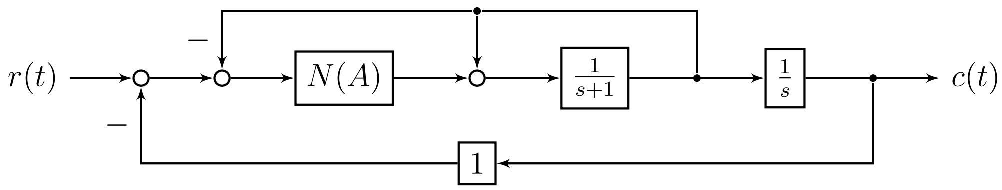
西北工业大学考试试题（卷）评分标准

2015 — 2016 学年第 1 学期

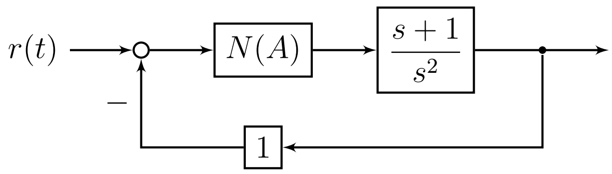
开课学院 ＿航天学院＿ 课程＿自动控制理论 II＿ 学时＿32＿
考试日期＿＿＿＿ 考试时间＿＿＿＿ 小时 考试形式（闭）（A）卷

一、（20 分）已知控制系统结构图如下所示：



已知 $N(A)=\frac{4}{\pi A}$ 分析系统稳定性，是否存在自激振荡？（若存在自激振荡需求出自振频率）

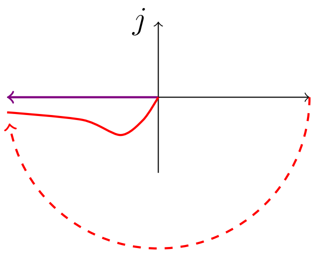
答：原系统等效为：



由：

$$\frac{-1}{N(A)}=-\frac{\pi A}{4}$$
$$G(s)=\frac{s+1}{s^2}$$

得：



G(s) 的 Nyquist 曲线未包围或相交 $\frac{-1}{N(A)}$ 曲线，系统稳定，不存在自振。

二、（20 分）单位负反馈控制系统开环传递函数，

$$G(s)=\frac{20}{s(s+1)(s+5)}$$

串联校正网络：

$$G_c(s)=k\cdot\frac{T_bs+1}{bT_bs+1}\cdot\frac{aT_as+1}{T_as+1}$$

求解参数 b,a,T_a 使校正后系统截止频率不变，稳态性能不变，相角裕度提高约 30°。（已知 $0<b<1,\frac{1}{T_b}\approx 0$）

答：利用迟后超前校正方法求解。计算校正前截止频率：

$$
\begin{aligned}
|G(s)| &= 1 \\
\omega_c &= 2
\end{aligned}
$$

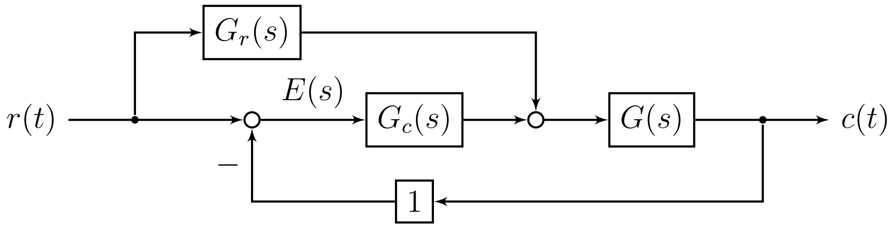
计算超前校正网络参数：

$$
\begin{aligned}
\angle(2T_b j+1) - \angle(2bT_b j+1) &= 30^\circ \\
90^\circ - \angle(2bT_b j+1) &= 30^\circ \\
\angle(2bT_b j+1) &= 60^\circ \\
2bT_b &= \sqrt{3} \\
b &= \frac{\sqrt{3}}{2T_b}
\end{aligned}
$$

由系统稳态性能不变可得：$k=1$ 。由迟后超前网络特性可得：$aT_a \geq T_b$, 取 $aT_a = T_b$ 。由截止频率保持不变可得：

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{b}\cdot a &= 1 \\
a &= \frac{\sqrt{3}}{2T_b} \\
T_a &= \frac{2T_b^2}{\sqrt{3}}
\end{aligned}
$$

