

1

- 例: $G_o(s) = \frac{10}{s(s+1)}$

BMCOL:B BLOCK

BMCOL:B BLOCK

BMCOL:B BLOCK

BMCOL:B BLOCK

BMCOL:B BLOCK

BMCOL:B BLOCK

2

- ### ● Bode 稳定性判据

- Bode 图
- 稳定性判断

BMCOL:B_IGNOREHEADING
BMCOL:B_BLOCK

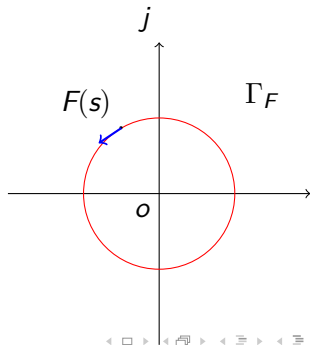
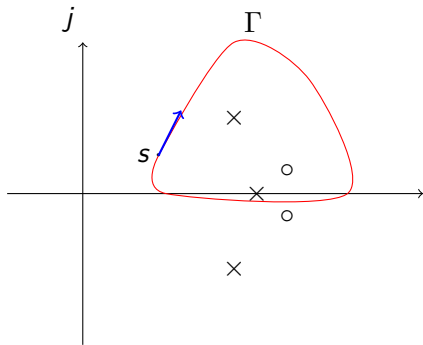
① Nyquist 稳定性判据

- ```
BMCOL:B_BLOCK
BMCOL:B_BLOCK
```

### ● Bode 稳定性判据

- 设  $s$  为复变量,  $F(s)$  为  $s$  的有理分式函数. 对于  $s$  平面上任意一点  $s$ , 通过复变函数  $F(s)$  的映射关系, 可以确定  $s$  的象.
- 在  $s$  平面上任选一条闭合曲线  $\Gamma$ , 且不通过  $F(s)$  任一零点和极点,  $s$  沿闭合曲线  $\Gamma$  运动一周, 则相应地  $F(s)$  形成一条闭合曲线  $\Gamma_F$ .

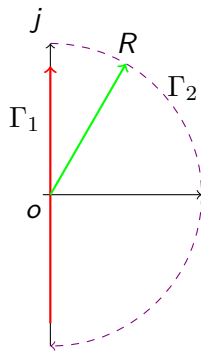
设  $s$  平面闭合曲线  $\Gamma$  包围  $F(s)$  的  $Z$  个零点和  $P$  个极点, 则  $s$  沿  $\Gamma$  顺时针运动一周时, 在  $F(s)$  平面上,  $F(s)$  沿闭合曲线  $\Gamma_F$  逆时针包围原点的圈数为  $R = P - Z$ .





$$\begin{aligned}\Phi(s) &= \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \\ &= \frac{G(s)}{1 + G_o(s)} \\ &= \frac{G(s)}{F(s)} \\ F(s) &= 1 + G_o(s)\end{aligned}$$

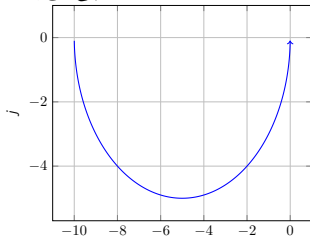
- $F(s)$  的极点是系统开环极点,
- $F(s)$  的零点是系统的闭环极点.



- $\Gamma_1 : s = j\omega, \omega \in [-\infty, \infty]$
- $\Gamma_2 : s = \lim_{R \rightarrow \infty} R e^{j\theta}, \theta \text{ 从 } \frac{\pi}{2} \text{ 到 } -\frac{\pi}{2}$
- 可得对应的  $G_o(s)$  曲线.
  - $s$  在  $\Gamma_1$  上时, 与 Nyquist 图对应. ( $\omega \in [0, \infty]$ )
  - $s$  在  $\Gamma_1$  上时,  $F(s) = 1 + G_o(s) = 1 + \lim_{R \rightarrow \infty} R e^{j\theta} G_o(s) = 1$
- Nyquist 判据
  - 对于开环稳定系统 ( $P = 0$ ), 若 Nyquist 曲线不包含  $(-1, 0)$  点, 则系统稳定.

