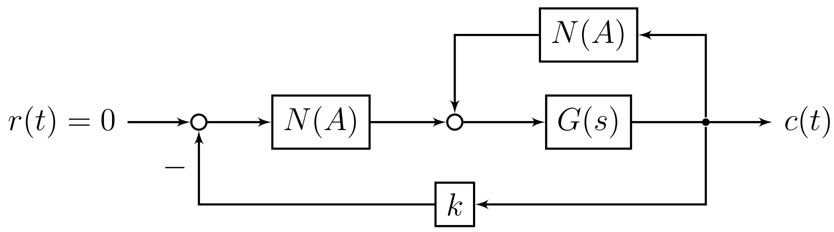
西北工业大学考试试题（卷）评分标准

2016 — 2017 学年第 1 学期

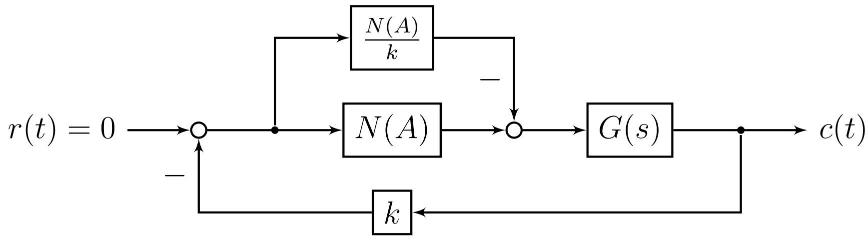
开课学院 航天学院　　课程 自动控制理论 II　　学时 32

考试日期 ________　　考试时间 ______ 小时　　考试形式 (闭) (B) 卷

一、(20 分) 已知控制系统结构图如下所示，已知 $G(s)=\frac{s}{(s+3)^3}$，非线性环节描述函数 $N(A)=\frac{1}{A},(A>1)$，求使系统稳定无自振的 k 取值范围。

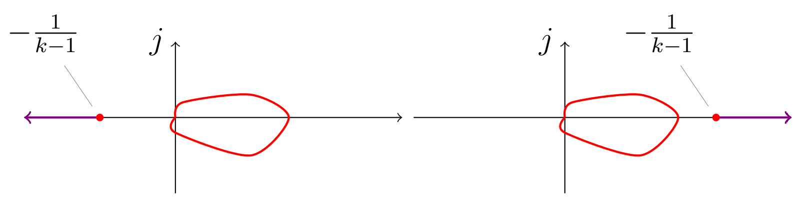


答：原结构图等效为：



两个非线性环节并联，其等效描述函数为两个环节描述函数之和。

$$
\begin{aligned}
N'(A) &= k(N(A)-\frac{N(A)}{k}) \\
&= \frac{k}{A}-\frac{1}{A} \\
-\frac{1}{N'(A)} &= -\frac{A}{k-1} \\
\angle G(j\omega) &= 90^\circ - 3\angle(s+3) \\
G(j\omega)|_{\omega=+\infty} &= 0 \\
G(j\omega)|_{\omega=\sqrt{3}} &= \frac{1}{24}
\end{aligned}
$$



当 $-\frac{1}{N'(A)}<0$ 或 $-\frac{1}{N'(A)}>\frac{1}{24}$ 时，系统稳定无自振，得：

$$
\begin{aligned}
-\frac{A}{k-1} &< 0 \\
k &> 1
\end{aligned}
$$

或

$$-\frac{A}{k-1} > \frac{1}{24}$$

得：

$$-23 < k < 1$$

系统稳定无自振时

$$k > -23$$

二、（20 分）单位负反馈控制系统开环传递函数:

$$G(s) = \frac{0.01s+1}{(0.5s+1)(s+1)(10s+1)}$$

串联校正网络：

$$G_c(s) = k_P + \frac{k_I}{s} + k_D s$$

若要求校正后系统开环传递函数满足：

$$G'(s) \approx \frac{2}{s(0.5s+1)}$$

求解参数 k_P, k_I, k_D。

答：

$$\begin{aligned} G'(s) &\approx G(s)G_c(s) \\ G_c(s) &\approx \frac{G'(s)}{G(s)} \\ &\approx \frac{2(10s+1)(s+1)}{s(0.01s+1)} \end{aligned}$$

