

# 线性系统时域分析法

## 线性系统动态性能分析

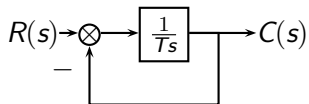
# Outline

- ① 一阶系统动态性能
- ② 二阶系统时域分析
- ③ 二阶系统阶跃响应指标计算
- ④ 二阶系统单位斜坡响应
- ⑤ 高阶系统时域分析 (3 阶及以上系统)

# Topic

- ① 一阶系统动态性能
- ② 二阶系统时域分析
- ③ 二阶系统阶跃响应指标计算
- ④ 二阶系统单位斜坡响应
- ⑤ 高阶系统时域分析 (3 阶及以上系统)

## 一阶系统单位阶跃响应



$$G(s) = \frac{1}{Ts}$$

$$\Phi(s) = \frac{1}{Ts + 1}$$

$$R(s) = \frac{1}{s}$$

$$C(s) = \Phi(s)R(s)$$

$$= \frac{-T}{Ts + 1} + \frac{1}{s}$$

$$c(t) = 1 - e^{-t/T}$$

## 一阶系统单位脉冲响应

$$\begin{aligned}R(s) &= 1 \\C(s) &= \Phi(s)R(s) \\&= \Phi(s) \\&= \frac{1}{Ts + 1} \\c(t) &= \frac{1}{T}e^{-t/T}\end{aligned}$$

# 一阶系统单位斜坡响应

$$\begin{aligned}R(s) &= \frac{1}{s^2} \\C(s) &= \Phi(s)R(s) \\&= \frac{1}{(Ts+1)s^2} \\&= \frac{1}{s^2} - \frac{T}{s} + \frac{T^2}{Ts+1} \\c(t) &= (t-T) + Te^{-t/T}\end{aligned}$$

# 一阶系统单位加速度响应

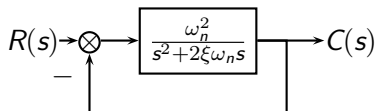
$$\begin{aligned}R(s) &= \frac{1}{s^3} \\C(s) &= \Phi(s)R(s) \\&= \frac{1}{(Ts+1)s^3} \\&= \frac{1}{s^3} - \frac{T}{s^2} + \frac{T^2}{s} - \frac{T^3}{sT+1} \\c(t) &= \frac{1}{2}t^2 - Tt + T^2(1 - e^{-t/T})\end{aligned}$$

# Topic

- ① 一阶系统动态性能
- ② 二阶系统时域分析
- ③ 二阶系统阶跃响应指标计算
- ④ 二阶系统单位斜坡响应
- ⑤ 高阶系统时域分析 (3 阶及以上系统)



# 传递函数



- $\xi$ : 阻尼比
- $\omega_n$ : 自然频率, 无阻尼振荡频率

$$r(t) = 1$$

$$R(s) = \frac{1}{s}$$

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s}$$

$$\Phi(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$p_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1}$$

$$\xi \leq 0$$

- $\xi < 0$  时有正实根, 不稳定
- $\xi = 0$  时有两个纯虚根, 无阻尼, 临界稳定, 等幅振荡, 频率为  $\omega_n$ ,

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s} \\ &= \frac{-s}{s^2 + \omega_n^2} + \frac{1}{s} \\ c(t) &= 1 - \cos \omega_n t \end{aligned}$$

$$\xi \leq 0$$

- $\xi < 0$  时有正实根, 不稳定
- $\xi = 0$  时有两个纯虚根, 无阻尼, 临界稳定, 等幅振荡, 频率为  $\omega_n$ ,

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s} \\ &= \frac{-s}{s^2 + \omega_n^2} + \frac{1}{s} \\ c(t) &= 1 - \cos \omega_n t \end{aligned}$$

$$\xi \leq 0$$

- $\xi < 0$  时有正实根, 不稳定
- $\xi = 0$  时有两个纯虚根, 无阻尼, 临界稳定, 等幅振荡, 频率为  $\omega_n$ ,

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s} \\ &= \frac{-s}{s^2 + \omega_n^2} + \frac{1}{s} \\ c(t) &= 1 - \cos \omega_n t \end{aligned}$$

