线性系统的根轨迹法

基本概念

Outline

Topic

根轨迹法

- 系统性能由闭环极点决定
- 目的: 分析系统参数变化对系统性能影响
- 根轨迹法: 根据系统开环零极点作出系统闭环极点随参数变动的轨迹

根轨迹法

- 系统性能由闭环极点决定
- 目的: 分析系统参数变化对系统性能影响
- 根轨迹法: 根据系统开环零极点作出系统闭环极点随参数变动的轨迹

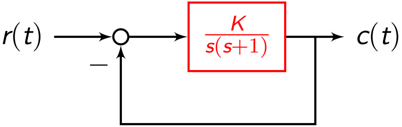
根轨迹法

- 系统性能由闭环极点决定
- 目的: 分析系统参数变化对系统性能影响
- 根轨迹法: 根据系统开环零极点作出系统闭环极点随参数变动的轨迹

根轨迹法

- 系统性能由闭环极点决定
- 目的: 分析系统参数变化对系统性能影响
- 根轨迹法: 根据系统开环零极点作出系统闭环极点随参数变动的轨迹

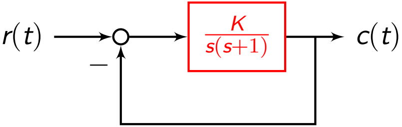
分析 K 变化对系统性能的影响



$$
\begin{aligned}
\Phi(s) &= \frac{K}{s^2+s+K}\\
D(s) &= s^2+s+K\\
D(s) &= 0\\
s_{1,2} &= \frac{-1\pm\sqrt{1-4K}}{2}
\end{aligned}
$$

K	0	0.25	1	4	$\cdots$	∞
s_1	0	-0.5	-0.5+0.87j	-0.5+1.9j	$\cdots$	-0.5+ ∞ j
s_1	-1	-0.5	-0.5-0.87j	-0.5-1.9j	$\cdots$	-0.5- ∞ j

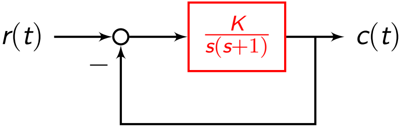
分析 K 变化对系统性能的影响



$$
\begin{aligned}
\Phi(s) &= \frac{K}{s^2+s+K} \\
D(s) &= s^2+s+K \\
D(s) &= 0 \\
s_{1,2} &= \frac{-1\pm\sqrt{1-4K}}{2}
\end{aligned}
$$

K	0	0.25	1	4	$\cdots$	∞
s_1	0	-0.5	-0.5+0.87j	-0.5+1.9j	$\cdots$	-0.5+ ∞ j
s_1	-1	-0.5	-0.5-0.87j	-0.5-1.9j	$\cdots$	-0.5- ∞ j

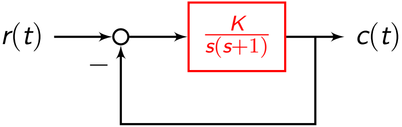
分析 K 变化对系统性能的影响



$$
\begin{aligned}
\Phi(s) &= \frac{K}{s^2+s+K} \\
D(s) &= s^2+s+K \\
D(s) &= 0 \\
s_{1,2} &= \frac{-1 \pm \sqrt{1-4K}}{2}
\end{aligned}
$$

K	0	0.25	1	4	$\cdots$	∞
s_1	0	-0.5	-0.5+0.87j	-0.5+1.9j	$\cdots$	-0.5+ ∞ j
s_1	-1	-0.5	-0.5-0.87j	-0.5-1.9j	$\cdots$	-0.5- ∞ j

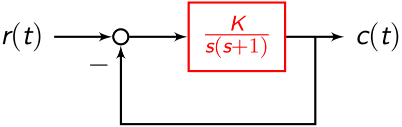
分析 K 变化对系统性能的影响



$$
\begin{aligned}
\Phi(s) &= \frac{K}{s^2+s+K} \\
D(s) &= s^2+s+K \\
D(s) &= 0 \\
s_{1,2} &= \frac{-1 \pm \sqrt{1-4K}}{2}
\end{aligned}
$$

K	0	0.25	1	4	$\cdots$	∞
s_1	0	-0.5	-0.5+0.87j	-0.5+1.9j	$\cdots$	-0.5+ ∞ j
s_1	-1	-0.5	-0.5-0.87j	-0.5-1.9j	$\cdots$	-0.5- ∞ j

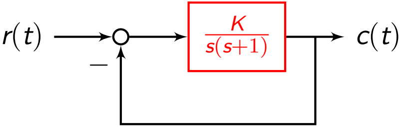
分析 K 变化对系统性能的影响



$$
\begin{aligned}
\Phi(s) &= \frac{K}{s^2+s+K} \\
D(s) &= s^2+s+K \\
D(s) &= 0 \\
s_{1,2} &= \frac{-1 \pm \sqrt{1-4K}}{2}
\end{aligned}
$$

