

自动控制系统的数学模型

结构图和信号流图

Outline

- ① 结构图介绍
- ② 结构图化简方法
- ③ 结构图等效变换
- ④ 信号流图
- ⑤ 梅森公式

Topic

- ① 结构图介绍
- ② 结构图化简方法
- ③ 结构图等效变换
- ④ 信号流图
- ⑤ 梅森公式

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
 - 形象直观
 - 可以评价各元部件对系统性能的影响
 - 工程上使用广泛
 - 可描述线性或非线性系统
 - 同一结构图可用不同元器件构成实现
 - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
 - 形象直观
 - 可以评价各元部件对系统性能的影响
 - 工程上使用广泛
 - 可描述线性或非线性系统
 - 同一结构图可用不同元器件构成实现
 - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
 - 形象直观
 - 可以评价各元部件对系统性能的影响
 - 工程上使用广泛
 - 可描述线性或非线性系统
 - 同一结构图可用不同元器件构成实现
 - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
 - 形象直观
 - 可以评价各元部件对系统性能的影响
 - 工程上使用广泛
 - 可描述线性或非线性系统
 - 同一结构图可用不同元器件构成实现
 - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
 - 形象直观
 - 可以评价各元部件对系统性能的影响
 - 工程上使用广泛
 - 可描述线性或非线性系统
 - 同一结构图可用不同元器件构成实现
 - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
 - 形象直观
 - 可以评价各元部件对系统性能的影响
 - 工程上使用广泛
 - 可描述线性或非线性系统
 - 同一结构图可用不同元器件构成实现
 - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
 - 形象直观
 - 可以评价各元部件对系统性能的影响
 - 工程上使用广泛
 - 可描述线性或非线性系统
 - 同一结构图可用不同元器件构成实现
 - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
 - 形象直观
 - 可以评价各元部件对系统性能的影响
 - 工程上使用广泛
 - 可描述线性或非线性系统
 - 同一结构图可用不同元器件构成实现
 - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
 - 形象直观
 - 可以评价各元部件对系统性能的影响
 - 工程上使用广泛
 - 可描述线性或非线性系统
 - 同一结构图可用不同元器件构成实现
 - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

系统结构图的组成及绘制

组成：4 个基本单元

- 信号线
- 引出点（分支点）
- 比较点（累加点）
- 传递函数环节

系统结构图的组成及绘制

组成：4 个基本单元

- 信号线
- 引出点（分支点）
- 比较点（累加点）
- 传递函数环节

系统结构图的组成及绘制

组成：4 个基本单元

- 信号线
- 引出点（分支点）
- 比较点（累加点）
- 传递函数环节

系统结构图的组成及绘制

组成：4 个基本单元

- 信号线
- 引出点（分支点）
- 比较点（累加点）
- 传递函数环节

系统结构图的组成及绘制

组成：4 个基本单元

- 信号线
- 引出点（分支点）
- 比较点（累加点）
- 传递函数环节

环节连接方式

3 种连接方式:

- 串联
- 并联
- 反馈

环节连接方式

3 种连接方式:

- 串联
- 并联
- 反馈

环节连接方式

3 种连接方式:

- 串联
- 并联
- 反馈

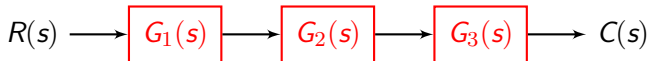
环节连接方式

3 种连接方式：

- 串联
- 并联
- 反馈

串联

结构图

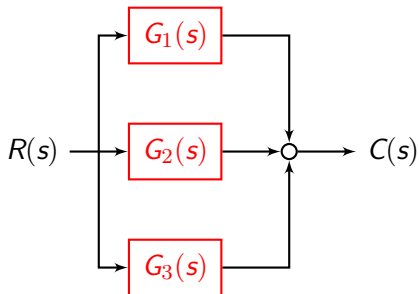


传递函数计算

- 等效传递函数等于各环节传递函数的乘积

并联

结构图

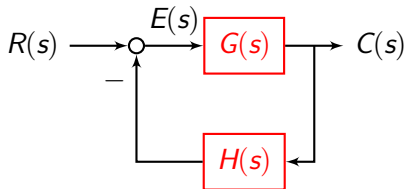


传递函数计算

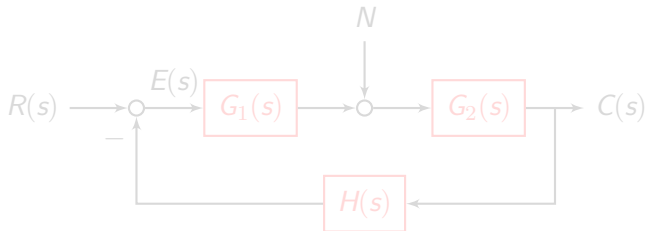
- 等效传递函数等于各环节传递函数的代数和

反馈

结构图

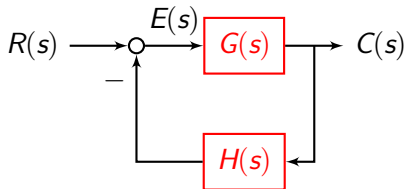


结构图

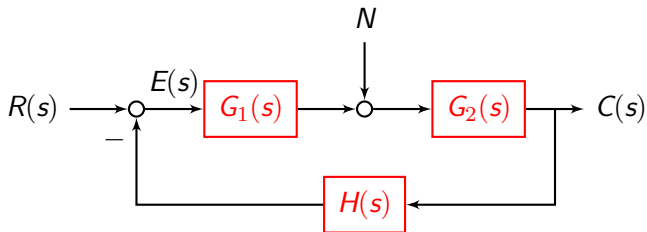


反馈

结构图



结构图



术语介绍:

- 开环系统传递函数: $G_{open}(s) = G(s)H(s)$
- 误差传递函数: $\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$
- 扰动传递函数: $\Phi_f(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$
- 闭环传递函数: $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

术语介绍:

- 开环系统传递函数: $G_{open}(s) = G(s)H(s)$
- 误差传递函数: $\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$
- 扰动传递函数: $\Phi_f(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$
- 闭环传递函数: $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

术语介绍:

- 开环系统传递函数: $G_{open}(s) = G(s)H(s)$
- 误差传递函数: $\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$
- 扰动传递函数: $\Phi_f(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$
- 闭环传递函数: $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

术语介绍:

- 开环系统传递函数: $G_{open}(s) = G(s)H(s)$
- 误差传递函数: $\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$
- 扰动传递函数: $\Phi_f(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$
- 闭环传递函数: $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

术语介绍:

- 开环系统传递函数: $G_{open}(s) = G(s)H(s)$
- 误差传递函数: $\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$
- 扰动传递函数: $\Phi_f(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$
- 闭环传递函数: $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

Topic

- ① 结构图介绍
- ② 结构图化简方法
- ③ 结构图等效变换
- ④ 信号流图
- ⑤ 梅森公式

结构图化简

- 目地: 求系统的闭环传递函数 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$
- 化简方法:
 - 串、并、反馈连接
 - 比较点、分支点移动

结构图化简

- 目地: 求系统的闭环传递函数 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$
- 化简方法:
 - 串、并、反馈连接
 - 比较点、分支点移动

结构图化简

- 目地: 求系统的闭环传递函数 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$
- 化简方法:
 - 串、并、反馈连接
 - 比较点、分支点移动

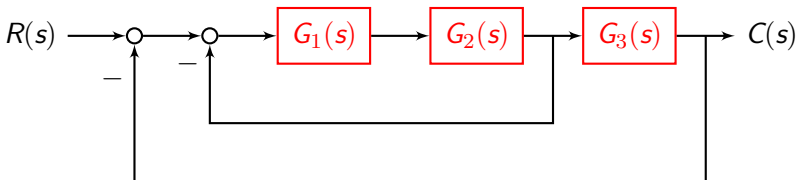
结构图化简

- 目地: 求系统的闭环传递函数 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$
- 化简方法:
 - 串、并、反馈连接
 - 比较点、分支点移动

