

Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

12 de maio de 2014

Plano de Aula

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
- 4 Máquina de Turing
 - Outros exemplos de MT
- 5 Variantes de uma MT
 - MT Multifita
 - MT Não-Determinística

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
- 4 Máquina de Turing
 - Outros exemplos de MT
- 5 Variantes de uma MT
 - MT Multifita
 - MT Não-Determinística

Pensamento



Pensamento



Frase

Viver não dói. O que dói é a vida que não se vive.

Quem?

Emílio Moura (1902-1971)

Professor e poeta modernista mineiro.

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos**
- 3 Revisão
- 4 Máquina de Turing
 - Outros exemplos de MT
- 5 Variantes de uma MT
 - MT Multifita
 - MT Não-Determinística

Avisos

Questão Avaliada 02 no Canvas

Avaliar até dia **14 de maio!!!**

Notícias do Santa Cruz

 MENU





BRASILEIRÃO SÉRIE B


 BUSCAR




São Lourenço da Mata, Pernambuco / Arena Pernambuco, Sábado, 10/05/2014 - 16:20

16°

Santa Cruz



0 × 0



Leverdence

6°

4ª RODADA

EM REENCONTRO, AGORA NA SÉRIE B, SANTA E LUVERDENSE FICAM SÓ NO 0 A 0

Depois de se enfrentarem seis vezes pela Série C nos últimos anos, rivais duelam na
Arena PE, em jogo com sabor bem distinto para ambos

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão**
- 4 Máquina de Turing
 - Outros exemplos de MT
- 5 Variantes de uma MT
 - MT Multifita
 - MT Não-Determinística

Máquinas de Turing (MT)

Descrição de M_1

M_1 = “Sobre a cadeia de entrada ω :

- 1 Faça um zigue-zague ao longo da fita checando posições correspondentes de ambos os lados do símbolo $\#$ para verificar se elas contêm o mesmo símbolo. Se elas não contêm, ou se nenhum $\#$ for encontrado, *rejeite*. Marque os símbolos à medida que eles são verificados para manter registro de quais símbolos têm correspondência.
- 2 Quando todos os símbolos à esquerda do $\#$ tiverem sido marcados, verifique a existência de algum símbolo remanecente à direita do $\#$. Se resta algum símbolo, *rejeite*; caso contrário, *aceite*.

Máquinas de Turing (MT)

The diagram illustrates the step-by-step construction of the string `xxxxxx#xxxxxx` on a Turing Machine tape. The tape initially contains the input `0 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...`. Arrows indicate the head's position at each step. The process involves replacing the input symbols with 'x' one by one, starting from the left and moving right across the tape. The final state shown is `accept`, indicating the string has been successfully processed.

```
0 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...
x 1 1 0 0 0 # 0 1 1 0 0 0 □ ...
x 1 1 0 0 0 # x 1 1 0 0 0 □ ...
x 1 1 0 0 0 # x 1 1 0 0 0 □ ...
x x 1 0 0 0 # x 1 1 0 0 0 □ ...
x x x x x x # x x x x x x □ ...
                                accept
```

Máquinas de Turing (MT)

Uma **máquina de Turing** é uma 7-upla
 $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{aceita}, q_{rejeita})$, de forma que Q, Σ, Γ são todos conjuntos finitos e

- 1 Q é o conjunto de estados,
- 2 Σ é o alfabeto de entrada sem o **símbolo branco** \sqcup ,
- 3 Γ é o alfabeto da fita, em que $\sqcup \in \Gamma$ e $\Sigma \subseteq \Gamma$,
- 4 $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D\}$ é a função de transição,
- 5 $q_0 \in Q$ é o estado inicial,
- 6 $q_{aceita} \in Q$ é o estado de aceitação, e
- 7 $q_{rejeita} \in Q$ é o estado de rejeição, em que $q_{rejeita} \neq q_{aceita}$.