$$\xi > 1$$

系统闭环极点为两个不同的实根. 过阻尼, 相当于两个一阶系统并联,  $\sigma\% = 0$

$$\begin{aligned}\Phi(s) &= \frac{\omega_n^2}{(s - p_1)(s - p_2)} \\ &= \frac{K_1}{s - p_1} + \frac{K_2}{s - p_2} \\ c(t) &= 1 - \frac{e^{p_1 t}}{1 - \frac{p_1}{p_2}} - \frac{e^{p_2 t}}{1 - \frac{p_2}{p_1}}\end{aligned}$$

$$\xi = 1$$

- 闭环极点有两个相同的负实根  $p_{1,2} = -\xi\omega_n = -\omega_n$

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2} \cdot \frac{1}{s} \\ &= \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \omega_n} - \frac{\omega_n}{(s + \omega_n)^2} \\ c(t) &= 1 - e^{-\omega_n t} - \omega_n t e^{-\omega_n t} \end{aligned}$$

- 且有:

$$\begin{aligned} \frac{dc(t)}{dt} &= \omega_n e^{-\omega_n t} + \omega_n^2 t e^{-\omega_n t} - \omega_n e^{-\omega_n t} > 0 \\ c(0) &= 0 \\ c(\infty) &= 1 \\ \sigma\% &= 0 \\ t_s &= 4.75 T \quad T = \frac{1}{\omega_n} \end{aligned}$$

$$\xi = 1$$

- 闭环极点有两个相同的负实根  $p_{1,2} = -\xi\omega_n = -\omega_n$

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2} \cdot \frac{1}{s} \\ &= \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \omega_n} - \frac{\omega_n}{(s + \omega_n)^2} \\ c(t) &= 1 - e^{-\omega_n t} - \omega_n t e^{-\omega_n t} \end{aligned}$$

- 且有:

$$\begin{aligned} \frac{dc(t)}{dt} &= \omega_n e^{-\omega_n t} + \omega_n^2 t e^{-\omega_n t} - \omega_n e^{-\omega_n t} > 0 \\ c(0) &= 0 \\ c(\infty) &= 1 \\ \sigma\% &= 0 \\ t_s &= 4.75 T \quad T = \frac{1}{\omega_n} \end{aligned}$$

$$0 < \xi < 1$$

系统有一对实部小于零的共轭复根,  $p_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \cdot \frac{1}{s} \\ &= \frac{1}{s} + \frac{p_2}{(p_1 - p_2)(s - p_1)} + \frac{p_1}{(p_2 - p_1)(s - p_2)} \end{aligned}$$



$$0 < \xi < 1$$

$$\begin{aligned}
 c(t) &= 1 + \frac{p_2}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} + \frac{p_1}{p_2 - p_1} e^{p_2 t} \\
 &= 1 + 2\Re \left[ \frac{p_2}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} \right] \\
 &= 1 + 2\Re \left[ \frac{-\omega_n e^{j\beta}}{2j\omega_d} e^{-\xi\omega_n t} e^{j\omega_d t} \right] \\
 &= 1 - e^{-\xi\omega_n t} \Re \left[ \frac{\omega_n}{j\omega_d} e^{j(\omega_d t + \beta)} \right] \\
 &= 1 - \frac{\omega_n}{\omega_d} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \beta) \\
 \beta &= \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \quad \omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n
 \end{aligned}$$

# Topic

- 1 一阶系统动态性能
- 2 二阶系统时域分析
- 3 二阶系统阶跃响应指标计算**
- 4 二阶系统单位斜坡响应
- 5 高阶系统时域分析 (3 阶及以上系统)

## 二阶欠阻尼系统阶跃响应指标

$$c(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \beta)$$

- 欠阻尼.  $\omega_d$  称为有阻尼振荡频率. 最佳阻尼比  $\xi = 0.707$
- 指标:  $\sigma\%$ ,  $t_s$ ,  $t_p$ ,  $t_r$  等

# 上升时间 $t_r$

- 100% 的  $t_r$ :  $c(t)$  首次达到  $c(\infty)$  的时间
- 90% 的  $t_r$ :  $c(t)$  首次达到 90% $c(\infty)$  的时间
- 70% 的  $t_r$ :  $c(t)$  首次达到 70% $c(\infty)$  的时间

$$\begin{aligned}
 c(t) &= c(\infty) \\
 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \beta) &= 1 \\
 \sin(\omega_d t + \beta) &= 0 \\
 \omega_d t + \beta &= k\pi \\
 t_r &= \frac{\pi - \beta}{\omega_d}
 \end{aligned}$$

