人工神经网络

Outline

Topic

1. 简介
2. 感知器
3. 多层网络和反向传播算法

人工神经网络（Artificial Neural Networks——ANNs）

- 人工神经网络（Artificial Neural Networks——ANNs）提供了一种普遍而且实用的方法，来从样例中学习值为实数、离散或向量的函数。
- 反向传播（BackPropagation）算法使用梯度下降来调节网络参数以最佳拟合由输入 -输出对组成的训练集合。
- ANN 学习对于训练数据中的错误鲁棒性很好，且已经成功地应用到很多领域，例如
  - 视觉场景分析（interpreting visual scenes）
  - 语音识别
  - 机器人控制
  - ……

示例

- Pomerleau（1993）的 ALVINN (Autonomous Land Vehicle In a Neural Network) 系统是 ANN 学习的一个典型实例，

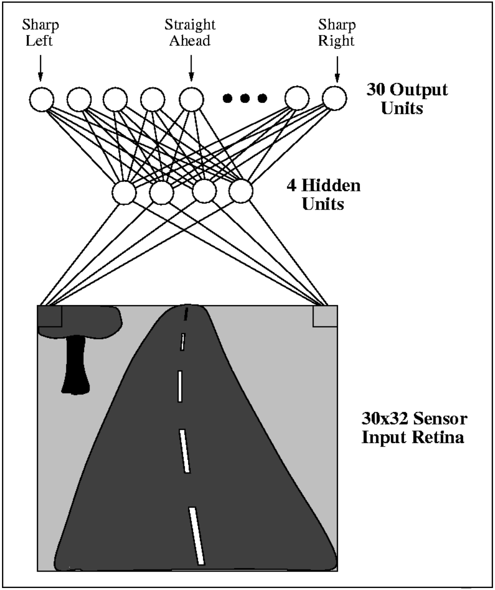
  http://ftp.utcluj.ro/pub/docs/imaging/Autonomous_driving/Articole%20sortate/CThorpe/ALVINN%20Project%20Home%20Page.htm

- 这个系统使用一个学习到的 ANN 以正常的速度在高速公路上驾驶汽车。
  - ANN 的输入是一个 30x32 像素的网格，像素的亮度来自一个安装在车辆上的前向摄像机。
  - ANN 的输出是车辆行进的方向。
  - 这个 ANN 通过观察人类驾驶时的操纵命令进行训练，训练过程大约 5 分钟。

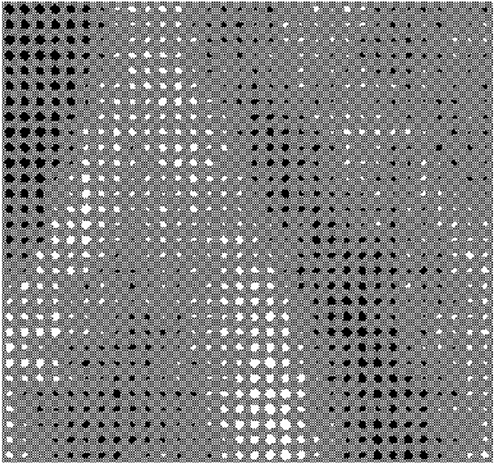
- ALVINN 用学习到的网络在高速公路上以 70 英里时速成功地驾驶了 90 英里（在分行公路的左车道行驶，同时有其他车辆）。

示例 (ALVINN 系统)

示例 (ALVINN 原理)


Sharp
Left
Straight
Ahead
Sharp
Right
30 Output
Units
4 Hidden
Units
30x32 Sensor
Input Retina

示例 (隐藏单元权值)



人工神经网络适用问题

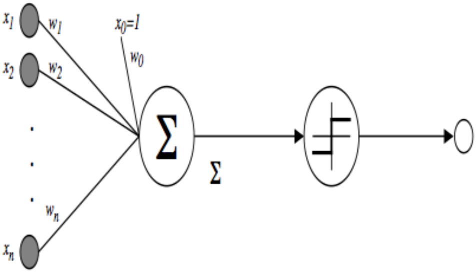
- 实例是用很多“属性 -值”对表示的。
  - 要学习的目标函数是定义在可以用向量描述的实例之上的，向量由预先定义的特征组成，
    - 例如 ALVINN 例子中的像素值。
  - 这些输入属性之间可以高度相关，也可以相互独立。
  - 输入值可以是任何实数。
- 目标函数的输出可能是离散值、实数值或者由若干实数属性或离散属性组成的向量。
  - 例如，
    - 在 ALVINN 系统中输出的是 30 个属性的向量，每一个分量对应一个建议的驾驶方向。
    - 每个输出值是 0 和 1 之间的某个实数，对应于在预测相应驾驶方向时的置信度（confidence）。
    - 我们也可以训练一个单一网络，同时输出行驶方向和建议的加速度，这只要简单地把编码这两种输出预测的向量连接在一起就可以了。