三、（20 分）已知控制系统结构图如下所示：



已知

$$
\begin{aligned}
G(s) &= \frac{1}{s+1} \\
G_c(s) &= 1 \\
G_r(s) &= \frac{k_1 s + k_2}{10s+1} \\
r(t) &= t \qquad (t>0)
\end{aligned}
$$

当 $k_1=1, k_2=1$ 时，计算稳态误差；为使稳态误差为零，求解 k_1, k_2 。

答：$k_1=1, k_2=1$ 时，

$$
\frac{E(s)}{R(s)} = (1 - \frac{s+1}{10s+1}\cdot\frac{1}{s+1})\frac{1}{1+\frac{1}{s+1}}
$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{10s^2+11s+1-(s+1)}{(s+2)(10s+1)} \\
&= \frac{10s^2+(11-1)s}{(s+2)(10s+1)} \\
E(s) &= \frac{10s^2+(11-1)s}{(s+2)(10s+1)} \cdot R(s) \\
&= \frac{10s^2+10s}{(s+2)(10s+1)} \cdot \frac{1}{s^2} \\
&= \frac{10s+10}{s(s+2)(10s+1)} \\
\lim_{s\to 0} sE(s) &= 5
\end{aligned}
$$

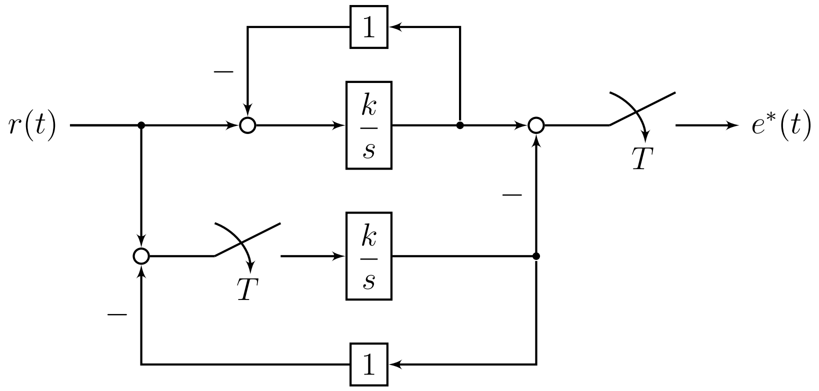
由 $G_r(s)=\frac{k_1s+k_2}{10s+1}, r(t)=t, (t>0)$ ，得：

$$
\begin{aligned}
\frac{E(s)}{R(s)} &= (1-\frac{k_1s+k_2}{10s+1}\cdot\frac{1}{s+1})\frac{1}{1+\frac{1}{s+1}} \\
&= \frac{10s^2+11s+1-(k_1s+k_2)}{(s+2)(10s+1)} \\
&= \frac{10s^2+(11-k_1)s+(1-k_2)}{(s+2)(10s+1)}
\end{aligned}
$$

所以，当 $k_1=11, k_2=1$ 时，

$$
\begin{aligned}
E(s) &= \frac{10s^2+(11-k_1)s+(1-k_2)}{(s+2)(10s+1)} \cdot R(s) \\
&= \frac{10s^2}{(s+2)(10s+1)} \cdot \frac{1}{s^2} \\
&= \frac{1}{(s+2)(10s+1)} \\
e_{ss} &= \lim_{s\to 0} sE(s) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