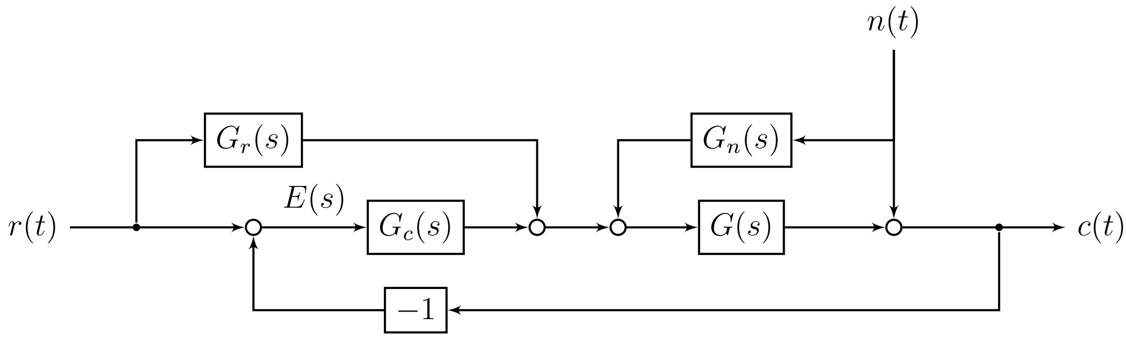
截止频率 $\omega_c \approx 2$, 得

$$\begin{aligned} G_c(s) &\approx \frac{2(10s+1)(s+1)}{s} \\ &\approx 2 \cdot \frac{10s^2+11s+1}{s} \\ &\approx 22 + 20s + \frac{2}{s} \end{aligned}$$

得：

$$\begin{aligned} k_P &= 22 \\ k_D &= 20 \\ k_I &= 2 \end{aligned}$$

三、（20 分）已知控制系统结构图如下所示，已知 $G(s)=\frac{1}{s-11}, G_c(s)=k, G_r(s)=\frac{as+b}{s+1}$ 。如何选取 $k, G_n(s)$ 能够完全消除扰动 $n(t)$ 对系统的影响？当 $r(t)=sin(t), n(t)=0, (t>0)$ 时，是否存在 k, a, b 使稳态误差为零？



答：

$$\frac{E(s)}{N(s)}=-\frac{1+G_n(s)G(s)}{1+G_c(s)G(s)}$$
$$=-\frac{1+\frac{G(s)}{s-1}}{1+\frac{k}{s-1}} \qquad\qquad =-\frac{s-1+G(s)}{s-1+k}$$

$\frac{E(s)}{N(s)}=0$ 时，扰动对系统无影响，得：$G(s)=1-s$。

当 $r(t)=sin(t), n(t)=0, (t>0)$ 时，

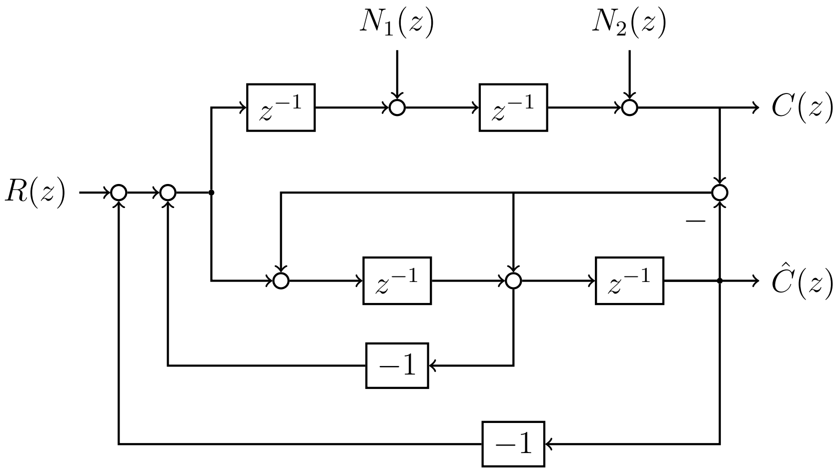
$$\begin{aligned}E(s)&=\frac{1-G_r(s)G(s)}{1+G_c(s)G(s)}\cdot R(s)\\&=\frac{1-\frac{as+b}{s+1}\frac{k}{s-1}}{1+\frac{k}{s-1}}\cdot\frac{1}{s^2+1}\\&=\frac{s-1-\frac{k(as+b)}{s+1}}{s-1+k}\cdot\frac{1}{s^2+1}\\&=\frac{s^2-1-k(as+b)}{(s-1+k)(s+1)}\cdot\frac{1}{s^2+1}\end{aligned}$$

选取 $k>1, a=0, b=\frac{-2}{k}$ ，得：

$$\begin{aligned}E(s)&=\frac{s^2+1}{(s-1+k)(s+1)}\cdot\frac{1}{s^2+1}\\&=\frac{1}{(s-1+k)(s+1)}\end{aligned}$$
$$\lim_{s\to 0} sE(s)=0$$

稳态误差为零。

四、（20 分）已知控制系统结构图如下所示，求 $C(z), \hat{C}(z)$



答：设 $E(z) = C(z) - \hat{C}(z)$, 得：

$$\begin{aligned}
z\hat{C}(z) &= \frac{R(z) - \hat{C}(z) - z\hat{C}(z) + E(z)}{z} + E(z) \\
z\hat{C}(z) + \hat{C}(z) + \frac{\hat{C}(z)}{z} &= \frac{R(s) + zE(z) + E(z)}{z} \\
(z^2 + z + 1)\hat{C}(z) &= R(z) + (z+1)E(z) \\
\hat{C}(z) &= \frac{R(z) + (z+1)E(z)}{z^2 + z + 1}
\end{aligned}$$

