

自动控制系统的数学模型

控制系统的复域数学模型

Outline

- ① Laplace 变换
- ② 传递函数的零点与极点
- ③ 典型环节传递函数

Topic

- ① Laplace 变换
- ② 传递函数的零点与极点
- ③ 典型环节传递函数

概念

- 定义

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[F(t)] &= F(s) \\ &= \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st}dt\end{aligned}$$

- 作用：将微积分运算变成代数运算

概念

- 定义

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[F(t)] &= F(s) \\ &= \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st}dt\end{aligned}$$

- 作用：将微积分运算变成代数运算

概念

- 定义

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[F(t)] &= F(s) \\ &= \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st}dt\end{aligned}$$

- 作用：将微积分运算变成代数运算

常用函数的 Laplace 变换

- 单位脉冲函数 $f(t) = \delta(t) \rightarrow F(s) = 1$
- 阶跃函数 $f(t) = A, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{A}{s}$
- 斜坡函数（速度） $f(t) = vt, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{v}{s^2}$
- 加速度函数 $f(t) = \frac{1}{2}at^2, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{a}{s^3}$
- 指数函数 $f(t) = e^{at} \rightarrow F(s) = \frac{1}{s-a}$
- 正弦函数 $f(t) = A \sin(\omega t) \rightarrow F(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$

常用函数的 Laplace 变换

- 单位脉冲函数 $f(t) = \delta(t) \rightarrow F(s) = 1$
- 阶跃函数 $f(t) = A, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{A}{s}$
- 斜坡函数 (速度) $f(t) = vt, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{v}{s^2}$
- 加速度函数 $f(t) = \frac{1}{2}at^2, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{a}{s^3}$
- 指数函数 $f(t) = e^{at} \rightarrow F(s) = \frac{1}{s-a}$
- 正弦函数 $f(t) = A \sin(\omega t) \rightarrow F(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$

常用函数的 Laplace 变换

- 单位脉冲函数 $f(t) = \delta(t) \rightarrow F(s) = 1$
- 阶跃函数 $f(t) = A, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{A}{s}$
- 斜坡函数（速度） $f(t) = vt, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{v}{s^2}$
- 加速度函数 $f(t) = \frac{1}{2}at^2, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{a}{s^3}$
- 指数函数 $f(t) = e^{at} \rightarrow F(s) = \frac{1}{s-a}$
- 正弦函数 $f(t) = A \sin(\omega t) \rightarrow F(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$

常用函数的 Laplace 变换

- 单位脉冲函数 $f(t) = \delta(t) \rightarrow F(s) = 1$
- 阶跃函数 $f(t) = A, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{A}{s}$
- 斜坡函数（速度） $f(t) = vt, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{v}{s^2}$
- 加速度函数 $f(t) = \frac{1}{2}at^2, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{a}{s^3}$
- 指数函数 $f(t) = e^{at} \rightarrow F(s) = \frac{1}{s-a}$
- 正弦函数 $f(t) = A \sin(\omega t) \rightarrow F(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$

常用函数的 Laplace 变换

- 单位脉冲函数 $f(t) = \delta(t) \rightarrow F(s) = 1$
- 阶跃函数 $f(t) = A, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{A}{s}$
- 斜坡函数（速度） $f(t) = vt, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{v}{s^2}$
- 加速度函数 $f(t) = \frac{1}{2}at^2, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{a}{s^3}$
- 指数函数 $f(t) = e^{at} \rightarrow F(s) = \frac{1}{s-a}$
- 正弦函数 $f(t) = A \sin(\omega t) \rightarrow F(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$

常用函数的 Laplace 变换

- 单位脉冲函数 $f(t) = \delta(t) \rightarrow F(s) = 1$
- 阶跃函数 $f(t) = A, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{A}{s}$
- 斜坡函数（速度） $f(t) = vt, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{v}{s^2}$
- 加速度函数 $f(t) = \frac{1}{2}at^2, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{a}{s^3}$
- 指数函数 $f(t) = e^{at} \rightarrow F(s) = \frac{1}{s-a}$
- 正弦函数 $f(t) = A \sin(\omega t) \rightarrow F(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$