- 对于开环不稳定系统 ( $P > 0$ ), 若 Nyquist 曲线逆时针包围  $(-1, 0)$  点的次数为  $\frac{P}{2}$ , 则系统稳定.

某负反馈开环传递函数为  $G_o(s) = \frac{10}{s-1}$ , 用 Nyquist 判据判断系统稳定性.



$$P = 1$$

$$N = \frac{1}{2}$$

$$P - Z = 2N$$

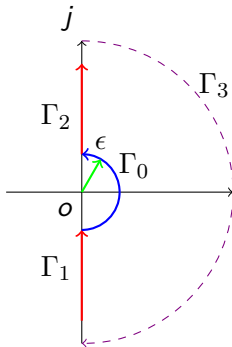
$$Z = P - 2N$$

$$= 0$$



系统稳定.

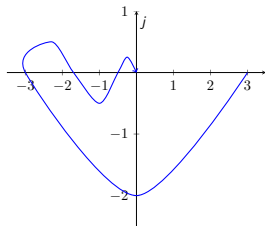
- 零型系统  $F(s)$  沿  $\Gamma$  解析且不为 0.
- I 型及以上系统  $F(s)$  在  $s=0$  处不解析, 不满足辐角原理条件.



- $\Gamma_1 : s = j\omega, \omega \in [-\infty, 0^-]$
- $\Gamma_2 : s = j\omega, \omega \in [0^+, \infty]$
- $\Gamma_3 : s = \lim_{R \rightarrow \infty} Re^{j\theta}, \theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

- $\Gamma_0 : s = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \epsilon e^{j\theta}, \theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

- 对增补后的 Nyquist 图可使用 Nyquist 判据.



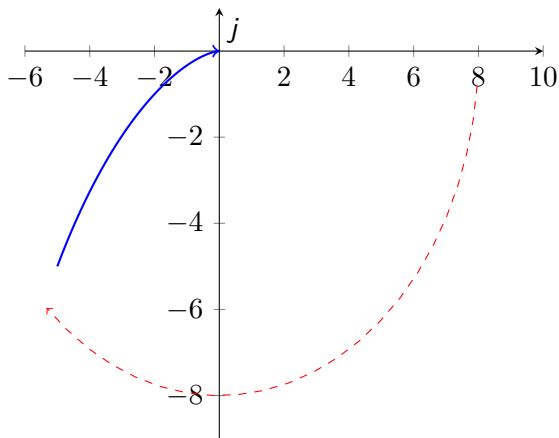
- 根据增补后的 Nyquist 曲线穿越  $(-1, 0)$  点左侧的次数可得  $\Gamma_F$  包围原点的圈数

$$\begin{aligned} R &= 2N \\ &= 2(N_+ - N_-) \end{aligned}$$

其中,

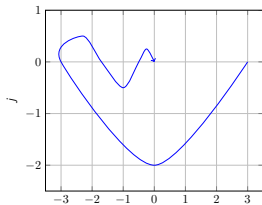
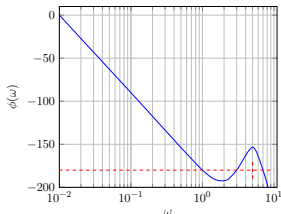
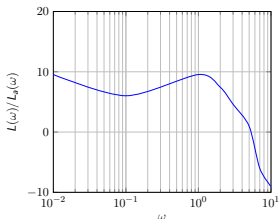
- $N_+$  为正穿越 (自上向下) 次数
- $N_-$  为负穿越 (自下向上) 次数





## Topic

- 1 Nyquist 稳定性判据
  - 辐角原理
  - 辐角原理 (续):
  - 辐角原理的应用
  - 辐角原理的应用 (续)



- 截止频率  $\omega_c$  :  $A(\omega_c) = 0$
- 穿越频率  $\omega_x$  :  $\phi(\omega_x) = (2k+1)\pi$
- Bode 判据:

- 最小相位系统, 若在  $\omega < \omega_c$  前  $N_+ - N_- = 0$ , 则系统稳定
- 非最小相位系统, 若在  $\omega < \omega_c$  前  $N_+ - N_- = \frac{P}{2}$ , 则系统稳定