K	0	0.25	1	4	$\cdots$	∞
s_1	0	-0.5	-0.5+0.87j	-0.5+1.9j	$\cdots$	-0.5+ ∞ j
s_1	-1	-0.5	-0.5-0.87j	-0.5-1.9j	$\cdots$	-0.5- ∞ j

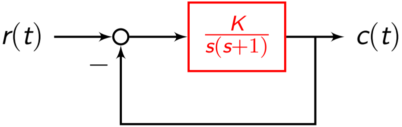
分析 K 变化对系统性能的影响



$$\begin{aligned}\Phi(s) &= \frac{K}{s^2+s+K}\\ D(s) &= s^2+s+K\\ D(s) &= 0\\ s_{1,2} &= \frac{-1\pm\sqrt{1-4K}}{2}\end{aligned}$$

K	0	0.25	1	4	$\cdots$	∞
s_1	0	-0.5	-0.5+0.87j	-0.5+1.9j	$\cdots$	-0.5+ ∞ j
s_1	-1	-0.5	-0.5-0.87j	-0.5-1.9j	$\cdots$	-0.5- ∞ j

分析 K 变化对系统性能的影响

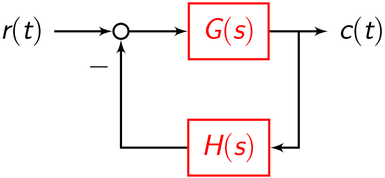


$$
\begin{aligned}
\Phi(s) &= \frac{K}{s^2+s+K} \\
D(s) &= s^2+s+K \\
D(s) &= 0 \\
s_{1,2} &= \frac{-1 \pm \sqrt{1-4K}}{2}
\end{aligned}
$$

K	0	0.25	1	4	$\cdots$	∞
s_1	0	-0.5	-0.5+0.87j	-0.5+1.9j	$\cdots$	-0.5+ ∞ j
s_1	-1	-0.5	-0.5-0.87j	-0.5-1.9j	$\cdots$	-0.5- ∞ j

Topic

根轨迹条件：系统模型

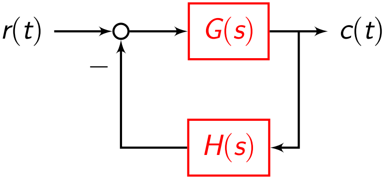


- 开环传递函数 (零极点形式):

$$G(s) = \frac{K_g \prod_{i=1}^{m}(s - z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s - p_j)}$$

- 变动的参数: 根轨迹增益 K_g
- K_g 从 $0 \to \infty$ 时, 闭环极点的运动轨迹
- 对于负反馈系统, 称为 180° 根轨迹.

根轨迹条件: 系统模型

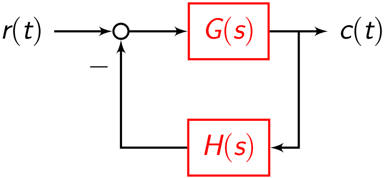


- 开环传递函数 (零极点形式):

$$G(s) = \frac{K_g \prod_{i=1}^{m} (s - z_i)}{\prod_{j=1}^{n} (s - p_j)}$$

- 变动的参数: 根轨迹增益 K_g
- K_g 从 $0 \to \infty$ 时, 闭环极点的运动轨迹
- 对于负反馈系统, 称为 $180°$ 根轨迹.

根轨迹条件: 系统模型

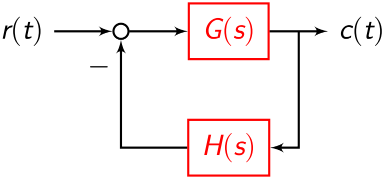


- 开环传递函数 (零极点形式):

$$G(s) = \frac{K_g \prod_{i=1}^{m}(s - z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s - p_j)}$$

- 变动的参数: 根轨迹增益 K_g
- K_g 从 $0 \to \infty$ 时, 闭环极点的运动轨迹
- 对于负反馈系统, 称为 180° 根轨迹.

根轨迹条件: 系统模型

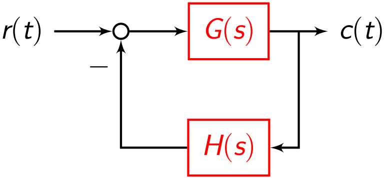


- 开环传递函数 (零极点形式):

$$G(s) = \frac{K_g \prod_{i=1}^{m}(s - z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s - p_j)}$$

- 变动的参数: 根轨迹增益 K_g
- K_g 从 $0 \to \infty$ 时, 闭环极点的运动轨迹
- 对于负反馈系统, 称为 180° 根轨迹.

根轨迹条件: 系统模型



- 开环传递函数 (零极点形式):

$$G(s) = \frac{K_g \prod_{i=1}^{m}(s - z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s - p_j)}$$

- 变动的参数: 根轨迹增益 K_g
- K_g 从 $0 \to \infty$ 时, 闭环极点的运动轨迹
- 对于负反馈系统, 称为 $180°$ 根轨迹.