常用函数的 Laplace 变换

- 单位脉冲函数 $f(t) = \delta(t) \rightarrow F(s) = 1$
- 阶跃函数 $f(t) = A, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{A}{s}$
- 斜坡函数（速度） $f(t) = vt, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{v}{s^2}$
- 加速度函数 $f(t) = \frac{1}{2}at^2, (t \geq 0) \rightarrow F(s) = \frac{a}{s^3}$
- 指数函数 $f(t) = e^{at} \rightarrow F(s) = \frac{1}{s-a}$
- 正弦函数 $f(t) = A \sin(\omega t) \rightarrow F(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}$

Laplace 变换的性质

- 线性: $f(t) = f_1(t) + f_2(t) \rightarrow F(s) = F_1(s) + F_2(s)$
- 衰减: $g(t) = f(t)e^{-at} \rightarrow G(s) = F(s + a)$
- 延迟: $g(t) = f(t - a) \rightarrow G(s) = F(s)e^{-as}$, 一个信号经过 e^{-as} 后, 相当于对这个信号作延迟运算
- 积分: $g(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \rightarrow G(s) = \frac{F(s)}{s}$, $\frac{1}{s}$ 相当于积分器
- 微分: $g(t) = f(t)' \rightarrow G(s) = sF(s) - f(0)$, 零初始条件下, $G(s) = sF(s)$, s 相当于微分器
- 初值定理: 若 $f(t)$ 在 $t=0$ 处无脉冲分量则 $f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
- 终值定理: 若 $F(s)$ 极点全部在左半平面, 则 $f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

Laplace 变换的性质

- 线性: $f(t) = f_1(t) + f_2(t) \rightarrow F(s) = F_1(s) + F_2(s)$
- 衰减: $g(t) = f(t)e^{-at} \rightarrow G(s) = F(s + a)$
- 延迟: $g(t) = f(t - a) \rightarrow G(s) = F(s)e^{-as}$, 一个信号经过 e^{-as} 后, 相当于对这个信号作延迟运算
- 积分: $g(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \rightarrow G(s) = \frac{F(s)}{s}$, $\frac{1}{s}$ 相当于积分器
- 微分: $g(t) = f(t)' \rightarrow G(s) = sF(s) - f(0)$, 零初始条件下, $G(s) = sF(s)$, s 相当于微分器
- 初值定理: 若 $f(t)$ 在 $t=0$ 处无脉冲分量则 $f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
- 终值定理: 若 $F(s)$ 极点全部在左半平面, 则 $f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

Laplace 变换的性质

- 线性: $f(t) = f_1(t) + f_2(t) \rightarrow F(s) = F_1(s) + F_2(s)$
- 衰减: $g(t) = f(t)e^{-at} \rightarrow G(s) = F(s + a)$
- 延迟: $g(t) = f(t - a) \rightarrow G(s) = F(s)e^{-as}$, 一个信号经过 e^{-as} 后, 相当于对这个信号作延迟运算
- 积分: $g(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \rightarrow G(s) = \frac{F(s)}{s}$, $\frac{1}{s}$ 相当于积分器
- 微分: $g(t) = f(t)' \rightarrow G(s) = sF(s) - f(0)$, 零初始条件下, $G(s) = sF(s)$, s 相当于微分器
- 初值定理: 若 $f(t)$ 在 $t=0$ 处无脉冲分量则 $f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
- 终值定理: 若 $F(s)$ 极点全部在左半平面, 则 $f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

Laplace 变换的性质

- 线性: $f(t) = f_1(t) + f_2(t) \rightarrow F(s) = F_1(s) + F_2(s)$
- 衰减: $g(t) = f(t)e^{-at} \rightarrow G(s) = F(s+a)$
- 延迟: $g(t) = f(t-a) \rightarrow G(s) = F(s)e^{-as}$, 一个信号经过 e^{-as} 后, 相当于对这个信号作延迟运算
- 积分: $g(t) = \int_0^t f(\tau)d\tau \rightarrow G(s) = \frac{F(s)}{s}$, $\frac{1}{s}$ 相当于积分器
- 微分: $g(t) = f(t)' \rightarrow G(s) = sF(s) - f(0)$, 零初始条件下, $G(s) = sF(s)$, s 相当于微分器
- 初值定理: 若 $f(t)$ 在 $t=0$ 处无脉冲分量则 $f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
- 终值定理: 若 $F(s)$ 极点全部在左半平面, 则 $f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