结构图化简

- 目地: 求系统的闭环传递函数 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$
- 化简方法:
 - 串、并、反馈连接
 - 比较点、分支点移动

例: 求 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$:

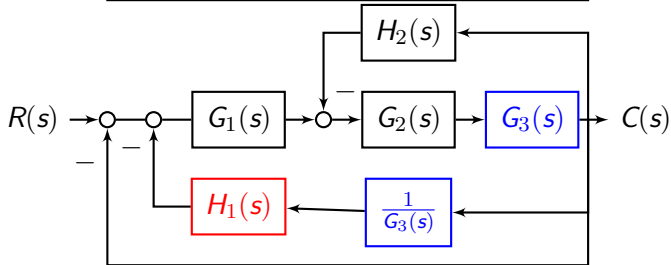
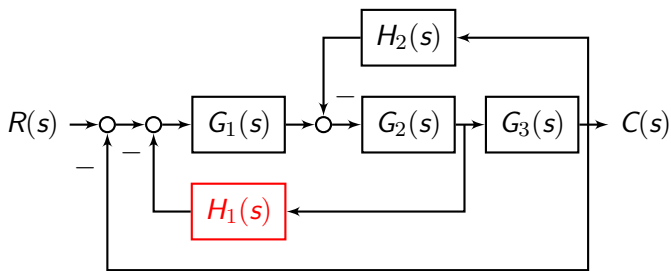


$$G(s) = \frac{G_1(s) G_2(s)}{1 + G_1(s) G_2(s)} \quad (1)$$

$$\Phi(s) = \frac{G(s) G_3(s)}{1 + G(s) G_3(s)} \quad (2)$$

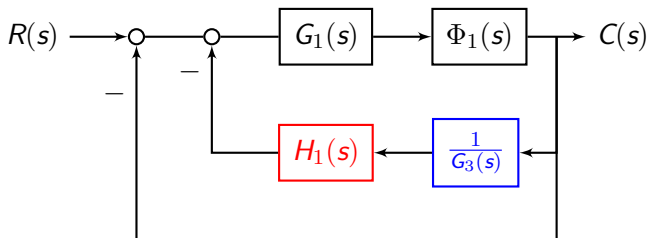
$$\Phi(s) = \frac{G_1(s) G_2(s) G_3(s)}{1 + G_1(s) G_2(s) + G_1(s) G_2(s) G_3(s)} \quad (3)$$

例：结构图化简

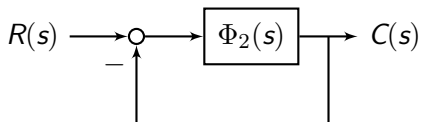


例：结构图化简 (续)

内回路化为 $\Phi_1(s)$



内回路化为 $\Phi_2(s)$



例：结构图化简 (续)

$$\Phi_1(s) = \frac{G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_2} \quad (4)$$

$$\Phi_2(s) = \frac{G_1 \Phi_1}{1 + H_1 G_1 \Phi_1 / G_3} \quad (5)$$

$$= \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 H_1} \quad (6)$$

$$\Phi(s) = \frac{\Phi_2}{1 + \Phi_2} \quad (7)$$

$$= \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 H_1 + G_1 G_2 G_3} \quad (8)$$

$$(9)$$

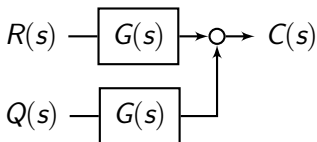
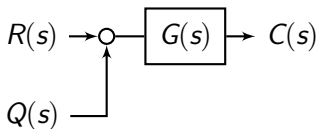
结构图变换规则：各通道传递函数不变，即等效变换

