# Revisão e Demonstrações de LFA

Esdras Lins Bispo Jr. bispojr@ufg.br

Teoria da Computação Bacharelado em Ciência da Computação

17 de março de 2014





### Plano de Aula

- Pensamento
- 2 Avisos
- Revisão
  - Autômatos Finitos Determinísticos
- 4 LFA
  - Autômato Finito Não-Determinístico
  - Expressões Regulares





### Sumário

- Pensamento
- 2 Avisos
- Revisão
  - Autômatos Finitos Determinísticos
- 4 LFA
  - Autômato Finito Não-Determinístico
  - Expressões Regulares





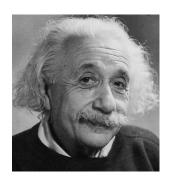
# Pensamento







#### Pensamento



#### Frase

Se A é o sucesso, então A = X + Y + Z.O trabalho é X;
Y é o lazer; e
Z é manter a boca fechada.

### Quem?

Albert Einstein (1879 - 1955): Físico teórico alemão.





## Sumário

- Pensamento
- 2 Avisos
- Revisão
  - Autômatos Finitos Determinísticos
- 4 LFA
  - Autômato Finito Não-Determinístico
  - Expressões Regulares





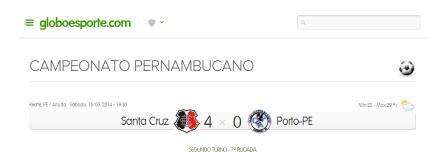
### **Avisos**

#### Questão Avaliada 01 no Canvas

É necessária a avaliação pelos pares!

Toorio	A > T > T > O
Teoria	♠ > Teoria > Tarefas > Questão Avaliada 01
Página inicial	
Anúncios	Questão Avaliada 01
Páginas	Encontre o erro na seguinte prova de que $2=1$ . Considere a equação $a=b$ . Multiplique ambos os lados por $a$ para obter $a^2=ab$ . Subtraia $b^2$ de ambos os lados para obter $a^2-b^2=ab-b^2$ . Agora fatore cada lado, obtendo $(a-b)$ ( $a+b$ ) $=b$ ( $a-b$ ), e divida cada lado por $(a-b)$ , para chegar em $a+b=b$ . Finalmente, faça $a$ e $b$ iguais a 1, o que mostra que $2=1$ .
Tarefas	
Testes	
Notas	
Discussões	
Pessoas	
Programa	
Módulos	

#### **Avisos**



SANTA ESTREIA NA ARENA PERNAMBUCO COM GOLEADA DIANTE DO PORTO-PE

Léo Gamalho assume papel de protagonista ao abrir o placar e participar diretamente do segundo gol; Jefferson Maranhão marcou outros dois gols





#### Sumário

- Pensamento
- Avisos
- Revisão
  - Autômatos Finitos Determinísticos
- 4 LFA
  - Autômato Finito Não-Determinístico
  - Expressões Regulares



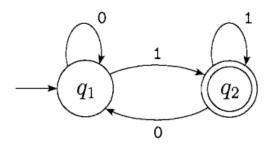


Um autômato finito determinístico (AFD) é uma 5-upla  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ , de forma que

- Q é um conjunto finito conhecido como os estados,
- Σ é um conjunto finito chamado o alfabeto,
- **3**  $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$  é a função de transição,
- $F \subseteq Q$  o conjunto de estados de aceitação.

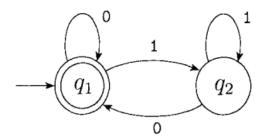






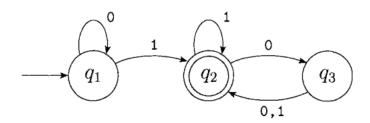






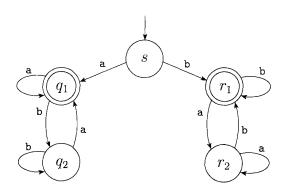






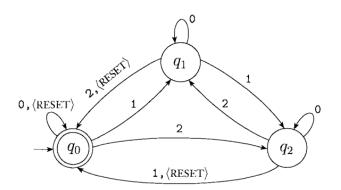
















# Computação e Linguagem Regular

#### Computação

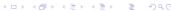
Seja M um autômato finito e  $w=w_1w_2...w_n$  seja uma cadeia em que  $w_i$  é um membro do alfabeto  $\Sigma$ . Então M aceita w se existe uma sequência de estados  $r_0, r_1, ..., r_n$  em Q com três condições:

- $0 r_0 = q_0$
- ②  $\delta(r_i, w_{i+1}) = r_{i+1}$ , para i = 0, 1, ..., n-1, e
- $\circ$   $r_n \in F$ .

### Linguagem Regular (Definição 1.16)

Uma linguagem é chamada de uma linguagem regular se algum autômato finito a reconhece.





#### Sumário

- Pensamento
- 2 Avisos
- Revisão
  - Autômatos Finitos Determinísticos
- 4 LFA
  - Autômato Finito Não-Determinístico
  - Expressões Regulares





# Operações Regulares

Sejam A e B linguagens. Definimos as operações regulares união, concatenação e estrela da seguinte forma:

- **União**:  $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$ .
- Concatenação:  $A \circ B = \{xy \mid x \in A \text{ e } y \in B\}.$
- Estrela:  $A^* = \{x_1 x_2 \dots x_k \mid k \ge 0 \text{ e } x_i \in A\}.$





# Operações Regulares

Sejam A e B linguagens. Definimos as operações regulares união, concatenação e estrela da seguinte forma:

- **União**:  $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$ .
- Concatenação:  $A \circ B = \{xy \mid x \in A \text{ e } y \in B\}.$
- Estrela:  $A^* = \{x_1 x_2 \dots x_k \mid k \ge 0 \text{ e } x_i \in A\}.$

#### Teorema 1.25

A classe de linguagens regulares é **fechada** sob a operação de união.





