Revisão e Demonstrações de LFA

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

12 de março de 2014

UFG
Campus Jataí

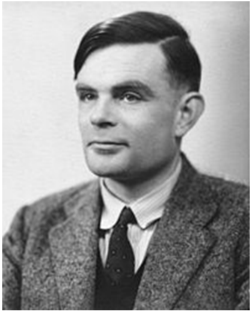
Plano de Aula

1. Pensamento
2. Avisos
3. Revisão LFA
   - Autômatos Finitos Determinísticos
   - Autômato Finito Não-Determinístico
   - Expressões Regulares

Sumário

Pensamento

Pensamento



Frase

Machines take me by surprise with great frequency.

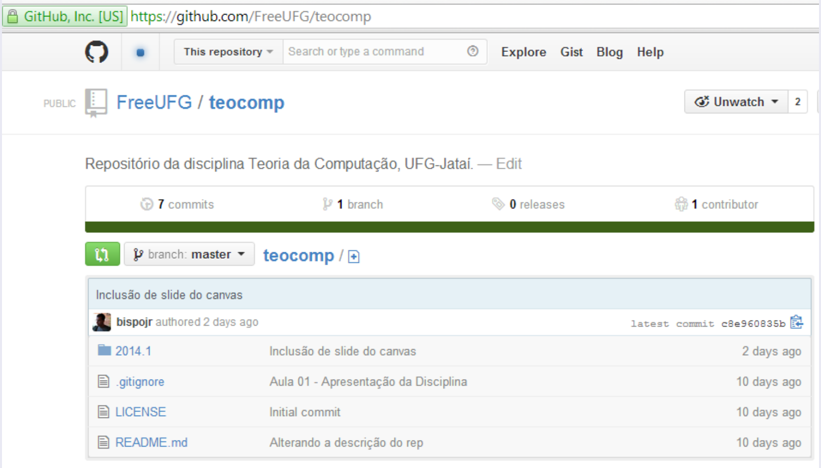
Quem?

Alan Turing (1912-54)
Matemático, lógico,
cientista da computação.

Sumário

Avisos

Repositório - `https://github.com/FreeUFG/teocomp`

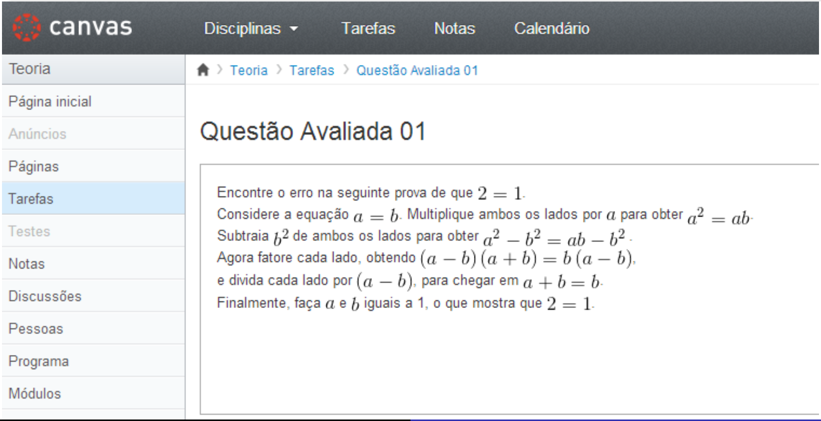


Avisos

Questão Avaliada 01 no Canvas

Prazo de máximo de submissão:

Hoje, até às 23h (sugerido por Ariel).



Sumário

Autômatos Finitos Determinísticos

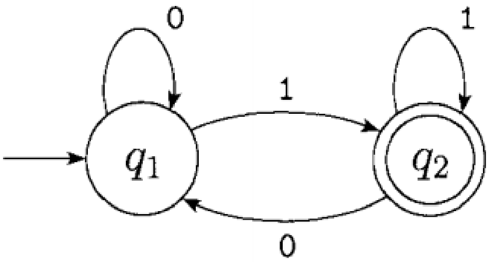
Um **autômato finito determinístico** (AFD) é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, de forma que

1. Q é um conjunto finito conhecido como os **estados**,
2. Σ é um conjunto finito chamado o **alfabeto**,
3. $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ é a **função de transição**,
4. $q_0 \in Q$ é o **estado inicial**, e
5. $F \subseteq Q$ é o **conjunto de estados de aceitação**.