Topic

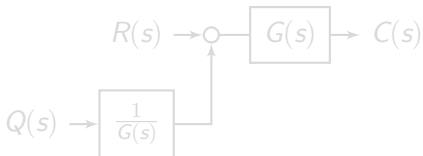
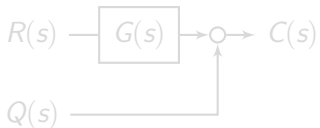
- ① 结构图介绍
- ② 结构图化简方法
- ③ 结构图等效变换**
- ④ 信号流图
- ⑤ 梅森公式

比较点移动

比较点移动

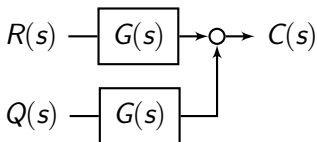
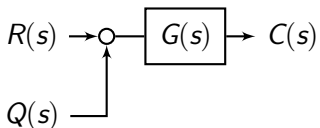


比较点移动

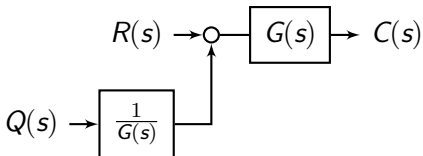
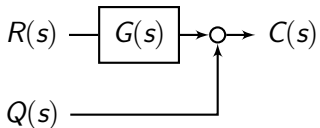


比较点移动

比较点移动

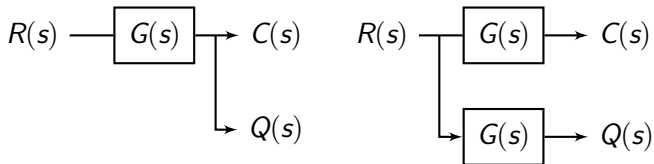


比较点移动

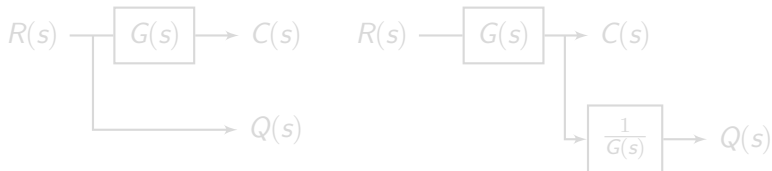


分支点移动

分支点移动

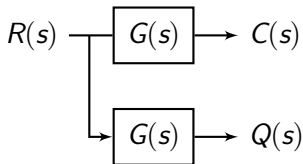
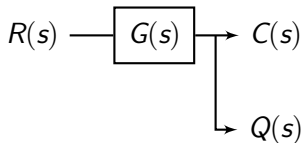


分支点移动

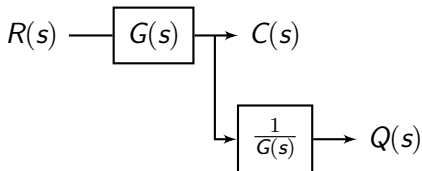
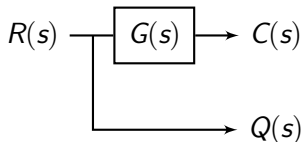