Configuração de uma MT

Uma configuração de uma MT leva em consideração:

- o estado atual da fita;
- o conteúdo atual da fita;
- a posição atual da cabeça.

Configuração de uma MT

Uma configuração de uma MT leva em consideração:

- o estado atual da fita;
- o conteúdo atual da fita;
- a posição atual da cabeça.

Uma forma especial de representar...

uqv em que

- u e v são cadeias sobre Γ ;
- uv é o conteúdo atual da fita;
- q é o estado atual; e
- a posição atual da cabeça está sobre o primeiro símbolo de v .



Configuração de uma MT



- *Salaminh salah-mês...* transforme as figuras para português!

Configuração de uma MT

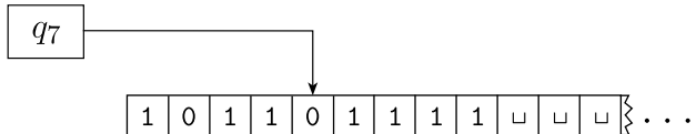


FIGURA 3.4

Uma máquina de Turing com configuração 1011 q_7 01111

Configuração de uma MT

A configuração C_1 **origina** a configuração C_2 , se a máquina de Turing puder legitimamente ir de C_1 para C_2 .

Mais formalmente...

Para:

- $a, b, c \in \Gamma$,
- $u, v \in \Gamma^*$,
- os estados q_i e q_j ,
- as configurações uaq_ibv e uq_jacv .

Configuração de uma MT

A configuração C_1 **origina** a configuração C_2 , se a máquina de Turing puder legitimamente ir de C_1 para C_2 .

Mais formalmente...

Para:

- $a, b, c \in \Gamma$,
- $u, v \in \Gamma^*$,
- os estados q_i e q_j ,
- as configurações uaq_ibv e uq_jacv .

Digamos que

uaq_ibv origina uq_jacv

se na função de transição $\delta(q_i, b) = (q_j, c, E)$.

Configuração de uma MT

Mais formalmente...

Digamos que

$u a q_i b v$ origina $u q_j a c v$

se na função de transição $\delta(q_i, b) = (q_j, c, E)$. Ou

$u a q_i b v$ origina $u a c q_j v$

se na função de transição $\delta(q_i, b) = (q_j, c, D)$.

Configuração de uma MT

Termos importantes:

- configuração inicial;
- configuração de aceitação;
- configuração de rejeição;
- configuração de parada.

Linguagem de uma MT

Uma máquina de Turing M **aceita** a entrada ω se uma sequência de configurações C_1, C_2, \dots, C_k existe, de forma que

- C_1 é a configuração inicial de M sobre a entrada ω ;
- cada C_i origina C_{i+1} ;
- C_k é uma configuração de aceitação.

Linguagem de M

É a coleção de cadeias que M aceita. Também chamada de **linguagem reconhecida por M** e denotada por $L(M)$.

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
- 4 Máquina de Turing**
 - Outros exemplos de MT
- 5 Variantes de uma MT
 - MT Multifita
 - MT Não-Determinística

Definições

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

Definições

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-decidível**, se alguma máquina de Turing a decide.

Definições

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-reconhecível**, se alguma máquina de Turing a reconhece.

Definição

Chame uma linguagem de **Turing-decidível**, se alguma máquina de Turing a decide.

Corolário

Toda linguagem Turing-decidível é Turing-reconhecível.



Exemplos

Uma máquina de Turing M_2 que decide $A = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$:

Exemplos

Uma máquina de Turing M_2 que decide $A = \{0^{2^n} \mid n \geq 0\}$:

M_2 = “Sobre a cadeia de entrada w :

1. Faça uma varredura da esquerda para a direita na fita, marcando um 0 não e outro sim.
2. Se no estágio 1, a fita continha um único 0, *aceite*.
3. Se no estágio 1, a fita continha mais que um único 0 e o número de 0s era ímpar, *rejeite*.
4. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
5. Vá para o estágio 1.”

