

Revisão e Demonstrações de LFA

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

12 de março de 2014

Plano de Aula

1 Pensamento

2 Avisos

3 Revisão LFA

- Autômatos Finitos Determinísticos
- Autômato Finito Não-Determinístico
- Expressões Regulares

Sumário

1 Pensamento

2 Avisos

3 Revisão LFA

- Autômatos Finitos Determinísticos
- Autômato Finito Não-Determinístico
- Expressões Regulares

Pensamento



Pensamento



Frase

Machines take me by surprise with great frequency.

Quem?

Alan Turing (1912-54)

Matemático, lógico,
cientista da computação.

Sumário

1 Pensamento


2 Avisos



3 Revisão LFA


- Autômatos Finitos Determinísticos
- Autômato Finito Não-Determinístico
- Expressões Regulares

Avisos


Repositório - <https://github.com/FreeUFG/teocomp>


 GitHub, Inc. [US] <https://github.com/FreeUFG/teocomp>


  This repository ▾ Search or type a command ⓘ Explore Gist Blog Help


PUBLIC  **FreeUFG / teocomp** Unwatch ▾ 2



Repositório da disciplina Teoria da Computação, UFG-Jataí. — Edit

 7 commits



 1 branch




 0 releases

 1 contributor

 branch: master ▾ **teocomp** / 

Inclusão de slide do canvas

 **bispojr** authored 2 days ago latest commit c8e960835b 

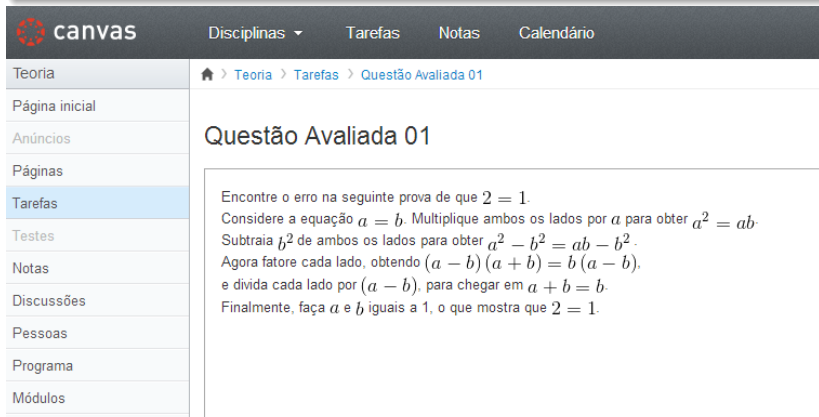
 2014.1	Inclusão de slide do canvas	2 days ago
 .gitignore	Aula 01 - Apresentação da Disciplina	10 days ago
 LICENSE	Initial commit	10 days ago
 README.md	Alterando a descrição do rep	10 days ago

Avisos

Questão Avaliada 01 no Canvas

Prazo de máximo de submissão:

Hoje, até às 23h (sugerido por Ariel).



The screenshot shows the Canvas LMS interface. At the top, there is a navigation bar with the Canvas logo and links for 'Disciplinas', 'Tarefas', 'Notas', and 'Calendário'. Below this, a sidebar on the left contains a list of navigation items: 'Teoria', 'Página inicial', 'Anúncios', 'Páginas', 'Tarefas' (highlighted in blue), 'Testes', 'Notas', 'Discussões', 'Pessoas', 'Programa', and 'Módulos'. The main content area displays the title 'Questão Avaliada 01' and the following text:

Encontre o erro na seguinte prova de que $2 = 1$.
Considere a equação $a = b$. Multiplique ambos os lados por a para obter $a^2 = ab$.
Subtraia b^2 de ambos os lados para obter $a^2 - b^2 = ab - b^2$.
Agora fator cada lado, obtendo $(a - b)(a + b) = b(a - b)$.
e divida cada lado por $(a - b)$, para chegar em $a + b = b$.
Finalmente, faça a e b iguais a 1, o que mostra que $2 = 1$.