四、（20 分）已知控制系统结构图如下所示：



当 $r(t)=1,(t>0)$ 时，求解 $e(nT)$, 并分析使系统稳定的 k 取值范围。
常见 Z 变换表：

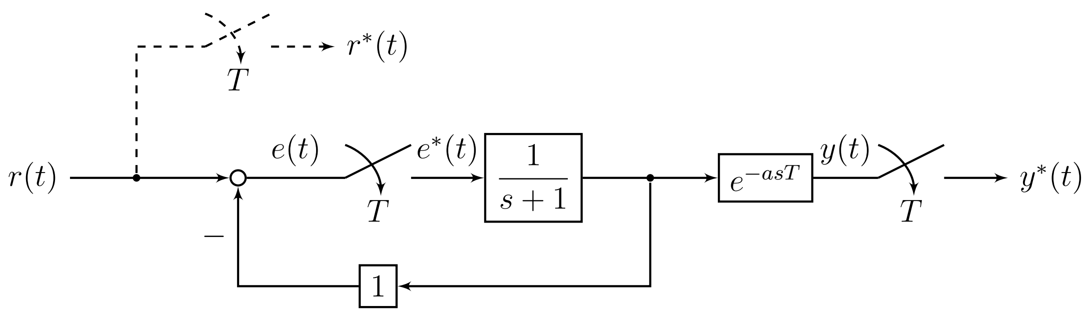
$f(t)$	$F(s)$	$F(Z)$
$\delta(t)$	1	1
$1(t)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{1}{1-e^{-aT}z^{-1}}$
$a^{t/T}$	$\frac{1}{s-(1/T)\ln a}$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$

答：由结构图可知：

$$
\begin{aligned}
R(s) &= \frac{1}{s} \\
E^*(s) &= \left[\frac{\frac{k}{s}}{1+\frac{k}{s}}R(s)\right]^* - \frac{[\frac{k}{s}]^*}{1+[\frac{k}{s}]^*}R^*(s) \\
&= \left[\frac{k}{s(s+k)}\right]^* - \frac{[\frac{k}{s}]^*}{1+[\frac{k}{s}]^*}R^*(s) \\
&= \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+k}\right]^* - \frac{[\frac{k}{s}]^*}{1+[\frac{k}{s}]^*}R^*(s) \\
E(z) &= \frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-kT}z^{-1}} - \frac{\frac{k}{1-z^{-1}}}{1+\frac{k}{1-z^{-1}}}\frac{1}{1-z^{-1}} \\
&= \frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-kT}z^{-1}} - \frac{k}{1+k-z^{-1}}\frac{1}{1-z^{-1}} \\
&= \frac{1}{1-z^{-1}} - \frac{1}{1-e^{-kT}z^{-1}} - \frac{1}{1-z^{-1}} + \frac{1}{1+k-z^{-1}} \\
&= -\frac{1}{1-e^{-kT}z^{-1}} + \frac{1}{1+k-z^{-1}} \\
e(nT) &= -e^{-nkT} + \left[\frac{1}{1+k}\right]^{n+1}
\end{aligned}
$$

由 $e(nT)$ 表达式可知，当 $k\in(0,\infty)$ 时系统稳定。

五、（20 分）已知控制系统结构图如下所示，已知 $r(t)=1,(t>0)$ 求解当 $a=0$ 时的 $Y(z)$ 与 $a\in(0,1]$ 时的 $Y(z)$ 。



答：$a=0$ 时：

$$
\begin{aligned}
Y^*(s) &= \frac{[\frac{1}{s+1}]^*}{1+[\frac{1}{s+1}]^*} R^*(s) \\
Y(z) &= \frac{\frac{1}{1-e^{-T}z^{-1}}}{1+\frac{1}{1-e^{-T}z^{-1}}} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}} \\
&= \frac{1}{(2-e^{-T}z^{-1})(1-z^{-1})}
\end{aligned}
$$

$a \in (0,1]$ 时：

$$
\begin{aligned}
Y^*(s) &= \left[\frac{e^{-aTs}}{s+1}\right]^* \frac{R_T^*(s)}{1+[\frac{1}{s+1}]^*} \\
Y(z) &= \mathcal{Z}\left[\left[\frac{e^{-aTs}}{s+1}\right]^*\right] \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{1-e^{-T}z^{-1}}} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}} \\
&= \frac{e^{aT}e^{-T}z^{-1}}{1-e^{-T}z^{-1}} \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{1-e^{-T}z^{-1}}} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}} \\
&= \frac{e^{aT}e^{-T}z^{-1}}{(1-z^{-1})(2-e^{-T}z^{-1})}
\end{aligned}
$$

其中：

$$
\begin{aligned}
\frac{e^{-aTs}}{s+1} &= \mathcal{L}[e^{-(t-aT)}] \qquad (t \geq aT) \\
\mathcal{Z}[e^{-nT+aT}] &= \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nT+aT} z^{-n} \\
&= \frac{e^{aT-T}z{-1}}{1-e^{-T}z{-1}}
\end{aligned}
$$