Exemplos

Descrição Formal de M_2

$M_2 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, q_{aceita}, q_{rejeita})$:

- $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_{aceita}, q_{rejeita}\}$;
- $\Sigma = \{0\}$,
- $\Gamma = \{0, x, \sqcup\}$,
- Descrevemos δ no próximo slide; e
- q_1, q_{aceita} e $q_{rejeita}$ são o estado inicial, de aceitação e de rejeição, respectivamente.

Exemplos

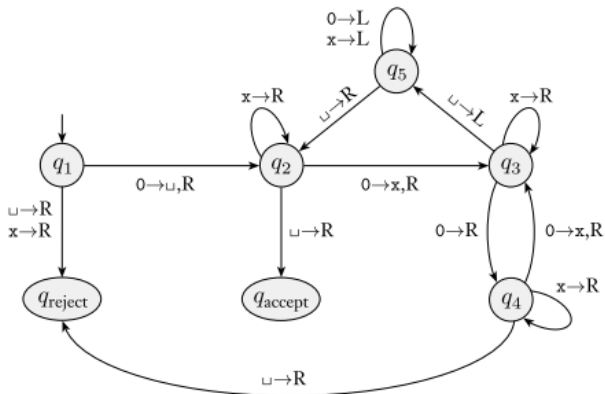


FIGURA 3.8

Diagrama de estados para a máquina de Turing M_2

Exemplos

$L(M_1)$

Uma máquina de Turing M_1 que decide $B = \{\omega\#\omega \mid \omega \in \{0,1\}^*\}$

Descrição Formal de M_1

$M_3 = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_1, q_{aceita}, q_{rejeita})$:

- $Q = \{q_1, \dots, q_{14}, q_{aceita}, q_{rejeita}\}$;
- $\Sigma = \{0, 1, \#\}$,
- $\Gamma = \{0, 1, \#, x, \sqcup\}$,
- Descrevemos δ no próximo slide; e
- q_1, q_{aceita} e $q_{rejeita}$ são o estado inicial, de aceitação e de rejeição, respectivamente.

Exemplos

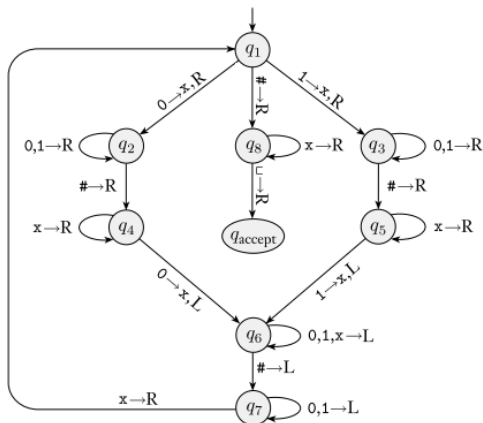


FIGURA 3.10

Diagrama de estados para a máquina de Turing M_1 .

Exemplos

$L(M_3)$

Uma máquina de Turing M_3 que decide
 $C = \{a^i b^j c^k \mid i \times j = k \text{ e } i, j, k \geq 1\}$

Exemplos

M_3 = “Sobre a cadeia de entrada w :

1. Faça uma varredura na entrada da esquerda para a direita para determinar se ela é um membro de $a^+b^+c^+$ e *rejeite* se ela não o é.
2. Retorne a cabeça para a extremidade esquerda da fita.
3. Marque um a e faça uma varredura para a direita até que um b ocorra. Vá e volte entre os b 's e os c 's, marcando um de cada até que todos os b 's tenham terminado. Se todos os c 's tiverem sido marcados e alguns b 's permanecem, *rejeite*.
4. Restaure os b 's marcados e repita o estágio 3 se existe um outro a para marcar. Se todos os a 's tiverem sido marcados, determine se todos os c 's também foram marcados. Se sim, *aceite*; caso contrário, *rejeite*.”