Sumário

1 Pensamento

2 Avisos

3 Revisão LFA

- Autômatos Finitos Determinísticos
- Autômato Finito Não-Determinístico
- Expressões Regulares

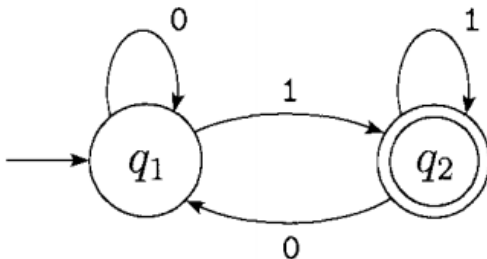
Autômatos Finitos Determinísticos

Um **autômato finito determinístico** (AFD) é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, de forma que

- ❶ Q é um conjunto finito conhecido como os **estados**,
- ❷ Σ é um conjunto finito chamado o **alfabeto**,
- ❸ $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ é a **função de transição**,
- ❹ $q_0 \in Q$ é o **estado inicial**, e
- ❺ $F \subseteq Q$ é o **conjunto de estados de aceitação**.

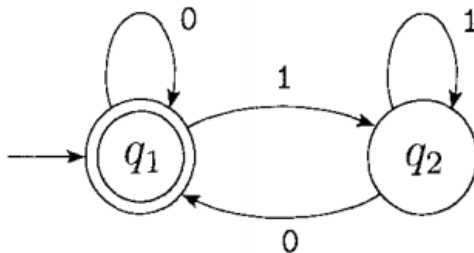
Autômatos Finitos Determinísticos

Qual linguagem este autômato reconhece?



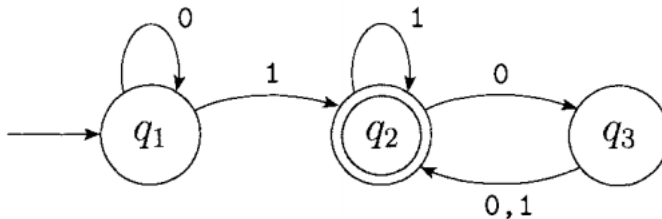
Autômatos Finitos Determinísticos

Qual linguagem este autômato reconhece?



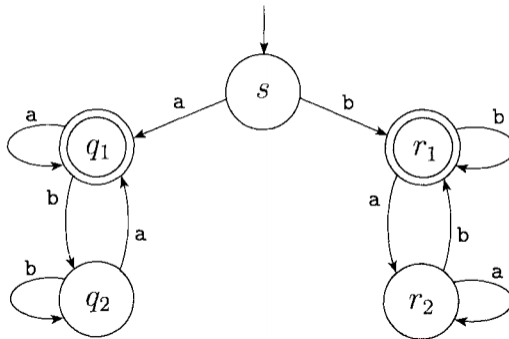
Autômatos Finitos Determinísticos

Qual linguagem este autômato reconhece?



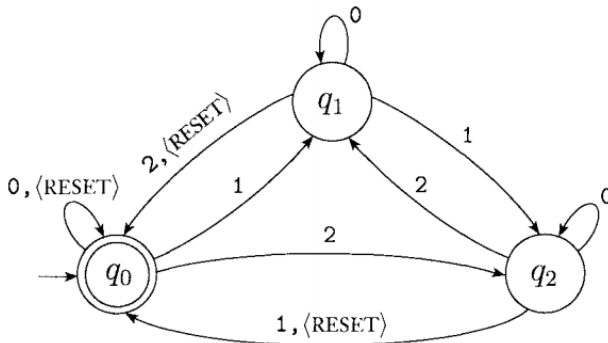
Autômatos Finitos Determinísticos

Qual linguagem este autômato reconhece?



Autômatos Finitos Determinísticos

Qual linguagem este autômato reconhece?



Computação e Linguagem Regular

Computação

Seja M um autômato finito e $w = w_1 w_2 \dots w_n$ seja uma cadeia em que w_i é um membro do alfabeto Σ . Então M **aceita** w se existe uma sequência de estados r_0, r_1, \dots, r_n em Q com três condições:

- ❶ $r_0 = q_0$
- ❷ $\delta(r_i, w_{i+1}) = r_{i+1}$, para $i = 0, 1, \dots, n-1$, e
- ❸ $r_n \in F$.

Linguagem Regular (Definição 1.16)

Uma linguagem é chamada de uma **linguagem regular** se algum autômato finito a reconhece.



Operações Regulares

Sejam A e B linguagens. Definimos as operações regulares **união**, **concatenação** e **estrela** da seguinte forma:

- **União:** $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$.
- **Concatenação:** $A \circ B = \{xy \mid x \in A \text{ e } y \in B\}$.
- **Estrela:** $A^* = \{x_1 x_2 \dots x_k \mid k \geq 0 \text{ e } x_i \in A\}$.