人工神经网络适用问题 (续)

- 训练数据可能包含错误。
    - ANN 学习算法对于训练数据中的错误有非常好的鲁棒性。
- 可容忍长时间的训练。
    - 网络训练算法通常比像决策树学习这样的算法需要更长的训练时间。
        - 训练时间可能从几秒钟到几小时，这要看网络中权值的数量、要考虑的训练实例的数量、以及不同学习算法参数的设置等因素。
- 可能需要快速求出目标函数值。
    - 尽管 ANN 的学习时间相对较长，但对学习到的网络求值，以便把网络应用到后续的实例，通常是非常快速的。
        - 例如，ALVINN 在车辆向前行驶时，每秒应用它的神经网络若干次，以不断地更新驾驶方向。
- 人类能否理解学到的目标函数是不重要的。
    - 神经网络方法学习到的权值经常是人类难以解释的。
    - 学到的神经网络比学到的规则难于传达给人类。

Topic

感知器

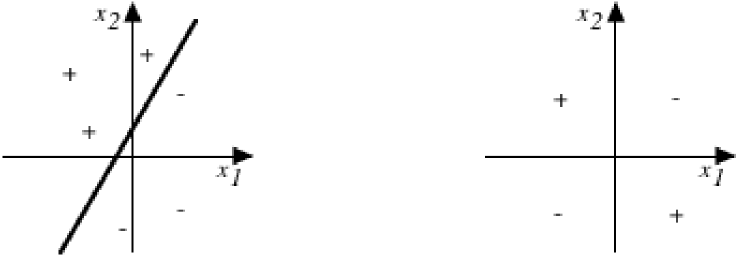


$$o(x_1, \ldots, x_n) = \begin{cases} 1 & \text{if } w_0 + w_1 x_1 + \cdots + w_n x_n > 0 \\ -1 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

简化表示:

$$o(\vec{x}) = \begin{cases} 1 & \text{if } \vec{w} \cdot \vec{x} > 0 \\ -1 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

两输入感知器的决策平面



(a) (b)

感知器训练法则 (perceptron learning rule)

$$w_i \leftarrow w_i + \Delta w_i$$

where

$$\Delta w_i = \eta(t - o)x_i$$

其中:

- $t = c(\vec{x})$ 是当前训练样例的目标输出
- o 是感知器的输出
- η 是一个正的常数称为学习速率（learning rate）

收敛性

- 在有限次使用感知器训练法则后，训练过程会收敛到一个能正确分类所有训练样例的权向量，

前提：

- 训练样例线性可分，
- 使用了充分小的 η（参见 Minskey & Papert 1969）

梯度下降和 delta 法则

考虑线性单元：

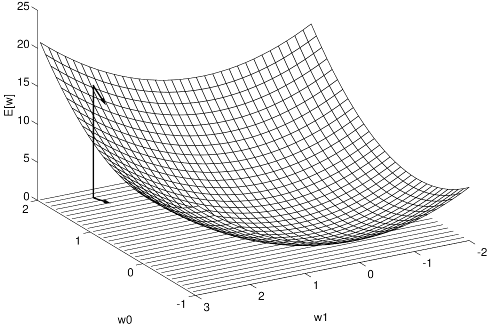
$$o = w_0 + w_1 x_1 + \cdots + w_n x_n$$

学习使均方误差

$$E[\vec{w}] \equiv \frac{1}{2} \sum_{d \in D} (t_d - o_d)^2$$

最小的 w_i 。其中 D 训练样例集合。

误差曲面



梯度下降算法

$$\nabla E[\vec{w}] \equiv \left[\frac{\partial E}{\partial w_0}, \frac{\partial E}{\partial w_1}, \cdots \frac{\partial E}{\partial w_n}\right]$$

训练法则:

$$\Delta \vec{w} = -\eta \nabla E[\vec{w}]$$

或:

$$\Delta w_i = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_i}$$

推导：

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial w_i} &= \frac{\partial}{\partial w_i}\frac{1}{2}\sum_d (t_d - o_d)^2 \\
&= \frac{1}{2}\sum_d \frac{\partial}{\partial w_i}(t_d - o_d)^2 \\
&= \frac{1}{2}\sum_d 2(t_d - o_d)\frac{\partial}{\partial w_i}(t_d - o_d) \\
&= \sum_d (t_d - o_d)\frac{\partial}{\partial w_i}(t_d - \vec{w}\cdot\vec{x_d}) \\
\frac{\partial E}{\partial w_i} &= \sum_d (t_d - o_d)(-x_{i,d})
\end{aligned}$$

