

# 线性离散系统分析

## 离散系统稳态误差

# Outline

- 1 离散系统稳态误差
- 2 离散系统型别与静态误差系数

# Topic

- 1 离散系统稳态误差
- 2 离散系统型别与静态误差系数

# 离散系统稳态误差

- 连续系统稳定误差：
  - Laplacian 变换的终值定理
  - 静态误差系数
  - 动态误差系数
- 离散系统稳态误差
  - Z 变换终值定理

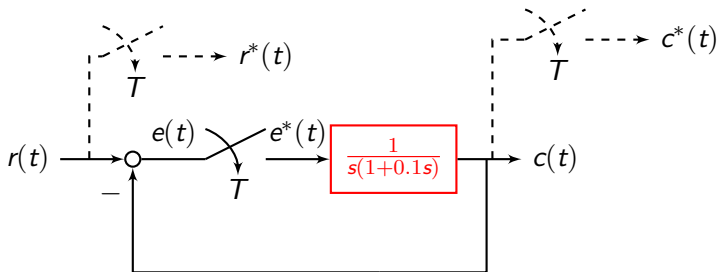
$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} e^*(t) &= \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)E(z) \\ &= \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)\Phi_e(z)R(z)\end{aligned}$$

# 离散系统稳态误差

- 连续系统稳定误差：
  - Laplacian 变换的终值定理
  - 静态误差系数
  - 动态误差系数
- 离散系统稳态误差
  - Z 变换终值定理

$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} e^*(t) &= \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)E(z) \\ &= \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)\Phi_e(z)R(z)\end{aligned}$$

## 离散系统稳态误差示例:



其中

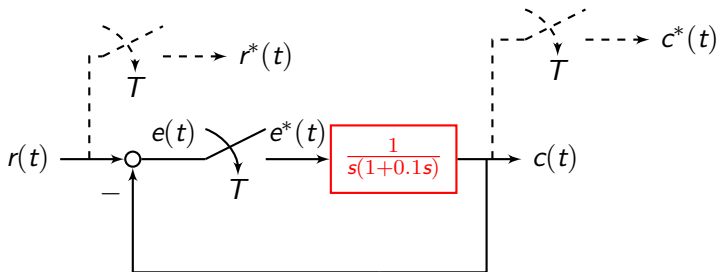
$T = 0.1, r_1(t) = 1(t), r_2(t) = t$  求离散系统相应的稳态误差

解:

$$G(z) = \frac{z(1 - 0.368)}{(z - 1)(z - 0.368)}$$

$$\Phi_e(z) = \frac{1}{1 + G(z)} = \frac{(z - 1)(z - 0.368)}{z^2 - 0.736z + 0.368}$$

## 离散系统稳态误差示例:



其中

$T = 0.1, r_1(t) = 1(t), r_2(t) = t$  求离散系统相应的稳态误差  
解:

$$G(z) = \frac{z(1 - 0.368)}{(z - 1)(z - 0.368)}$$

$$\Phi_e(z) = \frac{1}{1 + G(z)} = \frac{(z - 1)(z - 0.368)}{z^2 - 0.736z + 0.368}$$

## 离散系统稳态误差示例 (续)

 $r_1(t) = 1(t)$  时

$$\begin{aligned} R_1(z) &= \frac{1}{1 - z^{-1}} \\ \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \Phi_e(z) R(z) &= 0 \end{aligned}$$

 $r_2(t) = t(t)$  时

$$\begin{aligned} R_1(z) &= \frac{Tz^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} \\ \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \Phi_e(z) R(z) &= \lim_{z \rightarrow 1} \frac{T(z - 0.368)}{z^2 - 0.736z + 0.368} \\ &= T \end{aligned}$$



## 离散系统稳态误差示例 (续)

$r_1(t) = 1(t)$  时

$$\begin{aligned} R_1(z) &= \frac{1}{1 - z^{-1}} \\ \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \Phi_e(z) R(z) &= 0 \end{aligned}$$

$r_2(t) = t(t)$  时

$$\begin{aligned} R_1(z) &= \frac{Tz^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} \\ \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \Phi_e(z) R(z) &= \lim_{z \rightarrow 1} \frac{T(z - 0.368)}{z^2 - 0.736z + 0.368} \\ &= T \end{aligned}$$

# Topic

① 离散系统稳态误差

② 离散系统型别与静态误差系数

# 离散系统型别

- 连续系统型别:

$$G_o(s) = \frac{M(s)}{s^\nu N(s)}$$

若  $\nu = 0, 1, 2$  则分别称为 0 型, I 型, II 型系统.