Operações Regulares

Sejam A e B linguagens. Definimos as operações regulares **união**, **concatenação** e **estrela** da seguinte forma:

- **União:** $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$.
- **Concatenação:** $A \circ B = \{xy \mid x \in A \text{ e } y \in B\}$.
- **Estrela:** $A^* = \{x_1 x_2 \dots x_k \mid k \geq 0 \text{ e } x_i \in A\}$.

Teorema 1.25

A classe de linguagens regulares é **fechada** sob a operação de **união**.

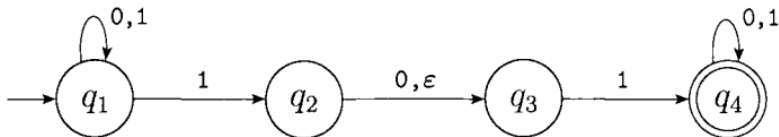
Autômato Finito Não-Determinístico

Um **autômato finito não-determinístico** (AFN) é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, de forma que

- ❶ Q é um conjunto finito estados,
- ❷ Σ é um alfabeto finito,
- ❸ $\delta : Q \times \Sigma_{\epsilon} \rightarrow \mathcal{P}(Q)$ é a função de transição,
- ❹ $q_0 \in Q$ é o estado inicial, e
- ❺ $F \subseteq Q$ é o conjunto de estados de aceitação.

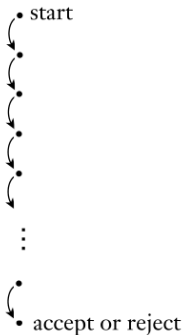
Autômato Finito Não-Determinístico

Qual linguagem este AFN reconhece?

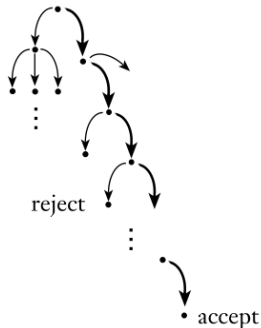


Autômato Finito Não-Determinístico

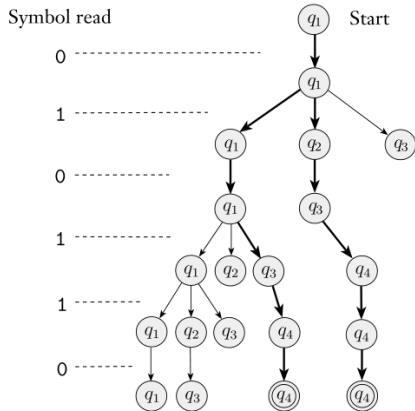
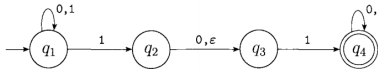
Deterministic
computation



Nondeterministic
computation



Autômato Finito Não-Determinístico



Autômato Finito Não-Determinístico

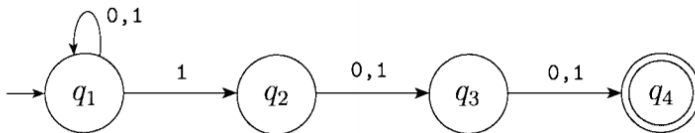
Computação em um AFN

Seja N um autômato finito não-determinístico e w uma cadeia sobre o alfabeto Σ . Então N **aceita** w se podemos escrever w como $w = y_1 y_2 \dots y_m$, em que cada y_i é um membro de Σ_ϵ e existe uma sequência de estados r_0, r_1, \dots, r_m em Q com três condições:

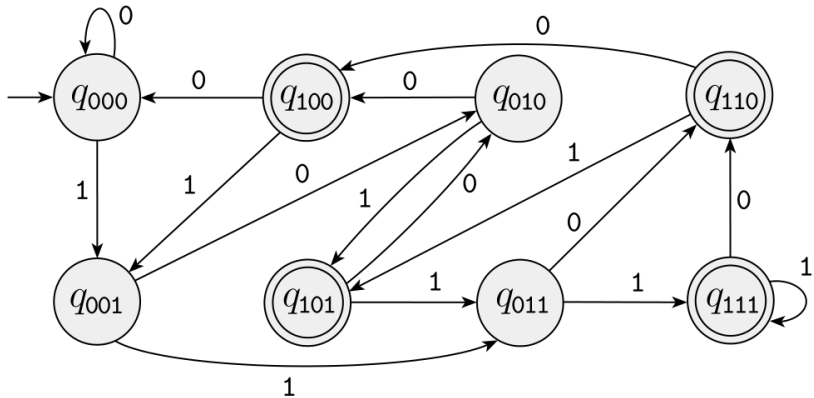
- 1 $r_0 = q_0$
- 2 $r_{i+1} \in \delta(r_i, y_{i+1})$, para $i = 0, 1, \dots, m-1$, e
- 3 $r_m \in F$.

