# 线性系统的频域分析法

## 频率分析介绍

# Outline

# Topic

# 频域法特点:

1. 工程使用广泛，有自己一套指标体系
2. 时域与频域指标可由经验公式相互转化
3. 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性，频率特性可由实验测定
4. 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
5. 可以方便地设计出各种滤波器

# 频域法特点:

1. 工程使用广泛, 有自己一套指标体系
2. 时域与频域指标可由经验公式相互转化
3. 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性, 频率特性可由实验测定
4. 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
5. 可以方便地设计出各种滤波器

# 频域法特点:

1. 工程使用广泛, 有自己一套指标体系
2. 时域与频域指标可由经验公式相互转化
3. 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性, 频率特性可由实验测定
4. 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
5. 可以方便地设计出各种滤波器

# 频域法特点:

1. 工程使用广泛, 有自己一套指标体系
2. 时域与频域指标可由经验公式相互转化
3. 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性, 频率特性可由实验测定
4. 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
5. 可以方便地设计出各种滤波器

# 频域法特点:

1. 工程使用广泛, 有自己一套指标体系
2. 时域与频域指标可由经验公式相互转化
3. 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性, 频率特性可由实验测定
4. 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
5. 可以方便地设计出各种滤波器

# 频域法特点:

1. 工程使用广泛, 有自己一套指标体系
2. 时域与频域指标可由经验公式相互转化
3. 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性, 频率特性可由实验测定
4. 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
5. 可以方便地设计出各种滤波器

# 频率特性基本概念

RC 网络:




$$
\begin{aligned}
U_r &= U_c + RC\dot{U}_c \\
U_r(s) &= U_c(s) + RsU_c(s)
\end{aligned}
$$

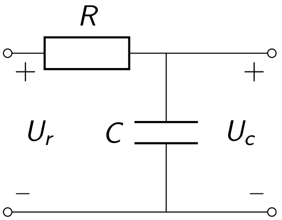
传递函数:

$$
\begin{aligned}
G(s) &= \frac{U_c(s)}{U_r(s)} \\
&= \frac{1}{1+RCs} \\
&= \frac{1}{1+Ts}
\end{aligned}
$$

其中, $T = RC$ ,

# 频率特性基本概念

RC 网络:




$$
\begin{aligned}
U_r &= U_c + RC\dot{U}_c \\
U_r(s) &= U_c(s) + RsU_c(s)
\end{aligned}
$$

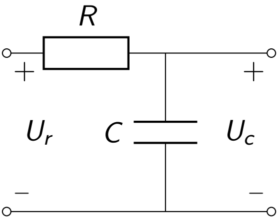
传递函数:

$$
\begin{aligned}
G(s) &= \frac{U_c(s)}{U_r(s)} \\
&= \frac{1}{1+RCs} \\
&= \frac{1}{1+Ts}
\end{aligned}
$$

其中, $T = RC$,

# 频率特性基本概念

RC 网络:




$$
\begin{aligned}
U_r &= U_c + RC\dot{U}_c \\
U_r(s) &= U_c(s) + RsU_c(s)
\end{aligned}
$$

传递函数:

$$
\begin{aligned}
G(s) &= \frac{U_c(s)}{U_r(s)} \\
&= \frac{1}{1+RCs} \\
&= \frac{1}{1+Ts}
\end{aligned}
$$

其中, $T = RC$ ,

# 频率特性基本概念 (续)

- 当 $U_r = A\sin\omega t$ 时,

$$\begin{aligned} U_c(s) &= G(s)U_r(s) \\ U_c(t) &= \frac{A\omega t}{1+\omega^2T^2}e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t-\beta) \end{aligned}$$

- 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t-\beta)$$

  其中, $\tan\beta = \omega T$ .
- 结论:
  - 对线性系统而言, 输入为正弦信号, 输出也为相同频率的正弦信号, 但幅值与相位发生变化.
  - 幅值变化: 输出是输入的 $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}$ 倍
  - 相角变化: 输出比输入滞后 $\arctan\omega T$ .

# 频率特性基本概念 (续)

- 当 $U_r = A\sin\omega t$ 时,

$$
\begin{aligned}
U_c(s) &= G(s)U_r(s) \\
U_c(t) &= \frac{A\omega t}{1+\omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)
\end{aligned}
$$

- 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

其中, $\tan\beta = \omega T$ .

- 结论:
  - 对线性系统而言, 输入为正弦信号, 输出也为相同频率的正弦信号, 但幅值与相位发生变化.
  - 幅值变化: 输出是输入的 $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}$ 倍
  - 相角变化: 输出比输入滞后 $\arctan\omega T$ .

# 频率特性基本概念 (续)

- 当 $U_r = A\sin\omega t$ 时,

$$
\begin{aligned}
U_c(s) &= G(s)U_r(s) \\
U_c(t) &= \frac{A\omega t}{1+\omega^2T^2}e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t-\beta)
\end{aligned}
$$

- 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t-\beta)$$

其中, $\tan\beta = \omega T$ .

- 结论:
  - 对线性系统而言, 输入为正弦信号, 输出也为相同频率的正弦信号, 但幅值与相位发生变化.
  - 幅值变化: 输出是输入的 $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}$ 倍
  - 相角变化: 输出比输入滞后 $\arctan\omega T$ .

# 频率特性基本概念 (续)

- 当 $U_r = A\sin\omega t$ 时,

$$\begin{aligned} U_c(s) &= G(s)U_r(s) \\ U_c(t) &= \frac{A\omega t}{1+\omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta) \end{aligned}$$

- 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

其中, $\tan\beta = \omega T$ .

