

Complexidade de Tempo

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

04 de junho de 2014

Plano de Aula

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
- 4 Complexidade de Tempo

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
- 4 Complexidade de Tempo

Pensamento



Pensamento



Frase

É necessário cuidar da ética para não anestesiarmos a nossa consciência e começarmos a achar que tudo é normal.

Quem?

Mário Sérgio Cortella (1954 - *)**
Educador e filósofo brasileiro.

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos**
- 3 Revisão
- 4 Complexidade de Tempo

Avisos

Teste 04

Dia **11 de junho** (Próxima quarta-feira)!!!

Notícias do Santa Cruz

 MENU







BRASILEIRÃO SÉRIE B



oferecimento

JOGOS DA RODADA		encerrado				tempo real				sex 06/06	
		BEC	ABC	ICA	STC	BRA	SAM	POR	JEC	PAR	
		0	1	0	2	1	3	2	2		
		VAS	NAU	AVA	PON	CEA	ARN	AMG	VIL	LUV	
		2	1	2	1	2	0	1			

Recife, PE / Afifitos, Terça-Feira, 03/06/2014 - 19:30

Min:21 - Max:29 °c 

6° 


 2 × 1 

Santa Cruz

Ponte Preta

Gols: Pingo, Renatinho

Gols: Jonathan Cafu

5° 

10ª RODADA

NA VOLTA AO ARRUDA, SANTA CRUZ MOSTRA EFICIÊNCIA PARA VENCER A PONTE

Tricolor mostrou determinação para bater a Macaca, por 2 a 1, mantendo a invencibilidade na Série B antes da parada para a Copa do Mundo

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão**
- 4 Complexidade de Tempo

Complexidade

Por que estudar complexidade?

Um problema pode ser até decidível, mas pode levar uma quantidade de tempo ou memória bastante elevada.

Questões do estudo de complexidade

- Quanto tempo[espaço] leva[ocupa] um determinado algoritmo?
- O que faz um algoritmo gastar[ocupar] mais tempo[espaço] do que um outro?
- É possível classificar os algoritmos em termos de complexidade?



Complexidade de Tempo

Problema

Seja a linguagem $A = \{0^k 1^k \mid k \geq 0\}$. Quanto tempo uma máquina de Turing simples precisa para decidir A ?

Descrição de uma possível MT simples

M_1 = "Sobre a cadeia de entrada ω :

- ❶ Faça uma varredura na fita e *rejeite* se um 0 for encontrado à direita de um 1.
- ❷ Repita se ambos 0s e 1s permanecem sobre a fita:
 - ❶ Faça uma varredura na fita, cortando um único 0 e um único 1.
- ❸ Se 0s ainda permanecerem após todos os 1s tiverem sido cortados, ou se 1s ainda permanecerem após todos os 0s tiverem sido cortados, *rejeite*. Caso contrário, se nem 0s nem 1s permanecerem sobre a fita, *aceite*.

Complexidade de Tempo

Analizando a entrada

- Grafo: número de nós, número de arestas;
- Estrutura de dados: tamanho do vetor, altura da árvore;
- Cadeia: tamanho da cadeia de entrada.

Tipos de Análise

- Análise do pior caso;
- Análise do caso médio;
- Análise do melhor caso.

Utilizaremos aqui...

O tamanho da cadeia de entrada e a análise de pior caso.

Complexidade de Tempo

Definição 7.1

Seja M uma máquina de Turing determinística que pára sobre todas as entradas. O tempo de execução ou **complexidade de tempo** de M é a função $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, em que $f(n)$ é o número máximo de passos que M usa sobre qualquer entrada de comprimento n .

Se $f(n)$ for o tempo de execução de M , dizemos que M *roda* em tempo $f(n)$ e que M é uma máquina de Turing *de tempo* $f(n)$. Costumeiramente usamos n para representar o comprimento da entrada.

Complexidade de Tempo

Notação O-Grande

Sejam f e g funções $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}^+$.

Vamos dizer que $f(n) = O(g(n))$ se inteiros positivos c e n_0 existem tais que para todo inteiro $n \geq n_0$ em que

$$f(n) \leq c \cdot g(n)$$

Quando $f(n) = O(g(n))$, dizemos que $g(n)$ é um **limitante superior** para $f(n)$, ou mais precisamente, que $g(n)$ é um **limitante superior assintótico** para $f(n)$, para enfatizar que estamos suprimindo fatores constantes.