Autômatos Finitos Não-Determinístico

Qual linguagem este AFN reconhece?

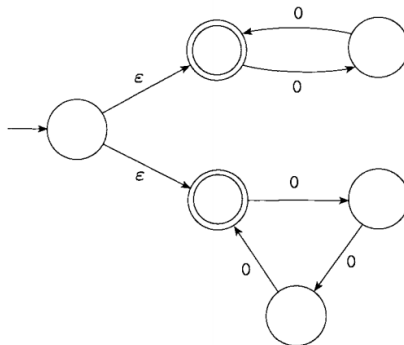


Autômatos Finitos Não-Determinístico



Autômatos Finitos Não-Determinístico

Qual linguagem este AFN reconhece?



Autômatos Finitos Não-Determinístico

Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Autômatos Finitos Não-Determinístico

Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Corolário 1.40

Uma linguagem é regular se e somente se algum autômato finito não-determinístico a reconhece.

Expressões Regulares

Digamos que R é uma **expressão regular** (ER) se R for:

- 1 a , para algum $a \in \Sigma$,
- 2 ϵ ,
- 3 \emptyset ,
- 4 $(R_1 \cup R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares,
- 5 $(R_1 \circ R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares,
- 6 (R_1^*) , em que R_1 é uma expressão regular.

Exemplos de ER

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$
- $1^*(01^+)^*$
- $(\Sigma\Sigma)^*$
- $(0 \cup \epsilon)1^* = 01^* \cup 1^*$
- $1^*\emptyset = \emptyset$
- $\emptyset^* = \{\epsilon\}$

Expressões Regulares

Teorema

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

Expressões Regulares

Teorema

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

Estratégia

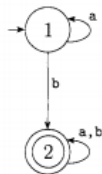
Utilizar para realizar a prova um **autômato finito não-determinístico generalizado**.

Autômato Finito Não-Determinístico Generalizado

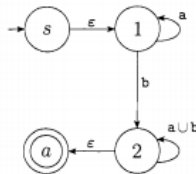
Um **autômato finito não-determinístico generalizado** (AFNG) é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_{início}, q_{aceita})$, de forma que

- ❶ Q é um conjunto finito estados,
- ❷ Σ é um alfabeto finito,
- ❸ $\delta : (Q - \{q_{aceita}\}) \times (Q - \{q_{início}\}) \rightarrow R$ é a função de transição,
- ❹ $q_{início} \in Q$ é o estado inicial, e
- ❺ $q_{aceita} \in Q$ é o estado de aceitação.

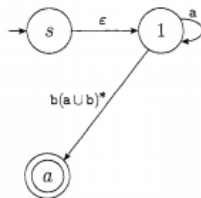
Autômatos Finitos Não-Determinístico Generalizado



(a)



(b)



(c)



(d)

Linguagens Não-Regulares

Existem linguagens que não são regulares como
 $A = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}.$

Linguagens Não-Regulares

Existem linguagens que não são regulares como

$$A = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}.$$

Lema do Bombeamento

Se A é uma linguagem regular, então existe um número p (o comprimento do bombeamento) tal que, se s é qualquer cadeia de A de comprimento no mínimo p , então s pode ser dividida em três partes, $s = xyz$, satisfazendo as seguintes condições:

- 1 para cada $i \geq 0$, $xy^i z \in A$,
- 2 $|y| > 0$, e
- 3 $|xy| \leq p$.



Lista de Exercícios 02

Livro

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. **Código Bib.: [004 SIP/int].**

Exercícios

- 1.4 (a, d, g);
- 1.7 (a, d, g);
- 1.15;
- 1.31.

Revisão e Demonstrações de LFA

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

12 de março de 2014