Exemplos

$L(M_4)$

Uma máquina de Turing M_3 que reconhece $E = \{\#x_1\#x_2\#\dots\#x_l \mid \text{cada } x_i \in \{0,1\}^* \text{ e } x_i \neq x_j \text{ para cada } i \neq j\}$

Exemplos

M_4 = “Sobre a entrada w :

1. Coloque uma marca em cima do símbolo de fita mais à esquerda. Se esse símbolo era um branco, *aceite*. Se esse símbolo era um #, continue com o próximo estágio. Caso contrário, *rejeite*.
2. Faça uma varredura procurando o próximo # e coloque uma segunda marca em cima dele. Se nenhum # for encontrado antes de um símbolo em branco, somente x_1 estava presente, portanto *aceite*.

Exemplos

3. Fazendo um zigue-zague, compare as duas cadeias à direita dos #s marcados. Se elas forem iguais, *rejeite*.
4. Mova a marca mais à direita das duas para o próximo símbolo # à direita. Se nenhum símbolo # for encontrado antes de um símbolo em branco, mova a marca mais à esquerda para o próximo # à sua direita e a marca mais à direita para o # depois desse. Dessa vez, se nenhum # estiver disponível para a marca mais à direita, todas as cadeias foram comparadas, portanto *aceite*.
5. Vá para o estágio 3.”

Sumário

- 1 Pensamento
- 2 Avisos
- 3 Revisão
- 4 Máquina de Turing
 - Outros exemplos de MT
- 5 Variantes de uma MT
 - MT Multifita
 - MT Não-Determinística

MT Multifita

Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;
- a função de transição permite ler, escrever e mover as cabeças em algumas ou em todas as fitas simultaneamente

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{E, D, P\}^k$$

em que k é o número de fitas.

MT Multifita

Definição

Uma **máquina de Turing multifita** é como uma máquina de Turing comum com várias fitas:

- cada fita tem sua própria cabeça de leitura e escrita;
- a configuração consiste da cadeia de entrada aparecer sobre a fita 1, e as outras iniciar em branco;
- a função de transição permite ler, escrever e mover as cabeças em algumas ou em todas as fitas simultaneamente

$$\delta : Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{E, D, P\}^k$$

em que k é o número de fitas.

Exemplo

$$\delta(q_i, a_1, \dots, a_k) = (q_j, b_1, \dots, b_k, E, D, \dots, E)$$

MT Multifita

Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

MT Multifita

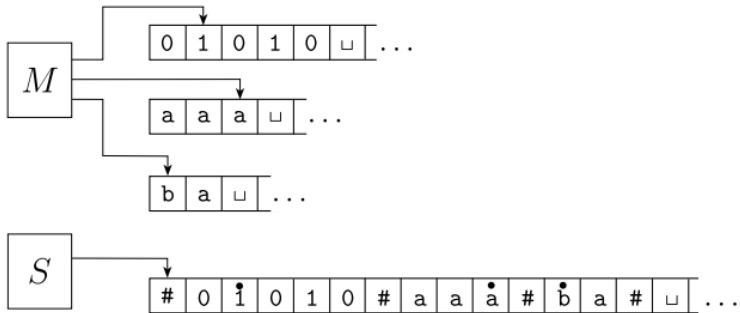


FIGURA 3.14
Representando três fitas com apenas uma

MT Multifita

$S =$ “Sobre a entrada $w = w_1 \cdots w_n$:

1. Primeiro S ponha sua fita no formato que representa todas as k fitas de M . A fita formatada contém

$$\# \overset{\bullet}{w_1} w_2 \cdots w_n \# \overset{\bullet}{\sqcup} \overset{\bullet}{\sqcup} \# \cdots \#$$

2. Para simular um único movimento, S faz uma varredura na sua fita desde o primeiro $\#$, que marca a extremidade esquerda, até o $(k + 1)$ -ésimo $\#$, que marca a extremidade direita, de modo a determinar os símbolos sob as cabeças virtuais. Então S faz uma segunda passagem para atualizar as fitas conforme a maneira pela qual a função de transição de M estabelece.

