j$ para cada $i \neq j\}$

Exemplos

M_4 = "Sobre a entrada w:

1. Coloque uma marca em cima do símbolo de fita mais à esquerda. Se esse símbolo era um branco, *aceite*. Se esse símbolo era um #, continue com o próximo estágio. Caso contrário, *rejeite*.
2. Faça uma varredura procurando o próximo # e coloque uma segunda marca em cima dele. Se nenhum # for encontrado antes de um símbolo em branco, somente x_1 estava presente, portanto *aceite*.

Exemplos

3. Fazendo um zigue-zague, compare as duas cadeias à direita dos #s marcados. Se elas forem iguais, *rejeite*.
4. Mova a marca mais à direita das duas para o próximo símbolo # à direita. Se nenhum símbolo # for encontrado antes de um símbolo em branco, mova a marca mais à esquerda para o próximo # à sua direita e a marca mais à direita para o # depois desse. Dessa vez, se nenum # estiver disponível para a marca mais à direita, todas as cadeias foram comparadas, portanto *aceite*.
5. Vá para o estágio 3."

MT Multifita

Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;
- a função de transição permite ler, escrever e mover as cabeças em algumas ou em todas as fitas simultaneamente

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{E, D, P\}^k$$

em que k é o número de fitas.

Exemplo

$\delta(q_i, a_1, \ldots, a_k) = (q_j, b_1, \ldots, b_k, E, D, \ldots, E)$

MT Multifita

Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

MT Multifita

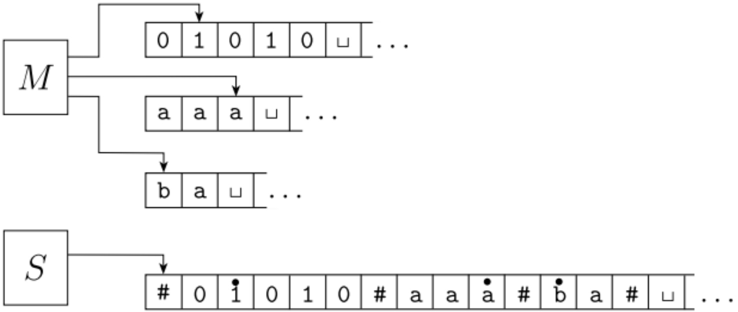

FIGURA 3.14
Representando três fitas com apenas uma

MT Multifita

$S =$ "Sobre a entrada $w = w_1 \cdots w_n$:

1. Primeiro S ponha sua fita no formato que representa todas as k fitas de M. A fita formatada contém

$$\#\dot{w}_1 w_2 \cdots w_n \# \dot{\sqcup} \# \dot{\sqcup} \# \cdots \#$$

2. Para simular um único movimento, S faz uma varredura na sua fita desde o primeiro #, que marca a extremidade esquerda, até o $(k+1)$-ésimo #, que marca a extremidade direita, de modo a determinar os símbolos sob as cabeças virtuais. Então S faz uma segunda passagem para atualizar as fitas conforme a maneira pela qual a função de transição de M estabelece.

UFG
Campus Jataí

MT Multifita

3. Se em algum ponto S move uma das cabeças virtuais sobre um #, essa ação significa que M moveu a cabeça correspondente para a parte previamente não-lida em branco daquela fita. Portanto, S escreve um símbolo em branco nessa célula da fita e desloca o conteúdo da fita, a partir dessa célula até o # mais à direita, uma posição para a direita. Então ela continua a simulação tal qual anteriormente."

MT Multifita

Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing multifita a reconhece.

MT Multifita

PROVA Uma linguagem Turing-reconhecível é reconhecida por uma máquina de Turing comum (com uma única fita), o que é um caso especial de uma máquina de Turing multifita. Isso prova uma direção desse corolário. A outra direção segue do Teorema 3.13.