分支点移动

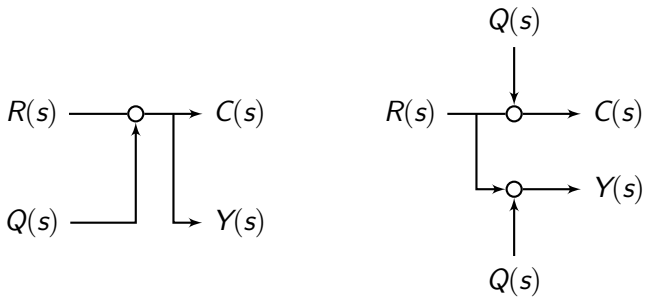
分支点移动



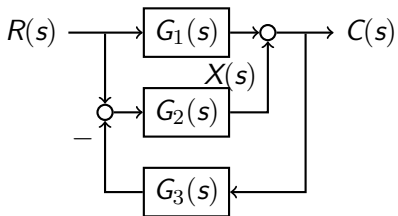
分支点移动



分支点与比较点的相互移动



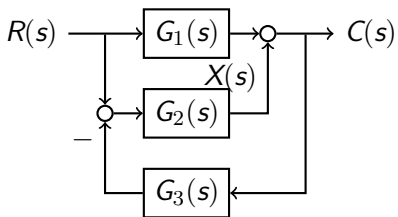
例 1: 化简结构图求 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$



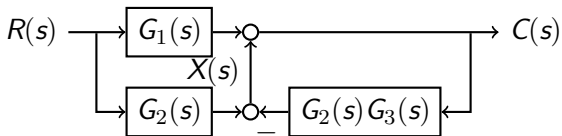
移动比较点



例 1: 化简结构图求 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

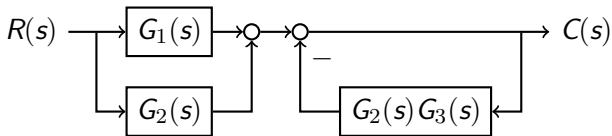


移动比较点



例 1: 继续化简

移动比较点

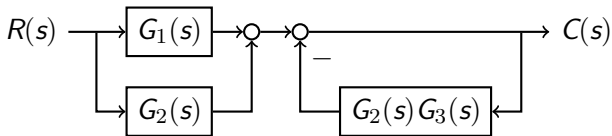


求解传递函数

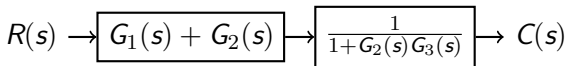


例 1: 继续化简

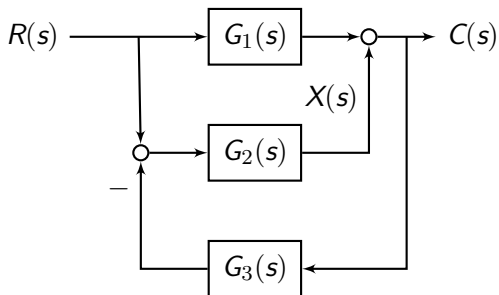
移动比较点



求解传递函数



例 1: 解方程求解 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$



$$C(s) = R(s)G_1 + X(s)$$

$$X(s) = G_2(R(s) - C(s)G_3)$$

$$C(s) = R(s)G_1 + G_2(R(s) - C(s)G_3)$$

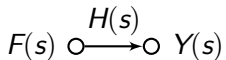
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 + G_2}{1 + G_2G_3}$$

Topic

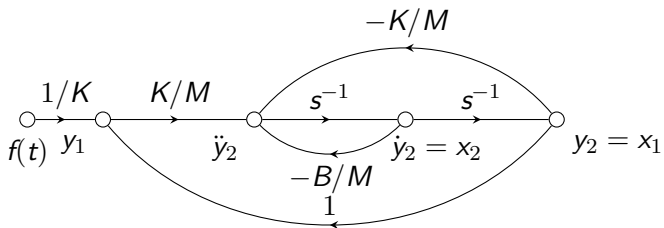
- 1 结构图介绍
- 2 结构图化简方法
- 3 结构图等效变换
- 4 信号流图**
- 5 梅森公式

信号流图定义

由节点与有向支路构成的能表征系统功能与信号流动方向的图，称为系统的信号流图。



结构图与信号流图



Topic

- ① 结构图介绍
- ② 结构图化简方法
- ③ 结构图等效变换
- ④ 信号流图
- ⑤ 梅森公式

梅森公式

- 优点：不需要对结构图作任何变换，可以直接对复杂的结构图求取系统的闭环传递函数
- 梅森公式

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^I P_k \Delta_k$$

- Δ ：系统的特征多项式, $\Delta = 1 - (\text{所有不同回路增益之和}) + (\text{所有两两不接触回路增益乘积之和}) - (\text{所有三个互不接触回路增益乘积之和}) + \dots$
- P_k ：第 k 条前向通道
- Δ_k ：系统结构图去除 P_k 后的特征多项式

