线性离散系统分析

离散系统稳定性

Outline

Topic

S 域到 Z 域的映射

$$
\begin{aligned}
z &= e^{sT} \\
s &= \sigma + j\omega \\
z &= e^{\sigma T} e^{j\omega T} \\
|z| &= e^{\sigma T} \\
\angle z &= \omega T
\end{aligned}
$$

主要映射关系:

- 等 σ 线: 单位圆: $|z| = e^{\sigma T}$
- 等 ω 线: 过原点射线: $\angle z = \omega T$
- 等 ξ 线 (S 平面过原点射线): 对数螺线

当 $\sigma = 0$ 时,

对应到 z 平面的单位圆, 此时, ω 从 $-\infty \to \infty$ 时, z 平面上的点已绕单位圆运动了无数圈, 称 $[-\frac{\omega_s}{2}, \frac{\omega_s}{2}]$ 为主要带.

S 域到 Z 域的映射

$$
\begin{aligned}
z &= e^{sT} \\
s &= \sigma + j\omega \\
z &= e^{\sigma T} e^{j\omega T} \\
|z| &= e^{\sigma T} \\
\angle z &= \omega T
\end{aligned}
$$

主要映射关系:

- 等 σ 线: 单位圆: $|z| = e^{\sigma T}$
- 等 ω 线: 过原点射线: $\angle z = \omega T$
- 等 ξ 线 (S 平面过原点射线): 对数螺线

当 $\sigma = 0$ 时,

对应到 z 平面的单位圆, 此时, ω 从 $-\infty \to \infty$ 时, z 平面上的点已绕单位圆运动了无数圈, 称 $[-\frac{\omega_s}{2}, \frac{\omega_s}{2}]$ 为主要带.

S 域到 Z 域的映射

$$
\begin{aligned}
z &= e^{sT} \\
s &= \sigma + j\omega \\
z &= e^{\sigma T} e^{j\omega T} \\
|z| &= e^{\sigma T} \\
\angle z &= \omega T
\end{aligned}
$$

主要映射关系:

- 等 σ 线: 单位圆: $|z| = e^{\sigma T}$
- 等 ω 线: 过原点射线: $\angle z = \omega T$
- 等 ξ 线 (S 平面过原点射线): 对数螺线

当 $\sigma = 0$ 时,

对应到 z 平面的单位圆, 此时, ω 从 $-\infty \to \infty$ 时, z 平面上的点已绕单位圆运动了无数圈, 称 $[-\frac{\omega_s}{2}, \frac{\omega_s}{2}]$ 为主要带.

离散系统的稳定性

- 稳定性定义: 离散系统在有界输入序列下, 输出序列也有界.
- 连续系统中: 闭环系统的特征根实部 σ 小于 0.
- 离散系统中: $|z| < 1$,($|z| = e^{\sigma}$)
  - 差分方程: 特征根的模均小于 1
  - 闭环脉冲传递函数: 离散系统闭环特征根在 Z 平面的单位圆内 ($|z_i| < 1$)

离散系统的稳定性

- 稳定性定义: 离散系统在有界输入序列下, 输出序列也有界.
- 连续系统中: 闭环系统的特征根实部 σ 小于 0.
- 离散系统中: $|z| < 1$,($|z| = e^{\sigma}$)
  - 差分方程: 特征根的模均小于 1
  - 闭环脉冲传递函数: 离散系统闭环特征根在 Z 平面的单位圆内 ($|z_i| < 1$)

离散系统的稳定性

- 稳定性定义: 离散系统在有界输入序列下, 输出序列也有界.
- 连续系统中: 闭环系统的特征根实部 σ 小于 0.
- 离散系统中: $|z| < 1$,($|z| = e^{\sigma}$)
  - 差分方程: 特征根的模均小于 1
  - 闭环脉冲传递函数: 离散系统闭环特征根在 Z 平面的单位圆内 ($|z_i| < 1$)

Topic

W 域的劳斯判据

- Z 域变换到 W 域:

$$
\begin{aligned}
z &= x+jy \\
w &= u+jv \\
z &= \frac{w+1}{w-1} \\
w &= \frac{z+1}{z-1}
\end{aligned}
$$

- 等价关系:

$$
u+jv = \frac{x^2+y^2-1-2yj}{(x-1)^2+y^2}
$$

$$
|z|<1 \quad \Leftrightarrow \quad u<0
$$

- 可在 W 域中使用 Routh 判据.

W 域的劳斯判据

- Z 域变换到 W 域:

$$
\begin{aligned}
z &= x + jy \\
w &= u + jv \\
z &= \frac{w+1}{w-1} \\
w &= \frac{z+1}{z-1}
\end{aligned}
$$

- 等价关系:

$$
\begin{aligned}
u + jv &= \frac{x^2 + y^2 - 1 - 2yj}{(x-1)^2 + y^2} \\
|z| < 1 &\Leftrightarrow u < 0
\end{aligned}
$$

- 可在 W 域中使用 Routh 判据.