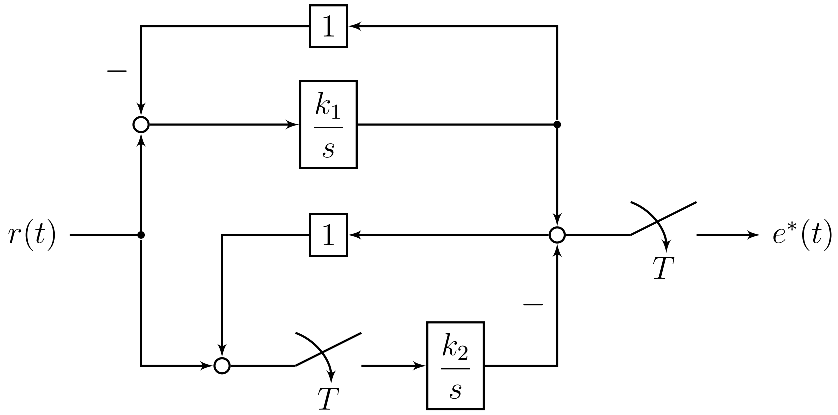
及：

$$\begin{aligned}
C(z) &= \frac{R(z) - \hat{C}(z) - z\hat{C}(z)}{z^2} + \frac{N_1(z)}{z} + N_2(z) \\
z^2C(z) &= R(z) - (z+1)\hat{C}(z) + zN_1(z) + z^2N_2(z) \\
z^2C(z) &= R(z) - (z+1)(C(z) - E(z)) + zN_1(z) + z^2N_2(z) \\
(z^2 + z + 1)C(z) &= R(z) + (z+1)E(z) + zN_1(z) + z^2N_2(z) \\
C(z) &= \frac{R(z) + (z+1)E(z) + zN_1(z) + z^2N_2(z)}{z^2 + z + 1}
\end{aligned}$$

得：

$$\begin{aligned}
\hat{C}(z) &= \frac{R(z) + (z+1)E(z)}{z^2 + z + 1} \\
C(z) &= \frac{R(z) + (z+1)E(z) + zN_1(z) + z^2N_2(z)}{z^2 + z + 1} \\
E(z) &= \frac{zN_1(z) + z^2N_2(z)}{z^2 + z + 1} \\
\hat{C}(z) &= \frac{R(z)}{z^2 + z + 1} + \frac{(z+1)(zN_1(z) + z^2N_2(z))}{(z^2 + z + 1)^2} \\
C(z) &= \frac{R(z) + zN_1(z) + z^2N_2(z)}{z^2 + z + 1} + \frac{(z+1)(zN_1(z) + z^2N_2(z))}{(z^2 + z + 1)^2}
\end{aligned}$$

五、(20 分) 已知控制系统结构图如下所示, 分析使系统稳定的 k_1, k_2 取值范围; 当 $r(t)=\delta(t)$ 时，给出 $E(z)$ 的表达式。



常见 Z 变换表：

$f(t)$	$F(s)$	$F(Z)$
$\delta(t)$	1	1
$1(t)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{1}{1-e^{-aT}z^{-1}}$
$a^{t/T}$	$\frac{1}{s-(1/T)\ln a}$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$

答：由结构图可知：

$$
\begin{aligned}
E^*(s) &= \left[R(s)\frac{k_1}{s+k_1} - (R^*(s)+E^*(s))\frac{k_2}{s}\right]^* \\
&= \left[\frac{R(s)k_1}{s+k_1}\right]^* - R^*(s)\left[\frac{k_2}{s}\right]^* - E^*(s)\left[\frac{k_2}{s}\right]^*
\end{aligned}
$$

当 $r(t)=\delta(t)$ 时

$$
\begin{aligned}
E^*(s) &= \left[\frac{k_1}{s+k_1}\right]^* - \left[\frac{k_2}{s}\right]^* - E^*(s)\left[\frac{k_2}{s}\right]^* \\
E(z) &= \frac{k_1}{1-e^{-k_1T}z^{-1}} - \frac{k_2}{1-z^{-1}} - E(z)\frac{k_2}{1-z^{-1}} \\
&= \frac{\frac{k_1}{1-e^{-k_1T}z^{-1}} - \frac{k_2}{1-z^{-1}}}{1+\frac{k_2}{1-z^{-1}}} \\
&= \frac{k_1(1-z^{-1}) - k_2(1-e^{-k_1T}z^{-1})}{(1-z^{-1}+k_2)(1-e^{-k_1T}z^{-1})}
\end{aligned}
$$

特征根：

$$
\begin{aligned}
\lambda_1 &= \frac{1}{k_2+1} \\
\lambda_2 &= e^{-k_1T}
\end{aligned}
$$

当 $k_1 \in (0,+\infty), k_2 \in (1,+\infty) \cup (-\infty,-2)$ 时系统稳定。