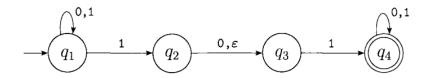
Um autômato finito não-determinístico (AFN) é uma 5-upla  $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ , de forma que

- Q é um conjunto finito estados,
- Σ é um alfabeto finito,
- $oldsymbol{\delta}: Q imes \Sigma_\epsilon o \mathcal{P}(Q)$  é a função de transição,
- $oldsymbol{0} q_0 \in Q$  é o estado inicial, e
- ullet  $F\subseteq Q$  é o conjunto de estados de aceitação.



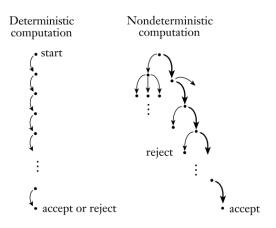


Qual linguagem este AFN reconhece?



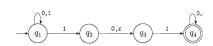


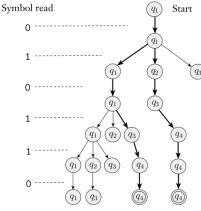
















#### Computação em um AFN

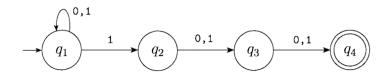
Seja N um autômato finito não-determinístico e w uma cadeia sobre o alfabeto  $\Sigma$ . Então N aceita w se podemos escrever w como  $w=y_1y_2\ldots y_m$ , em que cada  $y_i$  é um membro de  $\Sigma_\epsilon$  e existe uma sequência de estados  $r_0, r_1, \ldots, r_n$  em Q com três condições:

- $0 r_0 = q_0$
- ②  $r_{i+1} \in \delta(r_i, y_{i+1})$ , para i = 0, 1, ..., m-1, e
- $\circ$   $r_m \in F$ .



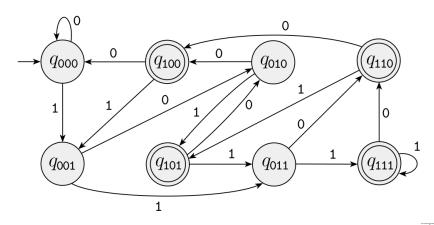


Qual linguagem este AFN reconhece?

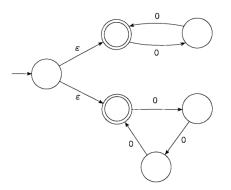








### Qual linguagem este AFN reconhece?







#### Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.





#### Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

#### Corolário 1.40

Uma linguagem é regular se e somente se algum autômato finito não-determinístico a reconhece.





# Expressões Regulares

Digamos que R é uma expressão regular (ER) se R for:

- $\bullet$  a, para algum  $a \in \Sigma$ ,
- $\mathbf{2} \epsilon$ ,
- **③** ∅,
- $(R_1 \cup R_2)$ , em que  $R_1$  e  $R_2$  são expressões regulares,
- $\circ$   $(R_1^*)$ , em que  $R_1$  é uma expressão regular.





# Exemplos de ER

- 0\*10\*
- Σ\*1Σ\*
- Σ\*001Σ\*
- 1\*(01<sup>+</sup>)\*
- (ΣΣ)\*
- $(0 \cup \epsilon)1^* = 01^* \cup 1^*$
- $1*\emptyset = \emptyset$
- $\bullet \ \emptyset^* = \{\epsilon\}$





# Expressões Regulares

#### Teorema

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.





# Expressões Regulares

#### Teorema

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

#### Estratégia

Utilizar para realizar a prova um autômato finito não-determinístico generalizado.





# Autômato Finito Não-Determinístico Generalizado

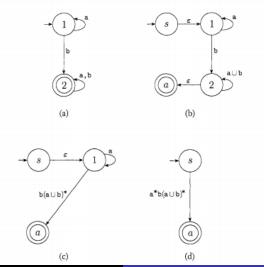
Um autômato finito não-determinístico generalizado (AFNG) é uma 5-upla ( $Q, \Sigma, \delta, q_{inicio}, q_{aceita}$ ), de forma que

- Q é um conjunto finito estados,
- Σ é um alfabeto finito,
- $\delta: (Q \{q_{aceita}\}) \times (Q \{q_{inicio}\}) \rightarrow R$  é a função de transição,
- $q_{inicio} \in Q$  é o estado inicial, e
- $ullet q_{aceita} \in Q$  é o estado de aceitação.





# Autômatos Finitos Não-Determinístico Generalizado





# Linguagens Não-Regulares

Existem linguagens que não são regulares como

$$A=\{0^n1^n\mid n\geq 0\}.$$





# Linguagens Não-Regulares

Existem linguagens que não são regulares como  $A = \{0^n 1^n \mid n > 0\}.$ 

#### Lema do Bombeamento

Se A é uma linguagem regular, então existe um número p (o comprimento do bombeamento) tal que, se s é qualquer cadeia de A de comprimento no mínimo p, então s pode ser dividida em três partes, s=xyz, satisfazendo as seguintes condições:

- $\bullet$  para cada  $i \geq 0, xy^i z \in A$ ,
- |y| > 0, e
- $|xy| \le p.$





### Lista de Exercícios 02

#### Livro

SIPSER, M. Introdução à Teoria da Computação, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. Código Bib.: [004 SIP/int].

#### Exercícios

- 1.4 (a, d, g);
- 1.7 (a, d, g);
- 1.15;
- 1.31.





# Revisão e Demonstrações de LFA

Esdras Lins Bispo Jr. bispojr@ufg.br

Teoria da Computação Bacharelado em Ciência da Computação

17 de março de 2014