- 结论:
  - 对线性系统而言, 输入为正弦信号, 输出也为相同频率的正弦信号, 但幅值与相位发生变化.
  - 幅值变化: 输出是输入的 $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}$ 倍
  - 相角变化: 输出比输入滞后 $\arctan\omega T$ .

# 频率特性基本概念 (续)

- 当 $U_r = A\sin\omega t$ 时,

$$\begin{aligned} U_c(s) &= G(s)U_r(s) \\ U_c(t) &= \frac{A\omega t}{1+\omega^2T^2}e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t-\beta) \end{aligned}$$

- 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t-\beta)$$

其中, $\tan\beta = \omega T$ .

- 结论:
  - 对线性系统而言, 输入为正弦信号, 输出也为相同频率的正弦信号, 但幅值与相位发生变化.
  - 幅值变化: 输出是输入的 $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}$ 倍
  - 相角变化: 输出比输入滞后 $\arctan\omega T$ .

# 频率特性基本概念 (续)

- 当 $U_r = A\sin\omega t$ 时,

$$\begin{aligned} U_c(s) &= G(s)U_r(s) \\ U_c(t) &= \frac{A\omega t}{1+\omega^2T^2}e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t-\beta) \end{aligned}$$

- 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t-\beta)$$

其中, $\tan\beta = \omega T$ .

- 结论:
  - 对线性系统而言, 输入为正弦信号, 输出也为相同频率的正弦信号, 但幅值与相位发生变化.
  - 幅值变化: 输出是输入的 $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}$ 倍
  - 相角变化: 输出比输入滞后 $\arctan\omega T$ .

# 频率特性定义

- 幅频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的幅值比 $A(\omega)$
- 相频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的相角差 $\phi(\omega)$
- 令 $s = j\omega$ , 则

$$
\begin{aligned}
A(j\omega) &= |G(j\omega)| \\
\phi(j\omega) &= \angle G(j\omega)
\end{aligned}
$$

# 频率特性定义

- 幅频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的幅值比 $A(\omega)$
- 相频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的相角差 $\phi(\omega)$
- 令 $s = j\omega$，则

$$\begin{aligned} A(j\omega) &= |G(j\omega)| \\ \phi(j\omega) &= \angle G(j\omega) \end{aligned}$$

# 频率特性定义

- 幅频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的幅值比 $A(\omega)$
- 相频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的相角差 $\phi(\omega)$
- 令 $s = j\omega$ ，则

$$\begin{aligned} A(j\omega) &= |G(j\omega)| \\ \phi(j\omega) &= \angle G(j\omega) \end{aligned}$$

# 频率特性定义

- 幅频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的幅值比 $A(\omega)$
- 相频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的相角差 $\phi(\omega)$
- 令 $s = j\omega$，则

$$\begin{aligned} A(j\omega) &= |G(j\omega)| \\ \phi(j\omega) &= \angle G(j\omega) \end{aligned}$$

# Topic

1. 频率法基本概念
2. 频率特性的图示表示法

# Bode 图

- 横坐标: $\log_{10}\omega$
- 纵坐标:$L(\omega) = 20\log_{10} A(\omega), \phi(\omega)$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$

# Bode 图

- 横坐标: $\log_{10}\omega$
- 纵坐标:$L(\omega) = 20\log_{10} A(\omega), \phi(\omega)$

例:

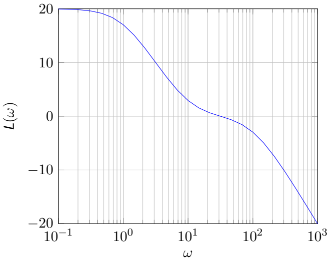
$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$

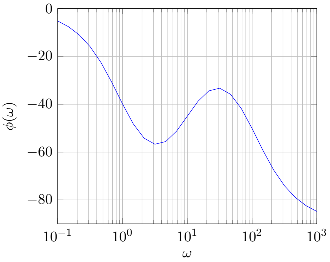
# Bode 图

- 横坐标: $\log_{10}\omega$
- 纵坐标:$L(\omega) = 20\log_{10} A(\omega), \phi(\omega)$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$



# Nyquist 图

- 横坐标:$\Re[G(j\omega)]$
- 纵坐标:$\Im[G(j\omega)]$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$

# Nyquist 图

- 横坐标:$\Re[G(j\omega)]$
- 纵坐标:$\Im[G(j\omega)]$

例:

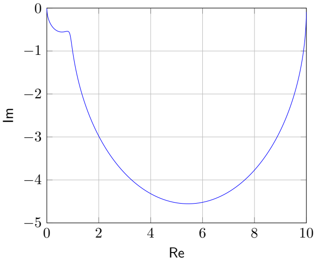
$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$

# Nyquist 图

- 横坐标:$\Re[G(j\omega)]$
- 纵坐标:$\Im[G(j\omega)]$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$



# Nichols 图

- 横坐标:$\phi(j\omega)$
- 纵坐标:$20\log_{10} A(\omega)$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$

# Nichols 图

- 横坐标:$\phi(j\omega)$
- 纵坐标:$20\log_{10}A(\omega)$

例:

$$G(s)=\frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$

# Nichols 图

- 横坐标:$\phi(j\omega)$
- 纵坐标:$20\log_{10} A(\omega)$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$