梅森公式

- 优点：不需要对结构图作任何变换，可以直接对复杂的结构图求取系统的闭环传递函数
- 梅森公式

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^I P_k \Delta_k$$

- Δ ：系统的特征多项式, $\Delta = 1 - (\text{所有不同回路增益之和}) + (\text{所有两两不接触回路增益乘积之和}) - (\text{所有三个互不接触回路增益乘积之和}) + \dots$
- P_k ：第 k 条前向通道
- Δ_k ：系统结构图去除 P_k 后的特征多项式

梅森公式

- 优点：不需要对结构图作任何变换，可以直接对复杂的结构图求取系统的闭环传递函数
- 梅森公式

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^I P_k \Delta_k$$

- Δ ：系统的特征多项式, $\Delta = 1 - (\text{所有不同回路增益之和}) + (\text{所有两两不接触回路增益乘积之和}) - (\text{所有三个互不接触回路增益乘积之和}) + \dots$
- P_k ：第 k 条前向通道
- Δ_k ：系统结构图去除 P_k 后的特征多项式

梅森公式

- 优点：不需要对结构图作任何变换，可以直接对复杂的结构图求取系统的闭环传递函数
- 梅森公式

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^I P_k \Delta_k$$

- Δ ：系统的特征多项式, $\Delta = 1 - (\text{所有不同回路增益之和}) + (\text{所有两两不接触回路增益乘积之和}) - (\text{所有三个互不接触回路增益乘积之和}) + \dots$
- P_k ：第 k 条前向通道
- Δ_k ：系统结构图去除 P_k 后的特征多项式

梅森公式

- 优点：不需要对结构图作任何变换，可以直接对复杂的结构图求取系统的闭环传递函数
- 梅森公式

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^I P_k \Delta_k$$

- Δ ：系统的特征多项式, $\Delta = 1 - (\text{所有不同回路增益之和}) + (\text{所有两两不接触回路增益乘积之和}) - (\text{所有三个互不接触回路增益乘积之和}) + \dots$
- P_k ：第 k 条前向通道
- Δ_k ：系统结构图去除 P_k 后的特征多项式

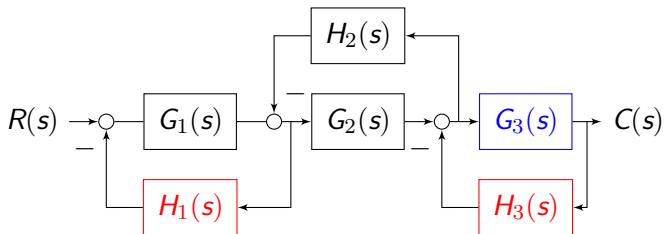
梅森公式

- 优点：不需要对结构图作任何变换，可以直接对复杂的结构图求取系统的闭环传递函数
- 梅森公式

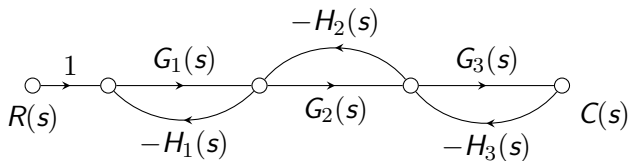
$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^I P_k \Delta_k$$

- Δ ：系统的特征多项式, $\Delta = 1 - (\text{所有不同回路增益之和}) + (\text{所有两两不接触回路增益乘积之和}) - (\text{所有三个互不接触回路增益乘积之和}) + \dots$
- P_k ：第 k 条前向通道
- Δ_k ：系统结构图去除 P_k 后的特征多项式

梅森公式示例 (结构图):