Laplace 变换的性质

- 线性: $f(t) = f_1(t) + f_2(t) \rightarrow F(s) = F_1(s) + F_2(s)$
- 衰减: $g(t) = f(t)e^{-at} \rightarrow G(s) = F(s+a)$
- 延迟: $g(t) = f(t-a) \rightarrow G(s) = F(s)e^{-as}$, 一个信号经过 e^{-as} 后, 相当于对这个信号作延迟运算
- 积分: $g(t) = \int_0^t f(\tau)d\tau \rightarrow G(s) = \frac{F(s)}{s}$, $\frac{1}{s}$ 相当于积分器
- 微分: $g(t) = f(t)' \rightarrow G(s) = sF(s) - f(0)$, 零初始条件下, $G(s) = sF(s)$, s 相当于微分器
- 初值定理: 若 $f(t)$ 在 $t=0$ 处无脉冲分量则 $f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
- 终值定理: 若 $F(s)$ 极点全部在左半平面, 则 $f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

Laplace 变换的性质

- 线性: $f(t) = f_1(t) + f_2(t) \rightarrow F(s) = F_1(s) + F_2(s)$
- 衰减: $g(t) = f(t)e^{-at} \rightarrow G(s) = F(s + a)$
- 延迟: $g(t) = f(t - a) \rightarrow G(s) = F(s)e^{-as}$, 一个信号经过 e^{-as} 后, 相当于对这个信号作延迟运算
- 积分: $g(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \rightarrow G(s) = \frac{F(s)}{s}$, $\frac{1}{s}$ 相当于积分器
- 微分: $g(t) = f(t)' \rightarrow G(s) = sF(s) - f(0)$, 零初始条件下, $G(s) = sF(s)$, s 相当于微分器
- 初值定理: 若 $f(t)$ 在 $t=0$ 处无脉冲分量则 $f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
- 终值定理: 若 $F(s)$ 极点全部在左半平面, 则 $f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

Laplace 变换的性质

- 线性: $f(t) = f_1(t) + f_2(t) \rightarrow F(s) = F_1(s) + F_2(s)$
- 衰减: $g(t) = f(t)e^{-at} \rightarrow G(s) = F(s + a)$
- 延迟: $g(t) = f(t - a) \rightarrow G(s) = F(s)e^{-as}$, 一个信号经过 e^{-as} 后, 相当于对这个信号作延迟运算
- 积分: $g(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \rightarrow G(s) = \frac{F(s)}{s}$, $\frac{1}{s}$ 相当于积分器
- 微分: $g(t) = f(t)' \rightarrow G(s) = sF(s) - f(0)$, 零初始条件下, $G(s) = sF(s)$, s 相当于微分器
- 初值定理: 若 $f(t)$ 在 $t=0$ 处无脉冲分量则 $f(0) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
- 终值定理: 若 $F(s)$ 极点全部在左半平面, 则 $f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

Laplace 变换的性质

- 线性: $f(t) = f_1(t) + f_2(t) \rightarrow F(s) = F_1(s) + F_2(s)$
- 衰减: $g(t) = f(t)e^{-at} \rightarrow G(s) = F(s + a)$
- 延迟: $g(t) = f(t - a) \rightarrow G(s) = F(s)e^{-as}$, 一个信号经过 e^{-as} 后, 相当于对这个信号作延迟运算
- 积分: $g(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \rightarrow G(s) = \frac{F(s)}{s}$, $\frac{1}{s}$ 相当于积分器
- 微分: $g(t) = f(t)' \rightarrow G(s) = sF(s) - f(0)$, 零初始条件下, $G(s) = sF(s)$, s 相当于微分器
- 初值定理: 若 $f(t)$ 在 $t = 0$ 处无脉冲分量则 $f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
- 终值定理: 若 $F(s)$ 极点全部在左半平面, 则 $f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$

传递函数概念

- 概念：数学模型，从现阶段来讲，描述的是输入与输出的数学运算关系。传递函数可以表示出系统的结构，可以用来研究系统结构，参数变化对系统性能的影响。
- 定义：线性定常系统的传递函数是指在零初始条件下，系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比，记作：
$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}。$$

传递函数概念

- 概念：数学模型，从现阶段来讲，描述的是输入与输出的数学运算关系。传递函数可以表示出系统的结构，可以用来研究系统结构，参数变化对系统性能的影响。
- 定义：线性定常系统的传递函数是指在零初始条件下，系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比，记作：
$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}。$$