UFG
Campus Jataí

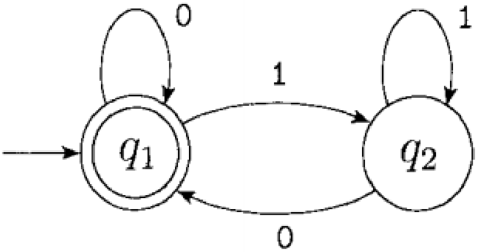
Autômatos Finitos Determinísticos

Qual linguagem este autômato reconhece?



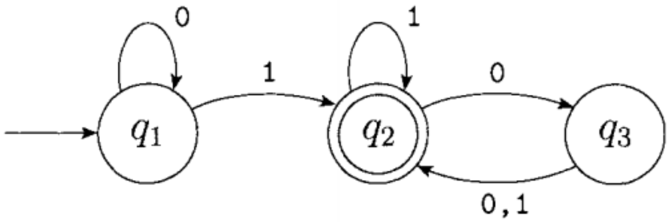
Autômatos Finitos Determinísticos

Qual linguagem este autômato reconhece?



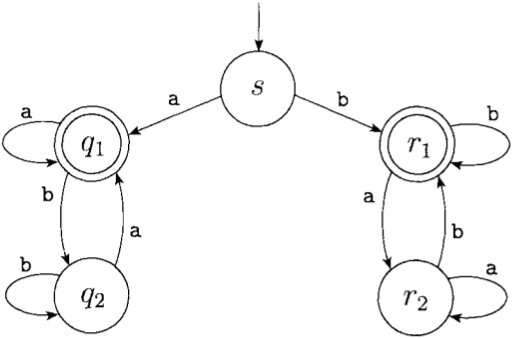
Autômatos Finitos Determinísticos

Qual linguagem este autômato reconhece?



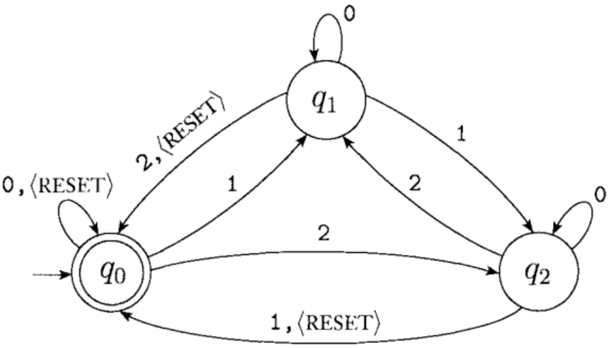
Autômatos Finitos Determinísticos

Qual linguagem este autômato reconhece?



Autômatos Finitos Determinísticos

Qual linguagem este autômato reconhece?



Computação e Linguagem Regular

Computação

Seja M um autômato finito e $w = w_1 w_2 \dots w_n$ seja uma cadeia em que w_i é um membro do alfabeto Σ. Então M **aceita** w se existe uma sequência de estados $r_0, r_1, \dots, r_n$ em Q com três condições:

1. $r_0 = q_0$
2. $\delta(r_i, w_{i+1}) = r_{i+1}$, para $i = 0, 1, \dots, n-1$, e
3. $r_n \in F$.

Linguagem Regular (Definição 1.16)

Uma linguagem é chamada de uma **linguagem regular** se algum autômato finito a reconhece.

Operações Regulares

Sejam A e B linguagens. Definimos as operações regulares **união**, **concatenação** e **estrela** da seguinte forma:

- **União**: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$.
- **Concatenação**: $A \circ B = \{xy \mid x \in A \text{ e } y \in B\}$.
- **Estrela**: $A^* = \{x_1 x_2 \ldots x_k \mid k \geq 0 \text{ e } x_i \in A\}$.

Operações Regulares

Sejam A e B linguagens. Definimos as operações regulares **união**, **concatenação** e **estrela** da seguinte forma:

- **União**: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$.
- **Concatenação**: $A \circ B = \{xy \mid x \in A \text{ e } y \in B\}$.
- **Estrela**: $A^* = \{x_1 x_2 \ldots x_k \mid k \geq 0 \text{ e } x_i \in A\}$.

Teorema 1.25

A classe de linguagens regulares é **fechada** sob a operação de união.