Sumário

MT Não-Determinística

Definição

Uma **máquina de Turing não-determinística** é como uma máquina de Turing comum. Porém, a sua função de transição se comporta como se segue

$$\delta : Q \times \Gamma \to \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{E, D\}).$$

MT Não-Determinística

Definição

Uma **máquina de Turing não-determinística** é como uma máquina de Turing comum. Porém, a sua função de transição se comporta como se segue

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{E, D\}).$$

Exemplo

$\delta(q_i, a) = \{(q_j, b_1, E); (q_k, b_2, D); (q_l, b_3, E)\}$

MT Não-Determinística

Teorema

Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

MT Não-Determinística

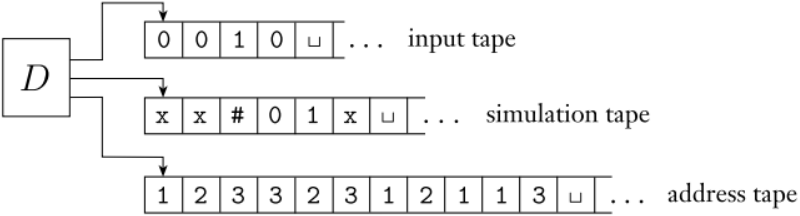

FIGURA 3.17
A MT determinística D simulando a MT não-determinística N

MT Não-Determinística

Descrição de D:

1. Inicialmente a fita 1 contém a entrada w, e as fitas 2 e 3 estão vazias.
2. Copie a fita 1 para a fita 2.
3. Use a fita 2 para simular N com a entrada w sobre um ramo de sua computação não-determinística. Antes de cada passo de N consulte o próximo símbolo na fita 3 para determinar qual escolha fazer entre aquelas permitidas pela função de transição de N. Se não restam mais símbolos na fita 3 ou se essa escolha não-determinística for inválida, aborte esse ramo indo para o estágio 4. Também vá para o estágio 4 se uma configuração de rejeição for encontrada. Se uma configuração de aceitação for encontrada, *aceite* a entrada.
4. Substitua a cadeia na fita 3 pela próxima cadeia na ordem lexicográfica. Simule o próximo ramo da computação de N indo para o estágio 2.

MT Não-Determinística

Teorema

Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing não-determinística a reconhece.

MT Não-Determinística

PROVA Qualquer MT determinística é automaticamente uma MT não-determinística, e portanto uma direção desse teorema segue imediatamente. A outra direção segue do Teorema 3.16.

MT Não-Determinística

Teorema

Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing não-determinística a reconhece.

Corolário

Uma linguagem é decidível se e somente se alguma máquina de Turing não-determinística a decide.

Enumeradores

Definição (informal)

É uma máquina de Turing com uma impressora anexa.

Enumeradores

Definição (informal)

É uma máquina de Turing com uma impressora anexa.

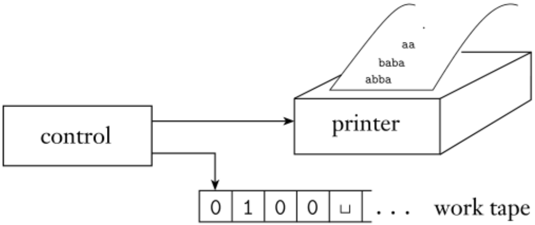

FIGURA 3.20
Esquemática de um enumerador

Enumeradores

Características

- A MT pode utilizar a impressora como dispositivo de saída;

Enumeradores

Características

- O enumerador E inicia com uma fita de entrada em branco;

Enumeradores

Características

- A linguagem enumerada por E é a coleção de todas as cadeias que E em algum momento imprime;

UFG
Campus Jataí

Enumeradores

Características

- E pode imprimir as cadeias da linguagem em qualquer ordem, possivelmente com repetições.

Enumeradores

Características

- A MT pode utilizar a impressora como dispositivo de saída;
- O enumerador E inicia com uma fita de entrada em branco;
- A linguagem enumerada por E é a coleção de todas as cadeias que E em algum momento imprime;
- E pode imprimir as cadeias da linguagem em qualquer ordem, possivelmente com repetições.

Enumeradores

Teorema

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se algum enumerador a enumera.

Enumeradores

Teorema

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se algum enumerador a enumera.

$M =$ "Sobre a entrada w:

1. Rode E. Toda vez que E dá como saída uma cadeia, compare-a com w.
2. Se w em algum momento aparece na saída de E, *aceite*."

UFG
Campus Jataí

Enumeradores

Teorema

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se algum enumerador a enumera.

M = "Sobre a entrada w:

1. Rode E. Toda vez que E dá como saída uma cadeia, compare-a com w.
2. Se w em algum momento aparece na saída de E, *aceite*."

E = "Ignore a entrada.

