# Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr. bispojr@ufg.br

Teoria da Computação Bacharelado em Ciência da Computação

19 de maio de 2014





### Plano de Aula

- Pensamento
- 2 Avisos
- Revisão
  - Outros exemplos de MT
- Exemplos
- Variantes de uma MT
  - MT Multifita





## Sumário

- Pensamento
- 2 Avisos
- Revisão
  - Outros exemplos de MT
- 4 Exemplos
- Variantes de uma MT
  - MT Multifita





## Pensamento







### Pensamento,



#### Frase

Ter a meta como alvo, mas viver pelo bom senso.

## Quem?

Desconhecido \*\*\*





## Sumário

- Pensamento
- 2 Avisos
- Revisão
  - Outros exemplos de MT
- 4 Exemplos
- Variantes de uma MT
  - MT Multifita





### **Avisos**

### Questão Avaliada 02 no Canvas

Avaliar até dia 21 de maio!!!





# Notícias do Santa Cruz



#### EM JOGO MOVIMENTADO, ICASA E SANTA CRUZ FICAM NO EMPATE NO ROMEIRÃO

Equipes seguem colados na tabela de classificação da Série B do Campeonato Brasileiro. O Verdão do Cariri é o 14º e o time coral, o 15º





# Sumário

- Pensamento
- 2 Avisos
- Revisão
  - Outros exemplos de MT
- 4 Exemplos
- Variantes de uma MT
  - MT Multifita





# Definições

#### Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

#### Definição

Chame uma linguagem de **Turing-decidível**, se alguma máquina de Turing a decide.

#### Corolário

Toda linguagem Turing-decidível é Turing-reconhecível.





Uma máquina de Turing  $M_2$  que decide  $A = \{0^{2^n} \mid n \ge 0\}$ :

 $M_2$  = "Sobre a cadeia de entrada w:

- Faça uma varredura da esquerda para a direita na fita, marcando um 0 não e outro sim.
- 2. Se no estágio 1, a fita continha um único 0, aceite.
- 3. Se no estágio 1, a fita continha mais que um único 0 e o número de 0s era ímpar, *rejeite*.
- 4. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
- 5. Vá para o estágio 1."





#### Descrição Formal de $M_2$

$$M_2 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1 q_{aceita}, q_{rejeita})$$
:

- $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_{aceita}, q_{rejeita}\};$
- $\Sigma = \{0\},$
- $\Gamma = \{0, x, \sqcup\},\$
- ullet Descrevemos  $\delta$  no próximo slide; e
- q<sub>1</sub>, q<sub>aceita</sub> e q<sub>rejeita</sub> são o estado inicial, de aceitação e de rejeição, respectivamente.





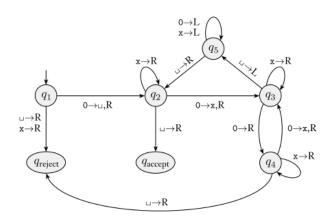




Diagrama de estados para a máquina de Turing  $M_2$ 



# $L(M_1)$

Uma máquina de Turing  $\mathit{M}_1$  que decide  $\mathit{B} = \{\omega \# \omega \mid \omega \in \{0,1\}^*\}$ 

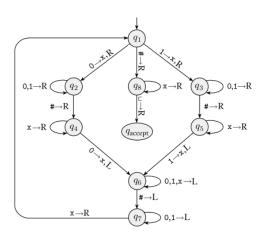
### Descrição Formal de $M_1$

 $M_3 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1 q_{aceita}, q_{rejeita})$ :

- $Q = \{q_1, \ldots, q_{14}, q_{aceita}, q_{rejeita}\};$
- $\Sigma = \{0, 1, \#\},\$
- $\Gamma = \{0, 1, \#, x, \sqcup\},\$
- ullet Descrevemos  $\delta$  no próximo slide; e
- q<sub>1</sub>, q<sub>aceita</sub> e q<sub>rejeita</sub> são o estado inicial, de aceitação e de rejeição, respectivamente.











# Sumário

- Pensamento
- 2 Avisos
- Revisão
  - Outros exemplos de MT
- Exemplos
- Variantes de uma MT
  - MT Multifita





# $L(M_3)$

Uma máquina de Turing  $M_3$  que decide

$$C = \{a^ib^jc^k \mid i\times j = k \text{ e } i,j,k\geq 1\}$$





 $M_3$  = "Sobre a cadeia de entrada w:

- Faça uma varredura na entrada da esquerda para a direita para determinar se ela é um membro de a\*b\*c\* e rejeite se ela não o é.
- 2. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
- 3. Marque um a e faça uma varredura para a direita até que um b ocorra. Vá e volte entre os b's e os c's, marcando um de cada até que todos os b's tenham terminado. Se todos os c's tiverem sido marcados e alguns b's permanecem, rejeite.
- 4. Restaure os b's marcados e repita o estágio 3 se existe um outro a para marcar. Se todos os a's tiverem sido marcados, determine se todos os c's também foram marcados. Se sim, aceite; caso contrário, rejeite."