Complexidade de Tempo

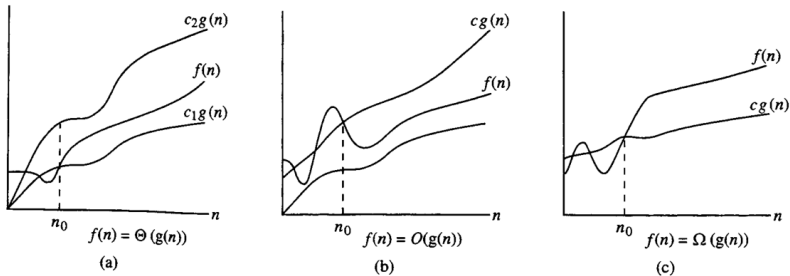


Figura: Comportamento das notações Θ , O e Ω .

Complexidade de Tempo

$$f_1(n) = 5n^3 + 2n^2 + 22n + 6$$

$$O(f_1(n)) = O(5n^3 + 2n^2 + 22n + 6) \quad (1)$$

$$= O(5n^3) \quad (2)$$

$$= O(n^3) \quad (3)$$

É verdade porque...

Basta admitir $c = 6$, e $n_0 = 10$. Logo

$$5n^3 + 2n^2 + 22n + 6 \leq 6n^3$$

para todo $n \geq 10$.



Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
- 4 Complexidade de Tempo

Complexidade de Tempo

$$f_1(n) = 5n^3 + 2n^2 + 22n + 6$$

$$O(f_1(n)) = O(5n^3 + 2n^2 + 22n + 6) \quad (4)$$

$$= O(5n^3) \quad (5)$$

$$= O(n^3) \quad (6)$$

Complexidade de Tempo

$$f_1(n) = 5n^3 + 2n^2 + 22n + 6$$

$$O(f_1(n)) = O(5n^3 + 2n^2 + 22n + 6) \quad (4)$$

$$= O(5n^3) \quad (5)$$

$$= O(n^3) \quad (6)$$

Também é verdade dizer que...

$f_1(n) = O(n^4)$, pois n^4 é maior que n^3 e portanto é ainda um limitante assintótico superior sobre f_1 .

Complexidade de Tempo

$$f_1(n) = 5n^3 + 2n^2 + 22n + 6$$

$$O(f_1(n)) = O(5n^3 + 2n^2 + 22n + 6) \quad (4)$$

$$= O(5n^3) \quad (5)$$

$$= O(n^3) \quad (6)$$

Também é verdade dizer que...

$f_1(n) = O(n^4)$, pois n^4 é maior que n^3 e portanto é ainda um limitante assintótico superior sobre f_1 .

Mas...

$$f_1(n) \neq O(n^2).$$

Complexidade de Tempo

$$f_2(n) = \log_{13} n + 5$$

Complexidade de Tempo

$$f_2(n) = \log_{13} n + 5$$

$$O(f_2(n)) = O(\log_{13} n + 5) \quad (7)$$

$$= O(\log_{13} n) \quad (8)$$

$$= O(\log n) \quad (9)$$

Complexidade de Tempo

$$f_2(n) = \log_{13} n + 5$$

$$O(f_2(n)) = O(\log_{13} n + 5) \quad (7)$$

$$= O(\log_{13} n) \quad (8)$$

$$= O(\log n) \quad (9)$$

Porque...

$$\log n = \log_{10} n = \frac{\log_{13} n}{\log_{13} 10}$$

Complexidade de Tempo

$$f_3(n) = 3n\log_2 n + 5n\log_2 \log_2 n + 2$$

Complexidade de Tempo

$$f_3(n) = 3n\log_2 n + 5n\log_2 \log_2 n + 2$$

$$O(f_3(n)) = O(3n\log_2 n + 5n\log_2 \log_2 n + 2) \quad (10)$$

$$= O(3n\log_2 n) \quad (11)$$

$$= O(n\log n) \quad (12)$$

Complexidade de Tempo

$$f_3(n) = 3n\log_2 n + 5n\log_2 \log_2 n + 2$$

$$O(f_3(n)) = O(3n\log_2 n + 5n\log_2 \log_2 n + 2) \quad (10)$$

$$= O(3n\log_2 n) \quad (11)$$

$$= O(n\log n) \quad (12)$$

Porque...

$n\log n$ domina sobre $\log\log n$.

Lista de Exercícios 05

Livro

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. **Código Bib.: [004 SIP/int].**

Exercícios

- 7.1;
- 7.2;
- 7.6.

Complexidade de Tempo

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

04 de junho de 2014