训练线性单元的梯度下降算法

Gradient-Descent(training_examples , *eta*)

- *training_examples* 中每个训练样例形式为序偶 $\langle \vec{x}, t \rangle$ ，其中
  - $\vec{x}$ 是输入值向量，
  - t 是目标输出值。
  - η 是学习速率（例如 0.05）。
- 初始化每个 w_i 为某个小的随机值
- 遇到终止条件之前:
  - 初始化每个 Δw_i 为 0
  - 对于训练样例 *training_examples* 中的每个 $\langle \vec{x}, t \rangle$ ，做：
    - 把实例 $\vec{x}$ 输入到此单元，计算输出 o
    - 对于线性单元的每个权 w_i :

$$\Delta w_i \leftarrow \Delta w_i + \eta(t - o)x_i$$

  - 对于线性单元的每个权 w_i ，做

$$w_i \leftarrow w_i + \Delta w_i$$

增量（随机）梯度下降算法

- 批量梯度下降:
  - 计算梯度 $\nabla E_D[\vec{w}]$
  - $\vec{w} \leftarrow \vec{w} - \eta \nabla E_D[\vec{w}]$
- 增量梯度下降:
  - 对训练集 D 中的样例 d
    - 计算梯度 $\nabla E_d[\vec{w}]$
    - $\vec{w} \leftarrow \vec{w} - \eta \nabla E_d[\vec{w}]$

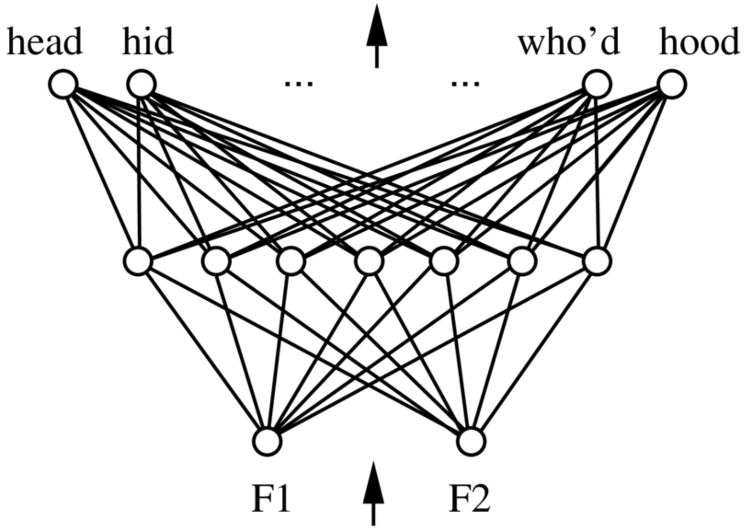
其中

$$E_D[\vec{w}] \equiv \frac{1}{2} \sum_{d \in D} (t_d - o_d)^2$$

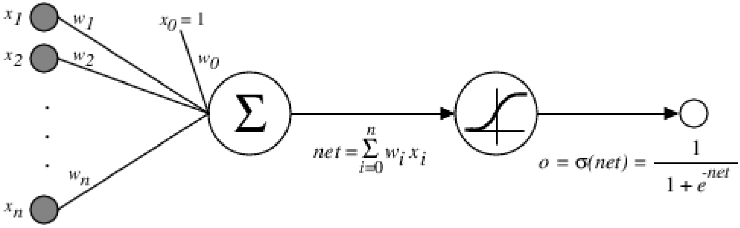
$$E_d[\vec{w}] \equiv \frac{1}{2} (t_d - o_d)^2$$

Topic

多层网络



Sigmoid 单元



$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

$$\frac{d\sigma(x)}{dx} = \sigma(x)(1 - \sigma(x))$$

可得梯度下降法则用于训练：

- 单个 sigmoid 单元
- 由 sigmoid 单元构成的多层网络 $\rightarrow$ 反向传播（Backpropagation）

Sigmoid 单元的误差梯度

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial w_i} &= \frac{\partial}{\partial w_i} \frac{1}{2} \sum_{d \in D} (t_d - o_d)^2 \\
&= \frac{1}{2} \sum_d \frac{\partial}{\partial w_i} (t_d - o_d)^2 \\
&= \frac{1}{2} \sum_d 2 (t_d - o_d) \frac{\partial}{\partial w_i} (t_d - o_d) \\
&= \sum_d (t_d - o_d) \left(- \frac{\partial o_d}{\partial w_i} \right) \\
&= - \sum_d (t_d - o_d) \frac{\partial o_d}{\partial net_d} \frac{\partial net_d}{\partial w_i}
\end{aligned}
$$