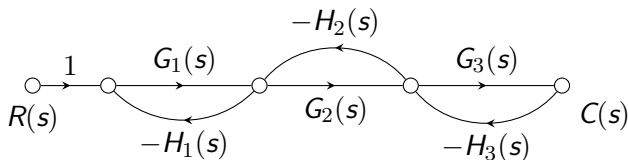


梅森公式示例（信号流图）：



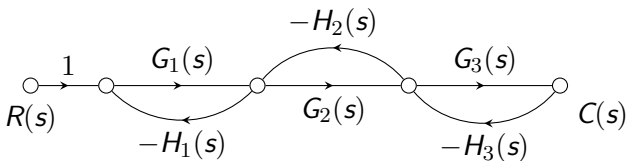
- $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum P_k \Delta_k$;
- $P_1 = G_1 G_2 G_3, L_1 = -G_1 H_1, L_2 = -G_2 H_2, L_3 = -G_3 H_3$;
- $\Delta_1 = 1$;
- $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_3 =$
 $1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3$;
- $\Phi(s) = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3}$.

梅森公式示例（信号流图）：



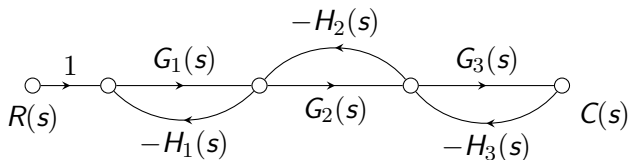
- $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum P_k \Delta_k$;
- $P_1 = G_1 G_2 G_3, L_1 = -G_1 H_1, L_2 = -G_2 H_2, L_3 = -G_3 H_3$;
- $\Delta_1 = 1$;
- $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_3 =$
 $1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3$;
- $\Phi(s) = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3}$.

梅森公式示例（信号流图）：



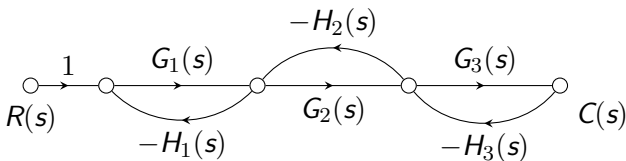
- $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum P_k \Delta_k ;$
- $P_1 = G_1 G_2 G_3, L_1 = -G_1 H_1, L_2 = -G_2 H_2, L_3 = -G_3 H_3 ;$
- $\Delta_1 = 1 ;$
- $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_3 =$
 $1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3 ;$
- $\Phi(s) = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3} .$

梅森公式示例（信号流图）：



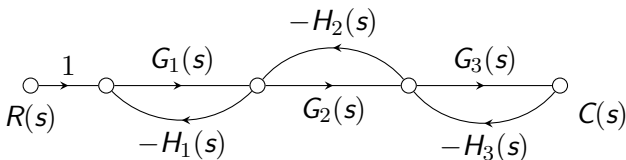
- $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum P_k \Delta_k$;
- $P_1 = G_1 G_2 G_3, L_1 = -G_1 H_1, L_2 = -G_2 H_2, L_3 = -G_3 H_3$;
- $\Delta_1 = 1$;
- $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_3 =$
 $1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3$;
- $\Phi(s) = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3}$.

梅森公式示例（信号流图）：



- $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum P_k \Delta_k ;$
- $P_1 = G_1 G_2 G_3, L_1 = -G_1 H_1, L_2 = -G_2 H_2, L_3 = -G_3 H_3 ;$
- $\Delta_1 = 1 ;$
- $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_3 =$
 $1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3 ;$
- $\Phi(s) = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3} .$

梅森公式示例（信号流图）：



- $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum P_k \Delta_k$;
- $P_1 = G_1 G_2 G_3, L_1 = -G_1 H_1, L_2 = -G_2 H_2, L_3 = -G_3 H_3$;
- $\Delta_1 = 1$;
- $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_3 =$
 $1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3$;
- $\Phi(s) = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3}$.