W 域的劳斯判据

- Z 域变换到 W 域:

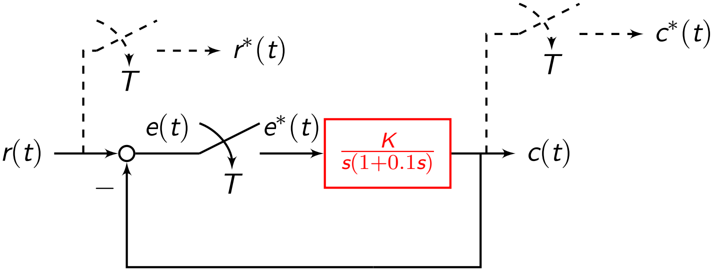
$$\begin{aligned} z &= x + jy \\ w &= u + jv \\ z &= \frac{w+1}{w-1} \\ w &= \frac{z+1}{z-1} \end{aligned}$$

- 等价关系:

$$\begin{aligned} u + jv &= \frac{x^2 + y^2 - 1 - 2yj}{(x-1)^2 + y^2} \\ |z| < 1 &\Leftrightarrow u < 0 \end{aligned}$$

- 可在 W 域中使用 Routh 判据.

W 域的劳斯判据示例:



分有无采样开关两种情况讨论为使系统稳定, K 需要满足的条件.

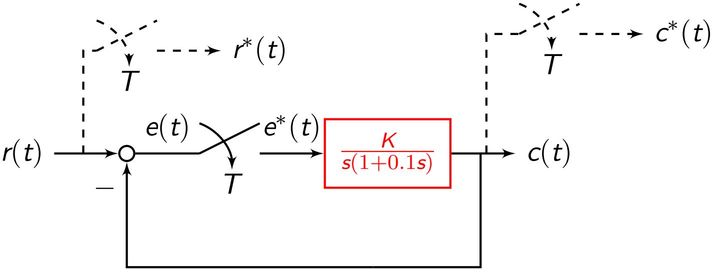
解:

无采样开关时:

$$D(s) = 0.1s^2 + s + k$$

得: $k > 0$

W 域的劳斯判据示例:



分有无采样开关两种情况讨论为使系统稳定, K 需要满足的条件.

解:

无采样开关时:

$$D(s) = 0.1s^2 + s + k$$

得: $k > 0$

W 域的劳斯判据示例 (续): 有采样开关时:

$$
\begin{aligned}
G(z) &= \mathcal{Z}[\frac{K}{s(1+0.1s)}] = \frac{0.632kz}{z^2-1.368z+0.368} \\
\Phi(z) &= \frac{G(z)}{1+G(z)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
D(z) &= z^2+(0.632k-1.368)z+0.368 \\
z &= \frac{w+1}{w-1} \\
D(w) &= 0.632Kw^2+1.264w+(2.736-0.632k)
\end{aligned}
$$

W 域的劳斯判据示例 (续): 有采样开关时:

- Routh 表:

$$\begin{array}{ccc} w^2 & 0.632k & 2.7360-0.632k \\ w^1 & 1.264 & 0 \\ w^0 & 2.736-0.632k & \end{array}$$

- 得:

$$\begin{aligned} 0.632k &> 0 \\ 2.736-0.632k &> 0 \end{aligned}$$

- 得:

$$0 < k < 4.33$$

- 采样开关对稳定性有很大影响.

W 域的劳斯判据示例 (续): 有采样开关时:

- Routh 表:

$$\begin{array}{lcc} w^2 & 0.632k & 2.7360-0.632k \\ w^1 & 1.264 & 0 \\ w^0 & 2.736-0.632k & \end{array}$$

- 得:

$$\begin{aligned} 0.632k &> 0 \\ 2.736-0.632k &> 0 \end{aligned}$$

- 得:

$$0 < k < 4.33$$

- 采样开关对稳定性有很大影响.

Topic

离散系统稳定性影响因素

- 系统开环增益
  - $k\uparrow$ 则离散系统稳定性下降
  - $k\downarrow$ 则离散系统稳定性提高
- 采样周期
  - $T\uparrow$ 则离散系统稳定性下降
  - $T\downarrow$ 则离散系统稳定性提高

离散系统稳定性影响因素

- 系统开环增益
  - $k\uparrow$ 则离散系统稳定性下降
  - $k\downarrow$ 则离散系统稳定性提高
- 采样周期
  - $T\uparrow$ 则离散系统稳定性下降
  - $T\downarrow$ 则离散系统稳定性提高

离散系统稳定性影响因素

- 系统开环增益
  - $k\uparrow$ 则离散系统稳定性下降
  - $k\downarrow$ 则离散系统稳定性提高
- 采样周期
  - $T\uparrow$ 则离散系统稳定性下降
  - $T\downarrow$ 则离散系统稳定性提高