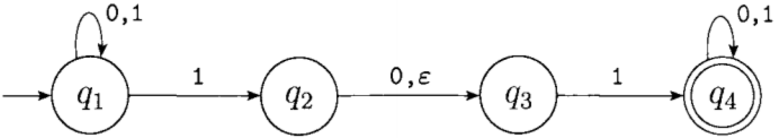
Autômato Finito Não-Determinístico

Um **autômato finito não-determinístico** (AFN) é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, de forma que

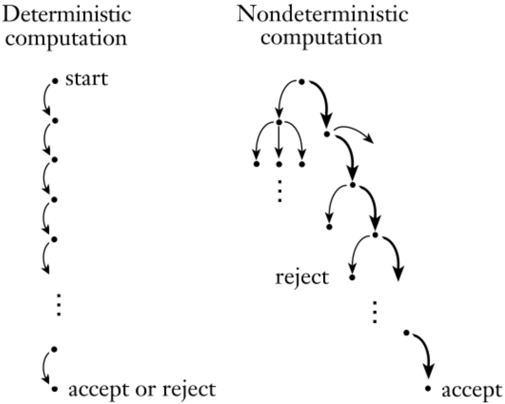
1. Q é um conjunto finito estados,
2. Σ é um alfabeto finito,
3. $\delta : Q \times \Sigma_\epsilon \to \mathcal{P}(Q)$ é a função de transição,
4. $q_0 \in Q$ é o estado inicial, e
5. $F \subseteq Q$ é o conjunto de estados de aceitação.

Autômato Finito Não-Determinístico

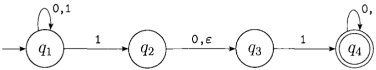
Qual linguagem este AFN reconhece?

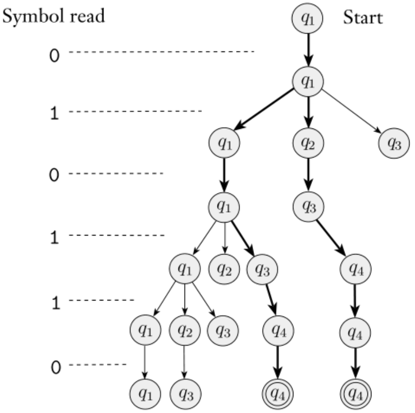


Autômato Finito Não-Determinístico



Autômato Finito Não-Determinístico





Autômato Finito Não-Determinístico

Computação em um AFN

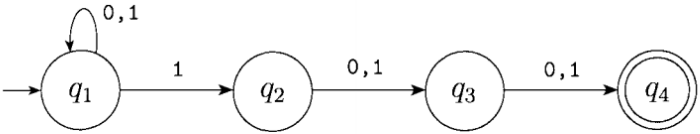
Seja N um autômato finito não-determinístico e w uma cadeia sobre o alfabeto Σ. Então N **aceita** w se podemos escrever w como $w = y_1 y_2 \dots y_m$, em que cada y_i é um membro de Σ_ϵ e existe uma sequência de estados $r_0, r_1, \dots, r_n$ em Q com três condições:

1. $r_0 = q_0$
2. $r_{i+1} \in \delta(r_i, y_{i+1})$, para $i = 0, 1, \dots, m-1$, e
3. $r_m \in F$.

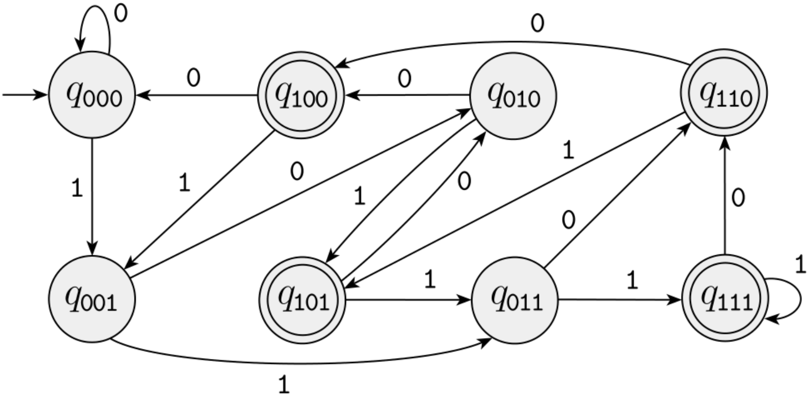
UFG
Campus Jataí

Autômatos Finitos Não-Determinístico

Qual linguagem este AFN reconhece?