根轨迹条件: 幅值条件与相角条件

$$
\begin{aligned}
\Phi(s) &= \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \\
D(s) &= 1+G(s)H(s)=0 \\
G(s)H(s) &= -1 \\
\frac{K_g\prod_{i=1}^{m}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} &= -1
\end{aligned}
$$

- 幅值条件: $\frac{K_g\prod_{i=1}^{m}|s+z_i|}{\prod_{j=1}^{n}|s+p_j|}=1$
- 相角条件: $\sum_{i=1}^{m}\angle(s+z_i)-\sum_{j=1}^{n}\angle(s+p_j)=(2k+1)\pi$
- 命题
  - 满足相角条件的点一定是根轨迹上的点
  - 根轨迹上的点何时成为系统闭环极点由 K_g 决定
- 结论: 绘制根轨迹只依据相角条件即可

根轨迹条件: 幅值条件与相角条件

$$
\begin{aligned}
\Phi(s) &= \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \\
D(s) &= 1+G(s)H(s)=0 \\
G(s)H(s) &= -1 \\
\frac{K_g\prod_{i=1}^{m}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} &= -1
\end{aligned}
$$

- 幅值条件: $\frac{K_g\prod_{i=1}^{m}|s+z_i|}{\prod_{j=1}^{n}|s+p_j|}=1$
- 相角条件: $\sum_{i=1}^{m}\angle(s+z_i)-\sum_{j=1}^{n}\angle(s+p_j)=(2k+1)\pi$
- 命题
  - 满足相角条件的点一定是根轨迹上的点
  - 根轨迹上的点何时成为系统闭环极点由 K_g 决定
- 结论: 绘制根轨迹只依据相角条件即可

根轨迹条件: 幅值条件与相角条件

$$\begin{aligned}\Phi(s) &= \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}\\ D(s) &= 1+G(s)H(s)=0\\ G(s)H(s) &= -1\\ \frac{K_g\prod_{i=1}^{m}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} &= -1\end{aligned}$$

- 幅值条件: $\frac{K_g\prod_{i=1}^{m}|s+z_i|}{\prod_{j=1}^{n}|s+p_j|}=1$
- 相角条件: $\sum_{i=1}^{m}\angle(s+z_i)-\sum_{j=1}^{n}\angle(s+p_j)=(2k+1)\pi$
- 命题
  - 满足相角条件的点一定是根轨迹上的点
  - 根轨迹上的点何时成为系统闭环极点由 K_g 决定
- 结论: 绘制根轨迹只依据相角条件即可

根轨迹条件: 幅值条件与相角条件

$$
\begin{aligned}
\Phi(s) &= \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \\
D(s) &= 1+G(s)H(s)=0 \\
G(s)H(s) &= -1 \\
\frac{K_g\prod_{i=1}^{m}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} &= -1
\end{aligned}
$$

- 幅值条件: $\frac{K_g\prod_{i=1}^{m}|s+z_i|}{\prod_{j=1}^{n}|s+p_j|}=1$
- 相角条件: $\sum_{i=1}^{m}\angle(s+z_i)-\sum_{j=1}^{n}\angle(s+p_j)=(2k+1)\pi$
- 命题
  - 满足相角条件的点一定是根轨迹上的点
  - 根轨迹上的点何时成为系统闭环极点由 K_g 决定
- 结论: 绘制根轨迹只依据相角条件即可

根轨迹条件: 幅值条件与相角条件

$$\begin{aligned}
\Phi(s) &= \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \\
D(s) &= 1+G(s)H(s)=0 \\
G(s)H(s) &= -1 \\
\frac{K_g\prod_{i=1}^{m}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} &= -1
\end{aligned}$$

- 幅值条件: $\frac{K_g\prod_{i=1}^{m}|s+z_i|}{\prod_{j=1}^{n}|s+p_j|}=1$
- 相角条件: $\sum_{i=1}^{m}\angle(s+z_i)-\sum_{j=1}^{n}\angle(s+p_j)=(2k+1)\pi$
- 命题
  - 满足相角条件的点一定是根轨迹上的点
  - 根轨迹上的点何时成为系统闭环极点由 K_g 决定
- 结论: 绘制根轨迹只依据相角条件即可

根轨迹条件: 幅值条件与相角条件

$$
\begin{aligned}
\Phi(s) &= \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \\
D(s) &= 1+G(s)H(s) = 0 \\
G(s)H(s) &= -1 \\
\frac{K_g\prod_{i=1}^{m}(s+z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s+p_j)} &= -1
\end{aligned}
$$

- 幅值条件: $\frac{K_g\prod_{i=1}^{m}|s+z_i|}{\prod_{j=1}^{n}|s+p_j|} = 1$
- 相角条件: $\sum_{i=1}^{m}\angle(s+z_i) - \sum_{j=1}^{n}\angle(s+p_j) = (2k+1)\pi$
- 命题
  - 满足相角条件的点一定是根轨迹上的点
  - 根轨迹上的点何时成为系统闭环极点由 K_g 决定
- 结论: 绘制根轨迹只依据相角条件即可