1. Repita o seguinte para $i = 1, 2, 3, \ldots$
2. Rode M por i passos sobre cada entrada, $s_1, s_2, \ldots, s_i$.
3. Se quaisquer computações aceitam, imprima a s_j correspondente."

Equivalência com outros modelos

- Característica essencial de máquinas de Turing: acesso irrestrito à memória;

Equivalência com outros modelos

- Todos os modelos com essa característica vêm a ser equivalente em poder, desde que satisfaçam requisitos razoáveis;

Equivalência com outros modelos

- Exemplo: qualquer algoritmo escrito em LISP pode ser escrito em Pascal (e vice-versa).

Equivalência com outros modelos

- Característica essencial de máquinas de Turing: acesso irrestrito à memória;
- Todos os modelos com essa característica vêm a ser equivalente em poder, desde que satisfaçam requisitos razoáveis;
- Exemplo: qualquer algoritmo escrito em LISP pode ser escrito em Pascal (e vice-versa).

Corolário importante

Embora possamos imaginar muitos modelos computacionais diferentes, a classe de algoritmos que eles descrevem permanece a mesma.

Sumário

Definição de algoritmo

Contribuição

Apresentou uma noção do que seria um algoritmo no Congresso Internacional de Matemáticos em Paris, no ano de 1900.

Quem?

David Hilbert (1862-1943)
Matemático alemão.

UFG Campus Jataí

Polinômio

Definições

Um **polinômio** é uma soma de termos. Um **termo** é um produto de variáveis e uma constante chamada de **coeficiente**.

Polinômio

Definições

Um **polinômio** é uma soma de termos. Um **termo** é um produto de variáveis e uma constante chamada de **coeficiente**.

Exemplo: Termo

$$6 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot z \cdot z \cdot z = 6x^2yz^3$$

UFG
Campus Jataí

Polinômio

Definições

Um **polinômio** é uma soma de termos. Um **termo** é um produto de variáveis e uma constante chamada de **coeficiente**.

Exemplo: Termo

$$6 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot z \cdot z \cdot z = 6x^2yz^3$$

Exemplo: Polinômio

$$6x^2yz^3 + 3xy^2 - 10$$

Polinômio

Definições

Uma **raiz** de um polinômio é uma atribuição de valores às suas variáveis de modo que o valor do mesmo seja 0. Chamamos de **raiz inteira** aquela em todos os valores atribuídos são valores inteiros.

Polinômio

Definições

Uma **raiz** de um polinômio é uma atribuição de valores às suas variáveis de modo que o valor do mesmo seja 0. Chamamos de **raiz inteira** aquela em todos os valores atribuídos são valores inteiros.

Exemplo: Raiz

O polinômio $6x^3yz^2 + 3xy^2 - x^3 - 10$ tem uma raiz em $x = 5, y = 3$ e $z = 0$.

UFG
Campus Jataí

Polinômio

Definições

Uma **raiz** de um polinômio é uma atribuição de valores às suas variáveis de modo que o valor do mesmo seja 0. Chamamos de **raiz inteira** aquela em todos os valores atribuídos são valores inteiros.

Exemplo: Raiz

O polinômio $6x^3yz^2 + 3xy^2 - x^3 - 10$ tem uma raiz em $x = 5, y = 3$ e $z = 0$.

Exemplo: Raiz Inteira

A raiz do exemplo acima é uma raiz inteira.

Polinômio

Problema apresentado por Hilbert

É possível conceber um algoritmo que teste se um polinômio tem uma raiz inteira ou não?

Polinômio

Problema apresentado por Hilbert

É possível conceber um algoritmo que teste se um polinômio tem uma raiz inteira ou não?

Expressão utilizado por Hilbert

"Um processo com o qual ela possa ser determinada por um número finito de operações".

UFG
Campus Jataí

Polinômio

Problema apresentado por Hilbert

É possível conceber um algoritmo que teste se um polinômio tem uma raiz inteira ou não?

Expressão utilizado por Hilbert

"Um processo com o qual ela possa ser determinada por um número finito de operações".

Curioso

Não existe algoritmo que execute esta tarefa.

UFG
Campus Jataí

Lista de Exercícios 04

Livro

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. **Código Bib.: [004 SIP/int]**.

Exercícios

- 3.4;
- 3.6;
- 3.7;
- 3.16.

Máquina de Turing: Variantes

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

21 de maio de 2014

UFG
Campus Jataí