传递函数概念

- 概念：数学模型，从现阶段来讲，描述的是输入与输出的数学运算关系。传递函数可以表示出系统的结构，可以用来研究系统结构，参数变化对系统性能的影响。
- 定义：线性定常系统的传递函数是指在零初始条件下，系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比，记作：
$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} \circ$$

Topic

- ① Laplace 变换
- ② 传递函数的零点与极点
- ③ 典型环节传递函数

传递函数的形式

- 传递函数有三种表达形式
 - 分子分母多项式
 - 零极点形式
 - 典型环节形式

传递函数的形式

- 传递函数有三种表达形式
 - 分子分母多项式
 - 零极点形式
 - 典型环节形式

传递函数的形式

- 传递函数有三种表达形式
 - 分子分母多项式
 - 零极点形式
 - 典型环节形式

传递函数的形式

- 传递函数有三种表达形式
 - 分子分母多项式
 - 零极点形式
 - 典型环节形式

传递函数的形式

- 传递函数有三种表达形式
 - 分子分母多项式
 - 零极点形式
 - 典型环节形式

分子分母多项式

- 在零初始条件下，对微分方程两端进行拉氏变换，有

- 传递函数只与系统的结构和参数有关

分子分母多项式

- 在零初始条件下，对微分方程两端进行拉氏变换，有

- 传递函数只与系统的结构和参数有关

分子分母多项式

- 在零初始条件下，对微分方程两端进行拉氏变换，有

$$a_n c^{(n)}(t) + \dots + a_0 c(t) = b_m r^{(m)}(t) + \dots + b_0 r$$

- 传递函数只与系统的结构和参数有关

分子分母多项式

- 在零初始条件下，对微分方程两端进行拉氏变换，有

$$\begin{aligned}a_n c^{(n)}(t) + \dots + a_0 c(t) &= b_m r^{(m)}(t) + \dots + b_0 r \\a_n s^n C(s) + \dots + a_0 C(s) &= b_m s^m R(s) + \dots + b_0 R(s)\end{aligned}$$

- 传递函数只与系统的结构和参数有关

分子分母多项式

- 在零初始条件下，对微分方程两端进行拉氏变换，有

$$a_n c^{(n)}(t) + \dots + a_0 c(t) = b_m r^{(m)}(t) + \dots + b_0 r$$

$$a_n s^n C(s) + \dots + a_0 C(s) = b_m s^m R(s) + \dots + b_0 R(s)$$

$$(a_n s^n + \dots + a_0) C(s) = (b_m s^m + \dots + b_0) R(s)$$

- 传递函数只与系统的结构和参数有关

分子分母多项式

- 在零初始条件下，对微分方程两端进行拉氏变换，有

$$\begin{aligned}a_n c^{(n)}(t) + \dots + a_0 c(t) &= b_m r^{(m)}(t) + \dots + b_0 r \\a_n s^n C(s) + \dots + a_0 C(s) &= b_m s^m R(s) + \dots + b_0 R(s) \\(a_n s^n + \dots + a_0) C(s) &= (b_m s^m + \dots + b_0) R(s) \\G(s) &= \frac{C(s)}{R(s)}\end{aligned}$$

- 传递函数只与系统的结构和参数有关

分子分母多项式

- 在零初始条件下，对微分方程两端进行拉氏变换，有

$$\begin{aligned}a_n c^{(n)}(t) + \dots + a_0 c(t) &= b_m r^{(m)}(t) + \dots + b_0 r \\a_n s^n C(s) + \dots + a_0 C(s) &= b_m s^m R(s) + \dots + b_0 R(s) \\(a_n s^n + \dots + a_0) C(s) &= (b_m s^m + \dots + b_0) R(s) \\G(s) &= \frac{C(s)}{R(s)} \\&= \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}\end{aligned}$$

- 传递函数只与系统的结构和参数有关

分子分母多项式

- 在零初始条件下，对微分方程两端进行拉氏变换，有

$$a_n c^{(n)}(t) + \dots + a_0 c(t) = b_m r^{(m)}(t) + \dots + b_0 r$$

$$a_n s^n C(s) + \dots + a_0 C(s) = b_m s^m R(s) + \dots + b_0 R(s)$$

$$(a_n s^n + \dots + a_0) C(s) = (b_m s^m + \dots + b_0) R(s)$$

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$$

$$= \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}$$

- 传递函数只与系统的结构和参数有关

零极点形式

$$G(s) = \frac{k_g \prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{j=1}^n (s - p_j)}$$