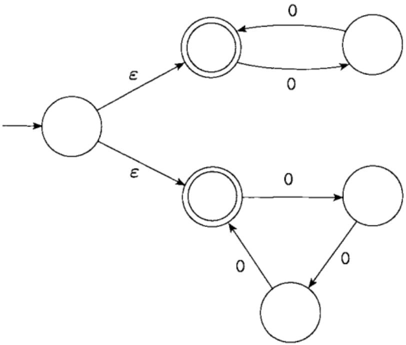


Autômatos Finitos Não-Determinístico



Autômatos Finitos Não-Determinístico

Qual linguagem este AFN reconhece?



Autômatos Finitos Não-Determinístico

Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Autômatos Finitos Não-Determinístico

Teorema 1.39

Todo autômato finito não-determinístico tem um autômato finito determinístico equivalente.

Corolário 1.40

Uma linguagem é regular se e somente se algum autômato finito não-determinístico a reconhece.

Expressões Regulares

Digamos que R é uma **expressão regular** (ER) se R for:

1. a, para algum $a \in \Sigma$,
2. ϵ,
3. $\emptyset$,
4. $(R_1 \cup R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares,
5. $(R_1 \circ R_2)$, em que R_1 e R_2 são expressões regulares,
6. (R_1^*), em que R_1 é uma expressão regular.

UFG
Campus Jataí

Exemplos de ER

- 0^*10^*
- $\Sigma^*1\Sigma^*$
- $\Sigma^*001\Sigma^*$
- $1^*(01^+)^*$
- $(\Sigma\Sigma)^*$
- $(0 \cup \epsilon)1^* = 01^* \cup 1^*$
- $1^*\emptyset = \emptyset$
- $\emptyset^* = \{\epsilon\}$

Expressões Regulares

Teorema

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

UFG
Campus Jataí

Expressões Regulares

Teorema

Uma linguagem é regular se e somente se alguma expressão regular a descreve.

Estratégia

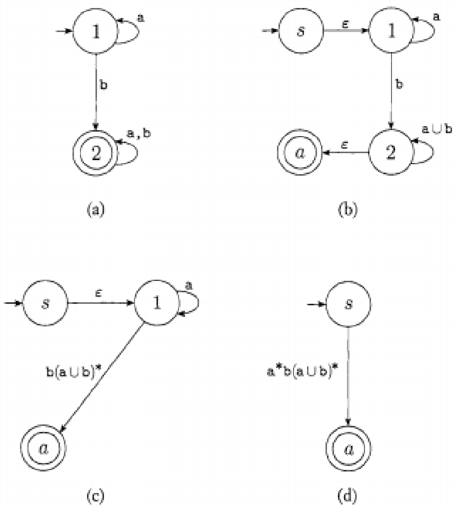
Utilizar para realizar a prova um **autômato finito não-determinístico generalizado**.

Autômato Finito Não-Determinístico Generalizado

Um **autômato finito não-determinístico generalizado** (AFNG) é uma 5-upla $(Q, \Sigma, \delta, q_{inicio}, q_{aceita})$, de forma que

1. Q é um conjunto finito estados,
2. Σ é um alfabeto finito,
3. $\delta : (Q - \{q_{aceita}\}) \times (Q - \{q_{inicio}\}) \rightarrow R$ é a função de transição,
4. $q_{inicio} \in Q$ é o estado inicial, e
5. $q_{aceita} \in Q$ é o estado de aceitação.

Autômatos Finitos Não-Determinístico Generalizado



Linguagens Não-Regulares

Existem linguagens que não são regulares como
$A = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$.

Linguagens Não-Regulares

Existem linguagens que não são regulares como
$A = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$.

Lema do Bombeamento

Se A é uma linguagem regular, então existe um número p (o comprimento do bombeamento) tal que, se s é qualquer cadeia de A de comprimento no mínimo p, então s pode ser dividida em três partes, $s = xyz$, satisfazendo as seguintes condições:

1. para cada $i \geq 0, xy^i z \in A$,
2. $|y| > 0$, e
3. $|xy| \leq p$.

Lista de Exercícios 02

Livro

SIPSER, M. **Introdução à Teoria da Computação**, 2a Edição, Editora Thomson Learning, 2011. **Código Bib.: [004 SIP/int]**.

Exercícios

- 1.4 (a, d, g);
- 1.7 (a, d, g);
- 1.15;
- 1.31.

Revisão e Demonstrações de LFA

Esdras Lins Bispo Jr.
bispojr@ufg.br

Teoria da Computação
Bacharelado em Ciência da Computação

12 de março de 2014

UFG
Campus Jataí