

线性系统校正方法

串联滞后-超前校正

Outline

① 串联滞后-超前校正原理与方法

② 串联滞后-超前校正示例

Topic

1 串联滞后-超前校正原理与方法

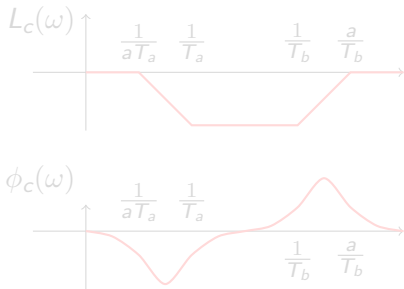
2 串联滞后-超前校正示例

串联滞后-超前校正原理

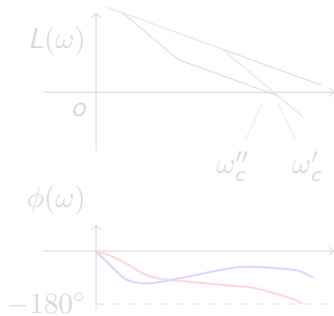
- 滞后部分的幅值衰减特性, 提高系统的稳定程度
- 超前部分的相角超前特性, 提高系统的动态性能

$$G_c = \frac{(1+T_a s)(1+T_b s)}{(1+aT_a s)(1+\frac{T_b}{a}s)} \quad \text{其中 } a > 1$$

校正网络 Bode 图



滞后校正示意图:

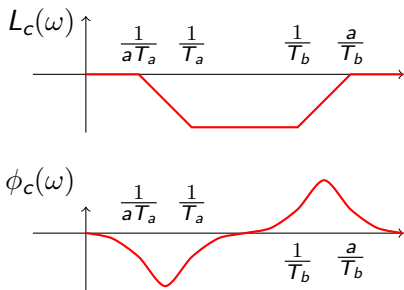


串联滞后-超前校正原理

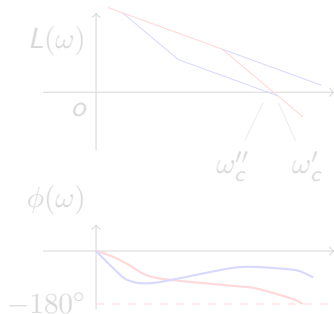
- 滞后部分的幅值衰减特性, 提高系统的稳定程度
- 超前部分的相角超前特性, 提高系统的动态性能

$$G_c = \frac{(1+T_a s)(1+T_b s)}{(1+aT_a s)(1+\frac{T_b}{a}s)} \quad \text{其中 } a > 1$$

校正网络 Bode 图



滞后校正示意图:

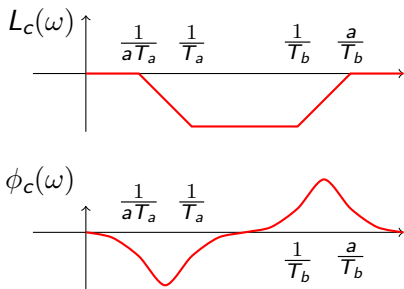


串联滞后-超前校正原理

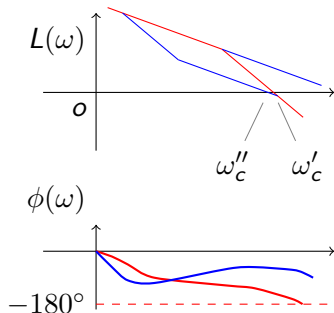
- 滞后部分的幅值衰减特性, 提高系统的稳定程度
- 超前部分的相角超前特性, 提高系统的动态性能

$$G_c = \frac{(1+T_a s)(1+T_b s)}{(1+aT_a s)(1+\frac{T_b}{a}s)} \quad \text{其中 } a > 1$$

校正网络 Bode 图



滞后校正示意图:



适用泛围

- 系统不稳定, 且要求的稳态性能与动态性能较高时

设计步骤

- 由 e_{ss} 要求确定开环增益
- 绘制未校正系统 Bode 图, 计算 ω'_c, γ', h'
- 选择 $\frac{1}{T_b}$ 为 $L(\omega)$ 上斜率由 -20dB/dec 至 -40dB/dec 的交接频率 (校正后截止频率处斜率为 -20dB/dec , 且有一定宽度)
- 计算期望的截止频率 ω''_c , 求解 $L(\omega''_c) + 20 \lg T_b \omega''_c - 20 \lg a = 0$ 得 a
- 计算期望相角裕度 γ'' , 求解: $180^\circ + \phi_c(\omega''_c) + \phi(\omega''_c) = \gamma''$, 得 T_a

设计步聚

- 由 e_{ss} 要求确定开环增益
- 绘制未校正系统 Bode 图, 计算 ω'_c, γ', h'
- 选择 $\frac{1}{T_b}$ 为 $L(\omega)$ 上斜率由 $-20dB/dec$ 至 $-40dB/dec$ 的交接频率 (校正后截止频率处斜率为 $-20dB/dec$, 且有一定宽度)
- 计算期望的截止频率 ω''_c , 求解 $L(\omega''_c) + 20 \lg T_b \omega''_c - 20 \lg a = 0$ 得 a
- 计算期望相角裕度 γ'' , 求解: $180^\circ + \phi_c(\omega''_c) + \phi(\omega''_c) = \gamma''$, 得 T_a

设计步聚

- 由 e_{ss} 要求确定开环增益
- 绘制未校正系统 Bode 图, 计算 ω'_c, γ', h'
- 选择 $\frac{1}{T_b}$ 为 $L(\omega)$ 上斜率由 $-20dB/dec$ 至 $-40dB/dec$ 的交接频率 (校正后截止频率处斜率为 $-20dB/dec$, 且有一定宽度)
- 计算期望的截止频率 ω''_c , 求解 $L(\omega''_c) + 20 \lg T_b \omega''_c - 20 \lg a = 0$ 得 a
- 计算期望相角裕度 γ'' , 求解: $180^\circ + \phi_c(\omega''_c) + \phi(\omega''_c) = \gamma''$, 得 T_a

设计步聚

- 由 e_{ss} 要求确定开环增益
- 绘制未校正系统 Bode 图, 计算 ω'_c, γ', h'
- 选择 $\frac{1}{T_b}$ 为 $L(\omega)$ 上斜率由 $-20dB/dec$ 至 $-40dB/dec$ 的交接频率 (校正后截止频率处斜率为 $-20dB/dec$, 且有一定宽度)
- 计算期望的截止频率 ω''_c , 求解 $L(\omega''_c) + 20 \lg T_b \omega''_c - 20 \lg a = 0$ 得 a
- 计算期望相角裕度 γ'' , 求解: $180^\circ + \phi_c(\omega''_c) + \phi(\omega''_c) = \gamma''$, 得 T_a

Topic

① 串联滞后-超前校正原理与方法

② 串联滞后-超前校正示例

串联滞后-超前校正示例 1

单位负反馈系统 $G(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$ 设计校正网络, 满足
 $K_v \geq 100, \gamma' > 40, \omega_c'' \approx 20$

解:

- 由稳态性能指标得: $K = 100$

$$L(\omega) = \begin{cases} 20 \lg \frac{100}{\omega} & \omega < 10 \\ 20 \lg \frac{100}{0.1\omega^2} & 10 \leq \omega < 100 \\ 20 \lg \frac{100}{0.001\omega^3} & \omega \geq 100 \end{cases}$$

$$\omega_c' = 31.6$$

$$\begin{aligned} \gamma' &= 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.1\omega_c' - \arctan 0.01\omega_c' \\ &= 0 \end{aligned}$$

串联滞后-超前校正示例 1

单位负反馈系统 $G(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$ 设计校正网络, 满足
 $K_v \geq 100, \gamma' > 40, \omega_c'' \approx 20$

解:

- 由稳态性能指标得: $K = 100$

$$L(\omega) = \begin{cases} 20 \lg \frac{100}{\omega} & \omega < 10 \\ 20 \lg \frac{100}{0.1\omega^2} & 10 \leq \omega < 100 \\ 20 \lg \frac{100}{0.001\omega^3} & \omega \geq 100 \end{cases}$$

$$\omega_c' = 31.6$$

$$\begin{aligned} \gamma' &= 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.1\omega_c' - \arctan 0.01\omega_c' \\ &= 0 \end{aligned}$$

串联滞后-超前校正示例 1(续): 选用滞后-超前校正

$$G_c = \frac{(1 + T_a s)(1 + T_b s)}{(1 + a T_a s)(1 + \frac{T_b}{a} s)}$$

根据截止频率 ω_c'' 确定 T_b, a

$$\begin{aligned} T_b &= 0.1 \\ L(\omega_c'') + 20 \lg 0.1 \omega_c'' &= 20 \lg \frac{100}{\omega_c''} \\ &= 20 \lg 5 \\ 20 \lg a &= 20 \lg 5 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

串联滞后-超前校正示例 1(续): 验证相角裕度, 确定 T_a

- 原系统:

$$\phi(\omega_c'') = -90^\circ - \arctan 0.1\omega_c'' - \arctan 0.01\omega_c'' = -165^\circ$$

- 超前校正后: $180^\circ + \phi(\omega_c'') + \arctan 0.1\omega_c'' - \arctan(\frac{T_b}{a}\omega_c'') = 57^\circ \geq \epsilon + \gamma'', (\epsilon = 6^\circ)$

- 参数确定: $\frac{1}{T_a} = 0.1\omega_c'', T_a = 0.5$

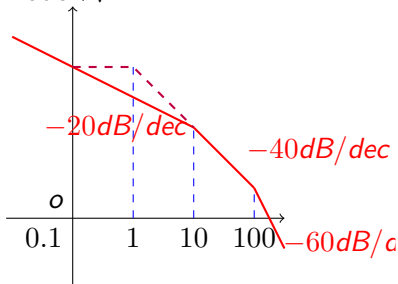
- 校正网络: $G_c = \frac{(1+0.5s)(1+0.1s)}{(1+2.5s)(1+0.02s)}$

串联滞后-超前校正示例 2

单位负反馈系统开环对数幅频特性曲线如图所示, 其中虚线表示校正前的实线表示校正后的. 要求

- ① 确定校正装置类型, 写出传递函数
- ② 确定校正后系统稳定时的开环增益
- ③ 当开环增益 $k=1$ 时, 求校正后系统的相位裕度 γ , 幅值裕度 h

● Bode 图



解: 由图得

- 采用了串联滞后-超前校正

- 校正前传递函数:

$$G_1(s) = \frac{K(10s+1)}{s(s+1)^2(0.01s+1)}$$

- 校正后传递函数:

$$G_2(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$$

- 校正装置传递函数:

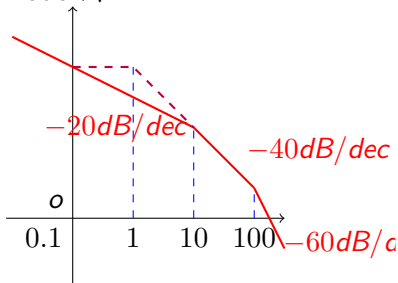
$$G_c(s) = \frac{(s+1)^2}{(0.1s+1)(10s+1)}$$

串联滞后-超前校正示例 2

单位负反馈系统开环对数幅频特性曲线如图所示, 其中虚线表示校正前的实线表示校正后的. 要求

- ① 确定校正装置类型, 写出传递函数
- ② 确定校正后系统稳定时的开环增益
- ③ 当开环增益 $k=1$ 时, 求校正后系统的相位裕度 γ , 幅值裕度 h