峰值时间  $t_p$ 

$$\frac{dc(t)}{dt} = 0$$

$$-\xi\omega_n e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \beta) + e^{-\xi\omega_n t} \omega_d \cos(\omega_d t + \beta) = 0$$

$$\omega_d \cos(\omega_d t + \beta) = \xi\omega_n \sin(\omega_d t + \beta)$$

$$\tan(\omega_d t + \beta) = \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}$$

$$\tan(\omega_d t + \beta) = \tan \beta$$

$$\omega_d t = k\pi$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

超调量  $\sigma\%$ 

$$\begin{aligned}
 \sigma\% &= \frac{c_{max} - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\% = (c(t_p) - 1) \\
 &= -\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t_p} \sin(\omega_d t_p + \beta) \\
 &= -\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi\omega_n \pi}{\omega_d}} \sin(\pi + \beta) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \sin(\beta) \\
 &= e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100\%
 \end{aligned}$$

- $\sigma\%$  只与  $\xi$  有关, 两者成反比关系
- 工程上一般取  $\xi \in [0.4, 0.8]$
- 最佳阻尼比  $\xi = 0.707, \sigma\% = 4.3\%$

超调量  $\sigma\%$ 

$$\begin{aligned}
 \sigma\% &= \frac{c_{max} - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\% = (c(t_p) - 1) \\
 &= -\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t_p} \sin(\omega_d t_p + \beta) \\
 &= -\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi\omega_n \pi}{\omega_d}} \sin(\pi + \beta) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \sin(\beta) \\
 &= e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100\%
 \end{aligned}$$

- $\sigma\%$  只与  $\xi$  有关, 两者成反比关系
- 工程上一般取  $\xi \in [0.4, 0.8]$
- 最佳阻尼比  $\xi = 0.707, \sigma\% = 4.3\%$

超调量  $\sigma\%$ 

$$\begin{aligned}
 \sigma\% &= \frac{c_{max} - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\% = (c(t_p) - 1) \\
 &= -\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t_p} \sin(\omega_d t_p + \beta) \\
 &= -\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi\omega_n \pi}{\omega_d}} \sin(\pi + \beta) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \sin(\beta) \\
 &= e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100\%
 \end{aligned}$$

- $\sigma\%$  只与  $\xi$  有关, 两者成反比关系
- 工程上一般取  $\xi \in [0.4, 0.8]$
- 最佳阻尼比  $\xi = 0.707, \sigma\% = 4.3\%$



超调量  $\sigma\%$ 

$$\begin{aligned}
 \sigma\% &= \frac{c_{max} - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\% = (c(t_p) - 1) \\
 &= -\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t_p} \sin(\omega_d t_p + \beta) \\
 &= -\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi\omega_n \pi}{\omega_d}} \sin(\pi + \beta) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \sin(\beta) \\
 &= e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \times 100\%
 \end{aligned}$$

- $\sigma\%$  只与  $\xi$  有关, 两者成反比关系
- 工程上一般取  $\xi \in [0.4, 0.8]$
- 最佳阻尼比  $\xi = 0.707, \sigma\% = 4.3\%$

# 调节时间 $t_s$

$$\begin{aligned}
 c(t) &= 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \beta) \\
 &\approx 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \\
 e(t) &= c(\infty) - c(t) \\
 &\approx \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t}
 \end{aligned}$$

●  $t_s$  与  $\omega_n, \xi$  有关: 通常取  $\xi\omega_n t_s = 3.5, t_s = \frac{3.5}{\xi\omega_n}$

## 调节时间 $t_s$

$$\begin{aligned}c(t) &= 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \beta) \\&\approx 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \\e(t) &= c(\infty) - c(t) \\&\approx \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t}\end{aligned}$$

- $t_s$  与  $\omega_n, \xi$  有关: 通常取  $\xi\omega_n t_s = 3.5, t_s = \frac{3.5}{\xi\omega_n}$