- k_g 根轨迹增益
- z_i 零点
- p_j 极点

典型环节形式

$$G(s) = \frac{K \prod_{i=1}^m (\tau_i s + 1)}{s^\nu \prod_{j=1}^n (\tau_j s + 1)}$$

- K : 系统增益

传递函数的零极点对系统输出的影响

- $N(s)C(s) = M(s)R(s)$
 - $M(s) = (b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_0)$
 - $N(s) = (a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0)$
 - $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{M(s)}{N(s)}$
- 运动的模态
 - 脉冲响应 $c(t) = c_1e^{\lambda_1 t} + \dots + c_ne^{\lambda_n t}$
 - 系统运动模态 ($e^{\lambda_1 t}, \dots, e^{\lambda_n t}$) 由极点决定
 - 各模态所占比例与零点有关

传递函数的零极点对系统输出的影响

- $N(s)C(s) = M(s)R(s)$
 - $M(s) = (b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_0)$
 - $N(s) = (a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0)$
 - $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{M(s)}{N(s)}$
- 运动的模态
 - 脉冲响应 $c(t) = c_1e^{\lambda_1 t} + \dots + c_ne^{\lambda_n t}$
 - 系统运动模态 ($e^{\lambda_1 t}, \dots, e^{\lambda_n t}$) 由极点决定
 - 各模态所占比例与零点有关

传递函数的零极点对系统输出的影响

- $N(s)C(s) = M(s)R(s)$
 - $M(s) = (b_ms^m + b_{m-1}s^{m-1} + \dots + b_0)$
 - $N(s) = (a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_0)$
 - $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{M(s)}{N(s)}$
- 运动的模态
 - 脉冲响应 $c(t) = c_1e^{\lambda_1 t} + \dots + c_ne^{\lambda_n t}$
 - 系统运动模态 ($e^{\lambda_1 t}, \dots, e^{\lambda_n t}$) 由极点决定
 - 各模态所占比例与零点有关

Topic

- ① Laplace 变换
- ② 传递函数的零点与极点
- ③ 典型环节传递函数

比例环节

$$c(t) = kr(t)$$

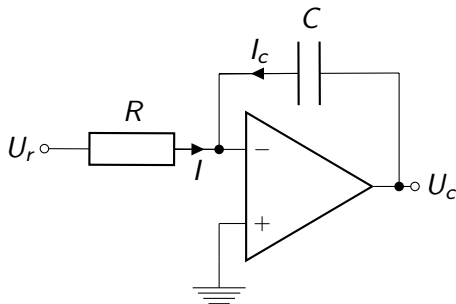
$$C(s) = kR(s)$$

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{C(s)}{R(s)} \\ &= k \end{aligned}$$

积分环节

传递函数

- $c(t) = \int r(t) dt$
- $C(s) = \frac{R(s)}{s}$
- $G(s) = \frac{1}{s}$



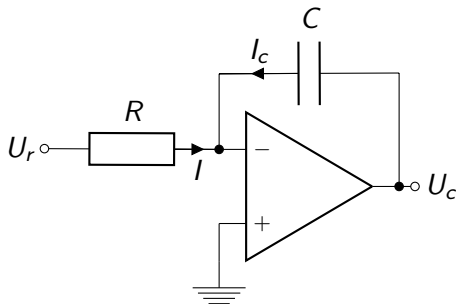
推导

- ① $U_r = IR$
- ② $U_r(s) = I(s)R$
- ③ $C \frac{dU_c}{dt} = I_c = -I$
- ④ $U_c(s) = -\frac{I(s)}{Cs}$
- ⑤ $U_c(s) = -\frac{U_r(s)}{RCs}$
- ⑥ $\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = -\frac{1}{RCs}$