Sigmoid 单元的误差梯度

已知:

$$\frac{\partial o_d}{\partial net_d} = \frac{\partial \sigma(net_d)}{\partial net_d} = o_d(1 - o_d)$$

$$\frac{\partial net_d}{\partial w_i} = \frac{\partial (\vec{w} \cdot \vec{x}_d)}{\partial w_i} = x_{i,d}$$

得:

$$\frac{\partial E}{\partial w_i} = -\sum_{d \in D} (t_d - o_d) o_d (1 - o_d) x_{i,d}$$

反向传播算法

Backpropagation(training_examples , η , n_{in} , n_{out} , n_{hidden})

- trainning_examples 中每一个训练样例是形式为 $<\vec{x},\vec{t}>$ 的序偶，其中 $\vec{x}$ 是网络输入值向量，$\vec{t}$ 是目标输出值。
- η 是学习速率（例如 0.05）。
- n_{in} 是网络输入的数量，
- n_{hidden} 是隐藏层单元数，
- n_{out} 是输出单元数。
- 从单元 i 到单元 j 的输入表示为 x_{ji} ，单元 i 到单元 j 的权值表示为 w_{ij} 。

反向传播算法

Backpropagation(training_examples , η , n_{in} , n_{out} , n_{hidden})

- 创建网络: n_{in} 个输入，n_{hidden} 个隐藏单元，n_{out} 个输出
- 初始化所有网络权值为小的随机值（如 $[-0.05, 0.05]$ ）
- 在遇到终止条件前:
  对于训练样例 training_examples 中的每个 $<\vec{x}, \vec{t}>$:
  - 把输入沿网络前向传播
    - 把实例输入网络，并计算网络中每个单元 u 的输出 o_u 。
  - 使误差沿网络反向传播
    - 对于网络的每个输出单元 k，计算它的误差项 δ_k

      $$\delta_k \leftarrow o_k(1-o_k)(t_k-o_k)$$

    - 对于网络的每个隐藏单元 h ，计算它的误差项 δ_h

      $$\delta_h \leftarrow o_h(1-o_h) \sum_{k \in outputs} w_{h,k}\delta_k$$

    - 更新每个网络权值 $w_{i,j}$

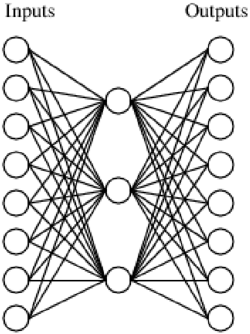
      $$w_{i,j} \leftarrow w_{i,j} + \Delta w_{i,j}$$

      其中

      $$\Delta w_{i,j} = \eta \delta_j x_{i,j}$$

Learning Hidden Layer Representations

ANN



Data

Input	$\rightarrow$	Output
10000000	$\rightarrow$	10000000
01000000	$\rightarrow$	01000000
00100000	$\rightarrow$	00100000
00010000	$\rightarrow$	00010000
00001000	$\rightarrow$	00001000
00000100	$\rightarrow$	00000100
00000010	$\rightarrow$	00000010
00000001	$\rightarrow$	00000001

Learning Hidden Layer Representations(result)

10000000	$\rightarrow$	.89	.04	.08	$\rightarrow$	10000000
01000000	$\rightarrow$	.01	.11	.88	$\rightarrow$	01000000
00100000	$\rightarrow$	.01	.97	.27	$\rightarrow$	00100000
00010000	$\rightarrow$	.99	.97	.71	$\rightarrow$	00010000
00001000	$\rightarrow$	.03	.05	.02	$\rightarrow$	00001000
00000100	$\rightarrow$	.22	.99	.99	$\rightarrow$	00000100
00000010	$\rightarrow$	.80	.01	.98	$\rightarrow$	00000010
00000001	$\rightarrow$	.60	.94	.01	$\rightarrow$	00000001

其它误差函数

- 为权值增加惩罚项：

$$E(\vec{w}) \equiv \frac{1}{2}\sum_{d\in D}\sum_{k\in outputs}(t_{kd}-o_{kd})^2+\gamma\sum_{i,j}w_{ji}^2$$

- 对误差增加一项目标函数的斜率（slope）或导数：

$$E(\vec{w}) \equiv \frac{1}{2}\sum_{d\in D}\sum_{k\in outputs}\left[(t_{kd}-o_{kd})^2+\mu\sum_{j\in inputs}\left(\frac{\partial t_{kd}}{\partial x_d^j}-\frac{\partial o_{kd}}{\partial x_d^j}\right)^2\right]$$

- 使网络对目标值的交叉熵（cross entropy）最小化
- 权值共享（weight sharing）