- 离散系统型别:

$$G_o(z) = \frac{M(z)}{(z-1)^\nu N(z)}$$

若  $\nu = 0, 1, 2$  则分别称为 0 型, I 型, II 型系统. ( $G_o(z)$  为单位负反馈开环脉冲传递函数)

# 离散系统型别

- 连续系统型别:

$$G_o(s) = \frac{M(s)}{s^\nu N(s)}$$

若  $\nu = 0, 1, 2$  则分别称为 0 型, I 型, II 型系统.

- 离散系统型别:

$$G_o(z) = \frac{M(z)}{(z-1)^\nu N(z)}$$

若  $\nu = 0, 1, 2$  则分别称为 0 型, I 型, II 型系统. ( $G_o(z)$  为单位负反馈开环脉冲传递函数)

# 静态误差系数:0 型系统:

## 连续系统

$$\begin{aligned}K_p &= \lim_{s \rightarrow 0} G_o(s) \\r(t) &= 1 \\e_{ss} &= \frac{1}{1 + K_p}\end{aligned}$$

## 离散系统

$$\begin{aligned}K_p &= \lim_{z \rightarrow 1} (1 + G_o(z)) \\r(t) &= 1(t) \\e_{ss} &= \frac{1}{K_p}\end{aligned}$$

## 静态误差系数:0 型系统:

## 连续系统

$$\begin{aligned}K_p &= \lim_{s \rightarrow 0} G_o(s) \\r(t) &= 1 \\e_{ss} &= \frac{1}{1 + K_p}\end{aligned}$$

## 离散系统

$$\begin{aligned}K_p &= \lim_{z \rightarrow 1} (1 + G_o(z)) \\r(t) &= 1(t) \\e_{ss} &= \frac{1}{K_p}\end{aligned}$$

## 静态误差系数:I 型系统:

连续系统

$$\begin{aligned}K_p &= \lim_{s \rightarrow 0} sG_o(s) \\r(t) &= t \\e_{ss} &= \frac{1}{K_v}\end{aligned}$$

离散系统

$$\begin{aligned}K_p &= \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)G_o(z) \\r(t) &= t \\e_{ss} &= \frac{T}{K_v}\end{aligned}$$

## 静态误差系数:I 型系统:

连续系统

$$\begin{aligned}K_p &= \lim_{s \rightarrow 0} sG_o(s) \\r(t) &= t \\e_{ss} &= \frac{1}{K_v}\end{aligned}$$

离散系统

$$\begin{aligned}K_p &= \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)G_o(z) \\r(t) &= t \\e_{ss} &= \frac{T}{K_v}\end{aligned}$$



## 静态误差系数:II 型系统:

### 连续系统

$$\begin{aligned}K_p &= \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G_o(s) \\r(t) &= \frac{t^2}{2} \\e_{ss} &= \frac{1}{K_a}\end{aligned}$$

### 离散系统

$$\begin{aligned}K_p &= \lim_{z \rightarrow 0} (z-1)^2 G_o(s) \\r(t) &= \frac{t^2}{2} \\e_{ss} &= \frac{T^2}{K_a}\end{aligned}$$

## 静态误差系数:II 型系统:

### 连续系统

$$\begin{aligned}K_p &= \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G_o(s) \\r(t) &= \frac{t^2}{2} \\e_{ss} &= \frac{1}{K_a}\end{aligned}$$

### 离散系统

$$\begin{aligned}K_p &= \lim_{z \rightarrow 0} (z-1)^2 G_o(s) \\r(t) &= \frac{t^2}{2} \\e_{ss} &= \frac{T^2}{K_a}\end{aligned}$$