积分环节

传递函数

- $c(t) = \int r(t) dt$
- $C(s) = \frac{R(s)}{s}$
- $G(s) = \frac{1}{s}$



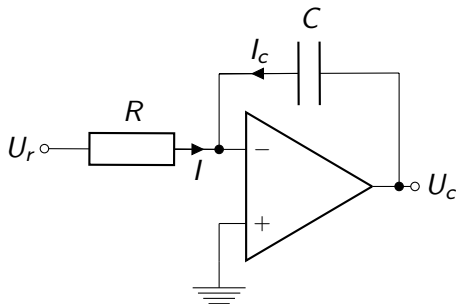
推导

- ① $U_r = IR$
- ② $U_r(s) = I(s)R$
- ③ $C \frac{dU_c}{dt} = I_c = -I$
- ④ $U_c(s) = -\frac{I(s)}{Cs}$
- ⑤ $U_c(s) = -\frac{U_r(s)}{RCs}$
- ⑥ $\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = -\frac{1}{RCs}$

积分环节

传递函数

- $c(t) = \int r(t) dt$
- $C(s) = \frac{R(s)}{s}$
- $G(s) = \frac{1}{s}$



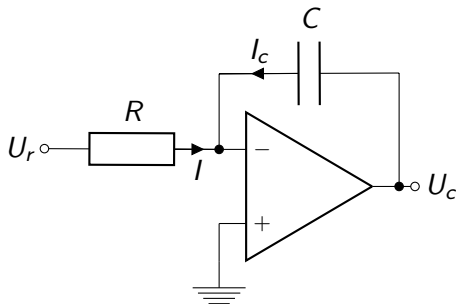
推导

- ① $U_r = IR$
- ② $U_r(s) = I(s)R$
- ③ $C \frac{dU_c}{dt} = I_c = -I$
- ④ $U_c(s) = -\frac{I(s)}{Cs}$
- ⑤ $U_c(s) = -\frac{U_r(s)}{RCs}$
- ⑥ $\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = -\frac{1}{RCs}$

积分环节

传递函数

- $c(t) = \int r(t) dt$
- $C(s) = \frac{R(s)}{s}$
- $G(s) = \frac{1}{s}$



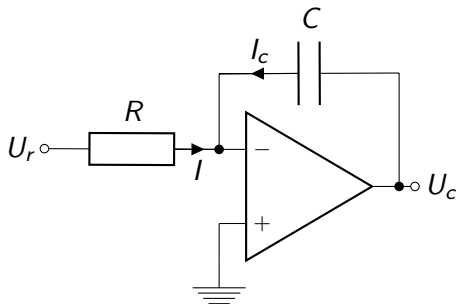
推导

- ① $U_r = IR$
- ② $U_r(s) = I(s)R$
- ③ $C \frac{dU_c}{dt} = I_c = -I$
- ④ $U_c(s) = -\frac{I(s)}{Cs}$
- ⑤ $U_c(s) = -\frac{U_r(s)}{RCs}$
- ⑥ $\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = -\frac{1}{RCs}$

积分环节

传递函数

- $c(t) = \int r(t) dt$
- $C(s) = \frac{R(s)}{s}$
- $G(s) = \frac{1}{s}$



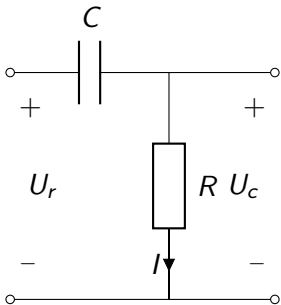
推导

- ① $U_r = IR$
- ② $U_r(s) = I(s)R$
- ③ $C \frac{dU_c}{dt} = I_c = -I$
- ④ $U_c(s) = -\frac{I(s)}{Cs}$
- ⑤ $U_c(s) = -\frac{U_r(s)}{RCs}$
- ⑥ $\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = -\frac{1}{RCs}$

微分环节

传递函数

- $c(t) = r'(t)$
- $C(s) = sR(s)$
- $G(s) = s$



推导

$$U_r = \frac{1}{C} \int I dt + U_c$$

$$U_r(s) = \frac{I(s)}{Cs} + U_c(s)$$

$$IR = U_c$$

$$I(s)R = U_c(s)$$

$$U_r(s) = \frac{U_c(s)}{RCs} + U_c(s)$$

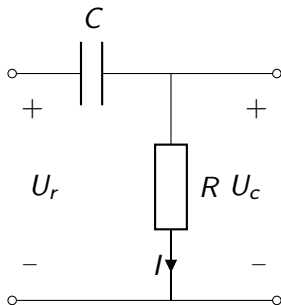
$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{RCs}{1 + RCs}$$