MT Multifita

3. Se em algum ponto S move uma das cabeças virtuais sobre um $\#$, essa ação significa que M moveu a cabeça correspondente para a parte previamente não-lida em branco daquela fita. Portanto, S escreve um símbolo em branco nessa célula da fita e desloca o conteúdo da fita, a partir dessa célula até o $\#$ mais à direita, uma posição para a direita. Então ela continua a simulação tal qual anteriormente.”

MT Multifita

Teorema

Toda máquina de Turing multifita tem uma máquina de Turing de uma única fita que lhe é equivalente.

Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing multifita a reconhece.

MT Multifita

PROVA Uma linguagem Turing-reconhecível é reconhecida por uma máquina de Turing comum (com uma única fita), o que é um caso especial de uma máquina de Turing multifita. Isso prova uma direção desse corolário. A outra direção segue do Teorema 3.13.

MT Não-Determinística

Definição

Uma **máquina de Turing não-determinística** é como uma máquina de Turing comum. Porém, a sua função de transição se comporta como se segue

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{E, D\}).$$

MT Não-Determinística

Definição

Uma **máquina de Turing não-determinística** é como uma máquina de Turing comum. Porém, a sua função de transição se comporta como se segue

$$\delta : Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{E, D\}).$$

Exemplo

$$\delta(q_i, a) = \{(q_j, b_1, E); (q_k, b_2, D); (q_l, b_3, E)\}$$

MT Não-Determinística

Teorema

Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

MT Não-Determinística

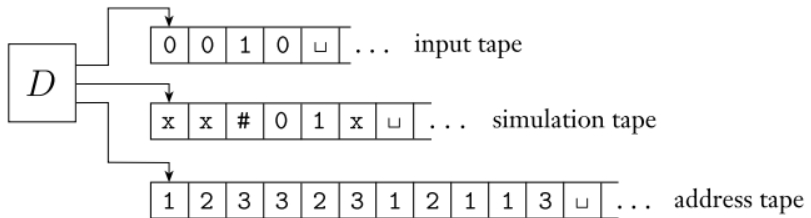


FIGURA 3.17

A MT determinística D simulando a MT não-determinística N

MT Não-Determinística

Descrição de D :

1. Inicialmente a fita 1 contém a entrada w , e as fitas 2 e 3 estão vazias.
2. Copie a fita 1 para a fita 2.
3. Use a fita 2 para simular N com a entrada w sobre um ramo de sua computação não-determinística. Antes de cada passo de N consulte o próximo símbolo na fita 3 para determinar qual escolha fazer entre aquelas permitidas pela função de transição de N . Se não restam mais símbolos na fita 3 ou se essa escolha não-determinística for inválida, aborte esse ramo indo para o estágio 4. Também vá para o estágio 4 se uma configuração de rejeição for encontrada. Se uma configuração de aceitação for encontrada, *aceite* a entrada.
4. Substitua a cadeia na fita 3 pela próxima cadeia na ordem lexicográfica. Simule o próximo ramo da computação de N indo para o estágio 2.

MT Não-Determinística

Teorema

Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing não-determinística a reconhece.

MT Não-Determinística

PROVA Qualquer MT determinística é automaticamente uma MT não-determinística, e portanto uma direção desse teorema segue imediatamente. A outra direção segue do Teorema 3.16.

MT Não-Determinística

Teorema

Toda máquina de Turing não-determinística tem uma máquina de Turing determinística que lhe é equivalente.

Corolário

Uma linguagem é Turing-reconhecível se e somente se alguma máquina de Turing não-determinística a reconhece.

Corolário

Uma linguagem é decidível se e somente se alguma máquina de Turing não-determinística a reconhece a decide.

Lista de Exercícios 03

Livro

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. **Código Bib.: [004 SIP/int].**

Exercícios

- 3.1;
- 3.2 (a, c, e);
- 3.9;
- 3.15.

Máquina de Turing

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

12 de maio de 2014