● Bode 图



解: 由图得

- 采用了串联滞后-超前校正

- 校正前传递函数:

$$G_1(s) = \frac{K(10s+1)}{s(s+1)^2(0.01s+1)}$$

- 校正后传递函数:

$$G_2(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$$

- 校正装置传递函数:

$$G_c(s) = \frac{(s+1)^2}{(0.1s+1)(10s+1)}$$

串联滞后-超前校正示例 2(续): 确定开环增益

校正前系统闭环特征方程:

$$D(s) = s(0.1s + 1)(0.01s + 1) + K$$

Routh 表

s^3	1	1000
s^2	110	$1000K$
s^1	$\frac{110000 - 1000K}{110}$	0
s^0	$1000K$	

得: $1 < K < 110$

串联滞后-超前校正示例 2(续): 稳定裕度计算

当 $K=1$ 时,

$$\begin{aligned}G_2(s) &= \frac{1}{s(0.1s+1)(0.01s+1)} \\L(\omega) &= \begin{cases} 20 \lg \frac{1}{\omega} & \omega < 10 \\ 20 \lg \frac{1}{0.1\omega^2} & 10 \leq \omega < 100 \\ 20 \lg \frac{1}{0.001\omega^3} & \omega \geq 100 \end{cases} \\\omega_c &= 1 \\\gamma &= 180^\circ + \phi(\omega_c) \\&= 83.7^\circ \\\phi(\omega_x) &= -\pi \\\omega_x &= 31.6 \\h &= -20 \lg \frac{1}{0.1\omega_x^2} \\&= 10dB\end{aligned}$$

串联滞后-超前校正示例 3

设待校正系统开环传递函数为： $G_o(s) = \frac{K}{s(\frac{1}{6}s+1)(\frac{1}{2}s+1)}$ ，设计校正装置满足以下指标：

- 最大指令速度 $180^\circ/s$ 时，位置滞后误差不超过 1°
- 相角裕度为 $45^\circ \pm 3^\circ$
- 幅值裕度不低于 10dB
- 动态过程调节时间不超过 3s

解：

- 由稳态性能指标得： $K = 180$

$$\omega'_c = 12.6$$

$$\gamma' = -55.5^\circ$$

$$h' = -30dB$$

串联滞后-超前校正示例 3

设待校正系统开环传递函数为： $G_o(s) = \frac{K}{s(\frac{1}{6}s+1)(\frac{1}{2}s+1)}$ ，设计校正装置满足以下指标：

- 最大指令速度 $180^\circ/s$ 时，位置滞后误差不超过 1°
- 相角裕度为 $45^\circ \pm 3^\circ$
- 幅值裕度不低于 10dB
- 动态过程调节时间不超过 3s

解：

- 由稳态性能指标得： $K = 180$

$$\omega'_c = 12.6$$

$$\gamma' = -55.5^\circ$$

$$h' = -30dB$$

串联滞后-超前校正示例 3 (续)

- $G_c(j\omega) = \frac{(1+jT_a\omega)(1+jT_b\omega)}{(1+jaT_a\omega)(1+jT_b\omega/a)}$
- 分析 -20dB/dec 与 -40dB/dec 转折点, 得 $T_b = \frac{1}{2}$
- 由 t_s, γ'' 指标与 -20dB/dec 的范围, 得: $\omega_c'' \in [3.2, 6]$ 取 $\omega_c' \approx 3.5$
- $L'(\omega_c'') + 20 \lg T_b \omega_c'' - 20 \lg a = 0 \rightarrow a = 50$
- $\gamma'' : 180^\circ - 90^\circ - \arctan \frac{\omega_c''}{6} + \arctan T_a \omega_c'' - \arctan 50 T_a \omega_c'' - \arctan \frac{\omega_c''}{100} \rightarrow T_a \approx 0.78$
- $G_c(S) = \frac{(1+1.28s)(1+0.5s)}{(1+64s)(1+0.01s)}$, 验证: $\gamma'' = 45.5^\circ, h'' = 27dB$, 满足要求。