# $L(M_4)$

Uma máquina de Turing  $M_3$  que reconhece  $E=\{\#x_1\#x_2\#\ldots\#x_l\mid \mathsf{cada}\ x_i\in\{0,1\}^*\ \mathsf{e}\ x_i\neq x_j\ \mathsf{para}\ \mathsf{cada}\ i\neq j\}$ 





#### $M_4$ = "Sobre a entrada w:

- Coloque uma marca em cima do símbolo de fita mais à esquerda. Se esse símbolo era um branco, aceite. Se esse símbolo era um #, continue com o próximo estágio. Caso contrário, rejeite.
- Faça uma varredura procurando o próximo # e coloque uma segunda marca em cima dele. Se nenhum # for encontrado antes de um símbolo em branco, somente x1 estava presente, portanto aceite.





- Fazendo um zigue-zague, compare as duas cadeias à direita dos #s marcados. Se elas forem iguais, rejeite.
- 4. Mova a marca mais à direita das duas para o próximo símbolo # à direita. Se nenhum símbolo # for encontrado antes de um símbolo em branco, mova a marca mais à esquerda para o próximo # à sua direita e a marca mais à direita para o # depois desse. Dessa vez, se nenum # estiver disponível para a marca mais à direita, todas as cadeias foram comparadas, portanto aceite.
- 5. Vá para o estágio 3."





# Sumário

- Pensamento
- 2 Avisos
- Revisão
  - Outros exemplos de MT
- Exemplos
- Variantes de uma MT
  - MT Multifita





### Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;
- a função de transição permite ler, escrever e mover as cabeças em algumas ou em todas as fitas simultaneamente

$$\delta: Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^k \times \{E, D, P\}^k$$

em que k é o número de fitas.





### Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;
- a função de transição permite ler, escrever e mover as cabeças em algumas ou em todas as fitas simultaneamente

$$\delta: Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^k \times \{E, D, P\}^k$$

em que k é o número de fitas.

#### Exemplo

$$\delta(q_i, a_1, \ldots, a_k) = (q_j, b_1, \ldots, b_k, E, D, \ldots, E)$$

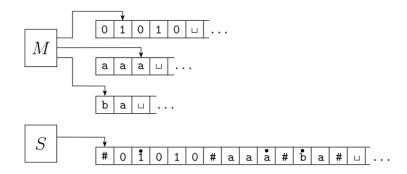


#### Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.







# FIGURA 3.14

Representando três fitas com apenas uma



S = "Sobre a entrada  $w = w_1 \cdot \cdot \cdot \cdot w_n$ :

 Primeiro S ponha sua fita no formato que representa todas as k fitas de M. A fita formatada contém

$$\#w_1 w_2 \cdots w_n \# \sqcup \# \sqcup \# \cdots \#$$

2. Para simular um único movimento, S faz uma varredura na sua fita desde o primeiro #, que marca a extremidade esquerda, até o (k+1)-ésimo #, que marca a extremidade direita, de modo a determinar os símbolos sob as cabeças virtuais. Então S faz uma segunda passagem para atualizar as fitas conforme a maneira pela qual a função de transição de M estabelece.





3. Se em algum ponto S move uma das cabeças virtuais sobre um #, essa ação significa que M moveu a cabeça correspondente para a parte previamente não-lida em branco daquela fita. Portanto, S escreve um símbolo em branco nessa célula da fita e desloca o conteúdo da fita, a partir dessa célula até o # mais à direita, uma posição para a direita. Então ela continua a simulação tal qual anteriormente."





#### Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

#### Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing multifita a reconhece.





**PROVA** Uma linguagem Turing-reconhecível é reconhecida por uma máquina de Turing comum (com uma única fita), o que é um caso especial de uma máquina de Turing multifita. Isso prova uma direção desse corolário. A outra direção segue do Teorema 3.13.





### Lista de Exercícios 04

#### Livro

SIPSER, M. Introdução à Teoria da Computação, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. Código Bib.: [004 SIP/int].

#### Exercícios

- 3.4;
- 3.6:
- **3.7**:
- 3.16.





# Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr. bispojr@ufg.br

Teoria da Computação Bacharelado em Ciência da Computação

19 de maio de 2014