## 二阶过阻尼系统阶跃响应指标

- $\sigma\% = 0$
- $\xi = 1$  时,

$$t_s = \frac{4.75}{\omega_n}$$

- $\xi > 1, |p_1| \ll |p_2|$  时, 系统降阶, 去掉极点  $p_2$ ,

$$t_s = \frac{3}{|p_1|}$$

## 二阶过阻尼系统阶跃响应指标

- $\sigma\% = 0$
- $\xi = 1$  时,

$$t_s = \frac{4.75}{\omega_n}$$

- $\xi > 1, |p_1| \ll |p_2|$  时, 系统降阶, 去掉极点  $p_2$ ,

$$t_s = \frac{3}{|p_1|}$$

## 二阶过阻尼系统阶跃响应指标

- $\sigma\% = 0$
- $\xi = 1$  时,

$$t_s = \frac{4.75}{\omega_n}$$

- $\xi > 1, |p_1| \ll |p_2|$  时, 系统降阶, 去掉极点  $p_2$ ,

$$t_s = \frac{3}{|p_1|}$$

## 二阶过阻尼系统阶跃响应指标

- $\sigma\% = 0$
- $\xi = 1$  时,

$$t_s = \frac{4.75}{\omega_n}$$

- $\xi > 1, |p_1| \ll |p_2|$  时, 系统降阶, 去掉极点  $p_2$ ,

$$t_s = \frac{3}{|p_1|}$$

# Topic

- ① 一阶系统动态性能
- ② 二阶系统时域分析
- ③ 二阶系统阶跃响应指标计算
- ④ 二阶系统单位斜坡响应
- ⑤ 高阶系统时域分析 (3 阶及以上系统)



## 欠阻尼单位斜坡响应

$$\begin{aligned}C(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} \\&= \frac{1}{s^2} - \frac{2\xi}{\omega_n s} + \frac{2\xi(s + \xi\omega_n) + \omega_n(2\xi^2 - 1)}{\omega_n(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)} \\c(t) &= t - \frac{2\xi}{\omega_n} + \frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_n t}\sin(\omega_d t + 2\beta) \\e(t) &= \frac{2\xi}{\omega_n} \left[ 1 - \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_n t}\sin(\omega_d t + 2\beta) \right]\end{aligned}$$

## 临界阻尼单位斜坡响应

$$\begin{aligned}c(t) &= t - \frac{2}{\omega_n} + \frac{2}{\omega_n}\left(1 + \frac{1}{2}\omega_n t\right)e^{-\omega_n t} \\e(t) &= \frac{2}{\omega_n} \left[1 - \left(1 + \frac{1}{2}\omega_n t\right)e^{-\omega_n t}\right]\end{aligned}$$

# 过阻尼单位斜坡响应

$$C(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{2\xi}{\omega_n s} + \frac{2\xi(s + \xi\omega_n) + \omega_n(2\xi^2 - 1)}{\omega_n(s - p_1)(s - p_2)}$$

$$p_1 = -\omega_n\xi + \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$

$$p_2 = -\omega_n\xi - \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$

$$c(t) = t - \frac{2\xi}{\omega_n} + \frac{2\xi^2 - 1 + 2\xi\sqrt{\xi^2 - 1}}{2\omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}}e^{p_1 t} - \frac{2\xi^2 - 1 - 2\xi\sqrt{\xi^2 - 1}}{2\omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}}e^{p_2 t}$$

# Topic

- ① 一阶系统动态性能
- ② 二阶系统时域分析
- ③ 二阶系统阶跃响应指标计算
- ④ 二阶系统单位斜坡响应
- ⑤ 高阶系统时域分析 (3 阶及以上系统)

## 三阶系统

- 根的几种情况

- 3 个负实根  $p_1, p_2, p_3$
- 1 个负实根, 一对共轭复根

$$-s_0, -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}, (0 < \xi < 1)$$

- 重点考虑有复根的情况.

## 三阶系统

- 根的几种情况

- 3 个负实根  $p_1, p_2, p_3$
- 1 个负实根, 一对共轭复根

$$-s_0, -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}, (0 < \xi < 1)$$

- 重点考虑有复根的情况.

## 三阶系统

- 根的几种情况
  - 3 个负实根  $p_1, p_2, p_3$
  - 1 个负实根, 一对共轭复根

$$-s_0, -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}, (0 < \xi < 1)$$

- 重点考虑有复根的情况.

## 三阶系统

- 根的几种情况
  - 3 个负实根  $p_1, p_2, p_3$
  - 1 个负实根, 一对共轭复根

$$-s_0, -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}, (0 < \xi < 1)$$

- 重点考虑有复根的情况.



## 三阶系统

- 根的几种情况
  - 3 个负实根  $p_1, p_2, p_3$
  - 1 个负实根, 一对共轭复根

$$-s_0, -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}, (0 < \xi < 1)$$

- 重点考虑有复根的情况.