$$\approx RCs, \quad (RC \ll 1)$$

微分环节

传递函数

- $c(t) = r'(t)$
- $C(s) = sR(s)$
- $G(s) = s$



推导

$$U_r = \frac{1}{C} \int I dt + U_c$$

$$U_r(s) = \frac{I(s)}{Cs} + U_c(s)$$

$$IR = U_c$$

$$I(s)R = U_c(s)$$

$$U_r(s) = \frac{U_c(s)}{RCs} + U_c(s)$$

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{RCs}{1 + RCs}$$

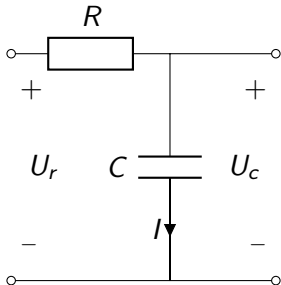
$$\approx RCs, \quad (RC \ll 1)$$

一阶惯性环节

传递函数

$$G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$$

其中 $T = RC$ 为时间常数



推导

$$U_r = IRdt + U_c$$

$$U_r(s) = I(s)R + U_c(s)$$

$$U_c = \frac{1}{C} \int Idt$$

$$I(s) = CsU_c$$

$$U_r(s) = U_c(s)RCs + U_c(s)$$

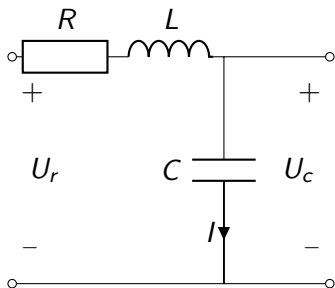
$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{1}{1 + RCs}$$

一阶微分环节

$$G(s) = 1 + \tau s$$

二阶振荡环节

LC 振荡电路



$$U_r = IR + U_L + U_c$$

$$U_c = \frac{1}{C} \int I dt$$

$$U_L = L \frac{dI}{dt}$$

推导

$$U_r(s) = I(s)R + U_L(s) + U_c(s)$$

$$U_c(s) = \frac{I(s)}{Cs}$$

$$I(s) = CsU_c$$

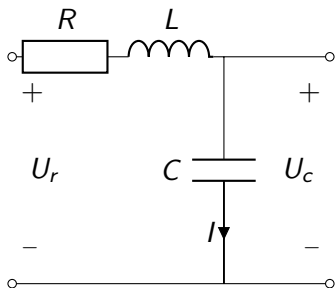
$$U_L(s) = LsI(s) = LCs^2 U_c(s)$$

$$U_r(s) = (Rcs + LCs^2 + 1)U_c(s)$$

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

二阶振荡环节

LC 振荡电路



$$U_r = IR + U_L + U_c$$

$$U_c = \frac{1}{C} \int I dt$$

$$U_L = L \frac{dI}{dt}$$

推导

$$U_r(s) = I(s)R + U_L(s) + U_c(s)$$

$$U_c(s) = \frac{I(s)}{Cs}$$

$$I(s) = CsU_c$$

$$U_L(s) = LsI(s) \\ = LCs^2 U_c(s)$$

$$U_r(s) = (Rcs + LCs^2 + 1)U_c(s)$$

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

二阶振荡环节标准形式

- 标准形式:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \\ &= \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} \end{aligned}$$

其中 $T\omega_n = 1$

- 术语:
 - ω_n : 无阻尼振荡频率或自然频率
 - ξ : 阻尼比或阻尼系数
 - T : 时间常数

二阶振荡环节标准形式

- 标准形式:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \\ &= \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1} \end{aligned}$$

其中 $T\omega_n = 1$

- 术语:
 - ω_n : 无阻尼振荡频率或自然频率
 - ξ : 阻尼比或阻尼系数
 - T : 时间常数

二阶振荡环节标准形式

- 标准形式:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \\ &= \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1} \end{aligned}$$

其中 $T\omega_n = 1$

- 术语:
 - ω_n : 无阻尼振荡频率或自然频率
 - ξ : 阻尼比或阻尼系数
 - T : 时间常数

二阶微分环节

$$G(s) = \tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1$$

延迟环节

$$\begin{aligned}c(t) &= r(t - \tau) \\C(s) &= R(s)e^{-\tau s} \\G(s) &= e^{-\tau s}\end{aligned}$$