三阶系统 ( $\Phi(s)$ ) 单位阶跃响应 ( $C(s)$ )

$$\Phi(s) = \frac{s_0 \omega_n^2}{(s + s_0)(s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2)}$$

$$C(s) = \frac{s_0 \omega_n^2}{s(s + s_0)(s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2)}$$

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-s_0 t}}{b\xi^2(b-2) + 1} - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{b\xi^2(b-2) + 1} \left( b\xi^2(b-2) \cos \omega_d t + \frac{b\xi(\xi^2(b-2) + 1)}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin \omega_d t \right)$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

$$b = \frac{s_0}{\xi \omega_n}$$

## $b$ 对 $c(t)$ 的影响

- 复根比实根离虚轴近得多

$$b \gg 1$$

$$c(t) \approx 1 - e^{-\xi\omega_n t} \left( \cos \omega_d t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_d t \right)$$

近似看作 2 阶欠阻尼系统.

- 实根比复根离虚轴近得多

$$b \approx 0$$

$$c(t) \approx 1 - e^{-s_0 t}$$

近似看作 1 阶系统

- 实根与复根与虚轴距离同

$$b \approx 1$$

$$c(t) \approx 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{1-\xi^2} (1 + \xi \sin(\omega_d t - \beta))$$

## $b$ 对 $c(t)$ 的影响

- 复根比实根离虚轴近得多

$$b \gg 1$$

$$c(t) \approx 1 - e^{-\xi\omega_n t} \left( \cos \omega_d t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_d t \right)$$

近似看作 2 阶欠阻尼系统.

- 实根比复根离虚轴近得多

$$b \approx 0$$

$$c(t) \approx 1 - e^{-s_0 t}$$

近似看作 1 阶系统

- 实根与复根与虚轴距离同

$$b \approx 1$$

$$c(t) \approx 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{1-\xi^2} (1 + \xi \sin(\omega_d t - \beta))$$

## $b$ 对 $c(t)$ 的影响

- 复根比实根离虚轴近得多

$$b \gg 1$$

$$c(t) \approx 1 - e^{-\xi\omega_n t} \left( \cos \omega_d t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_d t \right)$$

近似看作 2 阶欠阻尼系统.

- 实根比复根离虚轴近得多

$$b \approx 0$$

$$c(t) \approx 1 - e^{-s_0 t}$$

近似看作 1 阶系统

- 实根与复根与虚轴距离同

$$b \approx 1$$

$$c(t) \approx 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{1-\xi^2} (1 + \xi \sin(\omega_d t - \beta))$$

## $b$ 对 $c(t)$ 的影响

- 复根比实根离虚轴近得多

$$b \gg 1$$

$$c(t) \approx 1 - e^{-\xi\omega_n t} \left( \cos \omega_d t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \omega_d t \right)$$

近似看作 2 阶欠阻尼系统.

- 实根比复根离虚轴近得多

$$b \approx 0$$

$$c(t) \approx 1 - e^{-s_0 t}$$

近似看作 1 阶系统

- 实根与复根与虚轴距离同

$$b \approx 1$$

$$c(t) \approx 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{1-\xi^2} (1 + \xi \sin(\omega_d t - \beta))$$

# 主导极点法

- 目的: 分析高阶系统的性能
- 内容: 系统有多个极点, 其中某些极点决定了整个系统的性能, 对系统起主导作用, 称这些极点为主导极点.
- 确定方法: 主导极点离虚轴距离为  $a$ , 其它极点离虚轴距离  $\geq 5a$

# 主导极点法

- 目的: 分析高阶系统的性能
- 内容: 系统有多个极点, 其中某些极点决定了整个系统的性能, 对系统起主导作用, 称这些极点为主导极点.
- 确定方法: 主导极点离虚轴距离为  $a$ , 其它极点离虚轴距离  $\geq 5a$



# 主导极点法

- 目的: 分析高阶系统的性能
- 内容: 系统有多个极点, 其中某些极点决定了整个系统的性能, 对系统起主导作用, 称这些极点为主导极点.
- 确定方法: 主导极点离虚轴距离为  $a$ , 其它极点离虚轴距离  $\geq 5a$

# 主导极点法

- 目的: 分析高阶系统的性能
- 内容: 系统有多个极点, 其中某些极点决定了整个系统的性能, 对系统起主导作用, 称这些极点为主导极点.
- 确定方法: 主导极点离虚轴距离为  $a$ , 其它极点离虚轴距离  $\geq 5a$