

线性离散系统分析

离散系统稳定性

Outline

- ① 稳定性
- ② 稳定性判据
- ③ 离散系统稳定性影响因素

Topic

① 稳定性

② 稳定性判据

③ 离散系统稳定性影响因素

S 域到 Z 域的映射

$$z = e^{sT}$$

$$s = \sigma + j\omega$$

$$z = e^{\sigma T} e^{j\omega T}$$

$$|z| = e^{\sigma T}$$

$$\angle z = \omega T$$

当 $\sigma = 0$ 时,

对应到 z 平面的单位圆, 此时, ω 从 $-\infty \rightarrow \infty$ 时, z 平面上的点已绕单位圆运动了无数圈, 称 $[-\frac{\omega_s}{2}, \frac{\omega_s}{2}]$ 为主要带.

主要映射关系:

- 等 σ 线: 单位圆: $|z| = e^{\sigma T}$
- 等 ω 线: 过原点射线:
 $\angle z = \omega T$
- 等 ξ 线 (S 平面过原点射线): 对数螺线

S 域到 Z 域的映射

$$z = e^{sT}$$

$$s = \sigma + j\omega$$

$$z = e^{\sigma T} e^{j\omega T}$$

$$|z| = e^{\sigma T}$$

$$\angle z = \omega T$$

当 $\sigma = 0$ 时,

对应到 z 平面的单位圆, 此时, ω 从 $-\infty \rightarrow \infty$ 时, z 平面上的点已绕单位圆运动了无数圈, 称 $[-\frac{\omega_s}{2}, \frac{\omega_s}{2}]$ 为主要带.

主要映射关系:

- 等 σ 线: 单位圆: $|z| = e^{\sigma T}$
- 等 ω 线: 过原点射线:
 $\angle z = \omega T$
- 等 ξ 线 (S 平面过原点射线): 对数螺线

S 域到 Z 域的映射

$$z = e^{sT}$$

$$s = \sigma + j\omega$$

$$z = e^{\sigma T} e^{j\omega T}$$

$$|z| = e^{\sigma T}$$

$$\angle z = \omega T$$

当 $\sigma = 0$ 时,

对应到 z 平面的单位圆, 此时, ω 从 $-\infty \rightarrow \infty$ 时, z 平面上的点已绕单位圆运动了无数圈, 称 $[-\frac{\omega_s}{2}, \frac{\omega_s}{2}]$ 为主要带.

主要映射关系:

- 等 σ 线: 单位圆: $|z| = e^{\sigma T}$
- 等 ω 线: 过原点射线:
 $\angle z = \omega T$
- 等 ξ 线 (S 平面过原点射线): 对数螺线

离散系统的稳定性

- 稳定性定义: 离散系统在有界输入序列下, 输出序列也有界.
- 连续系统中: 闭环系统的特征根实部 σ 小于 0.
- 离散系统中: $|z| < 1$, ($|z| = e^{\sigma}$)
 - 差分方程: 特征根的模均小于 1
 - 闭环脉冲传递函数: 离散系统闭环特征根在 Z 平面的单位圆内 ($|z_i| < 1$)

离散系统的稳定性

- 稳定性定义: 离散系统在有界输入序列下, 输出序列也有界.
- 连续系统中: 闭环系统的特征根实部 σ 小于 0.
- 离散系统中: $|z| < 1$, ($|z| = e^{\sigma}$)
 - 差分方程: 特征根的模均小于 1
 - 闭环脉冲传递函数: 离散系统闭环特征根在 Z 平面的单位圆内 ($|z_i| < 1$)

离散系统的稳定性

- 稳定性定义: 离散系统在有界输入序列下, 输出序列也有界.
- 连续系统中: 闭环系统的特征根实部 σ 小于 0.
- 离散系统中: $|z| < 1$, ($|z| = e^\sigma$)
 - 差分方程: 特征根的模均小于 1
 - 闭环脉冲传递函数: 离散系统闭环特征根在 Z 平面的单位圆内 ($|z_i| < 1$)

Topic

① 稳定性

② 稳定性判据

③ 离散系统稳定性影响因素

W 域的劳斯判据

- Z 域变换到 W 域:

$$z = x + jy$$

$$w = u + jv$$

$$z = \frac{w+1}{w-1}$$

$$w = \frac{z+1}{z-1}$$

- 等价关系:

$$u + jv = \frac{x^2 + y^2 - 1 - 2yj}{(x-1)^2 + y^2}$$

$$|z| < 1 \Leftrightarrow u < 0$$

- 可在 W 域中使用 Routh 判据.

W 域的劳斯判据

- Z 域变换到 W 域:

$$z = x + jy$$

$$w = u + jv$$

$$z = \frac{w+1}{w-1}$$

$$w = \frac{z+1}{z-1}$$

- 等价关系:

$$u + jv = \frac{x^2 + y^2 - 1 - 2yj}{(x-1)^2 + y^2}$$

$$|z| < 1 \Leftrightarrow u < 0$$

- 可在 W 域中使用 Routh 判据.

W 域的劳斯判据

- Z 域变换到 W 域:

$$z = x + jy$$

$$w = u + jv$$

$$z = \frac{w+1}{w-1}$$

$$w = \frac{z+1}{z-1}$$

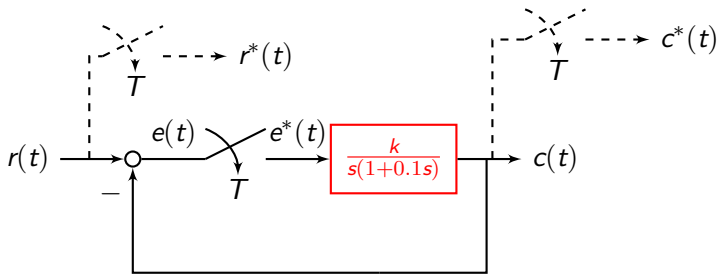
- 等价关系:

$$u + jv = \frac{x^2 + y^2 - 1 - 2yj}{(x-1)^2 + y^2}$$

$$|z| < 1 \Leftrightarrow u < 0$$

- 可在 W 域中使用 Routh 判据.

W 域的劳斯判据示例:



分有无采样开关 ($T=0.1s$) 两种情况分析使系统稳定的 k 需要满足的条件.

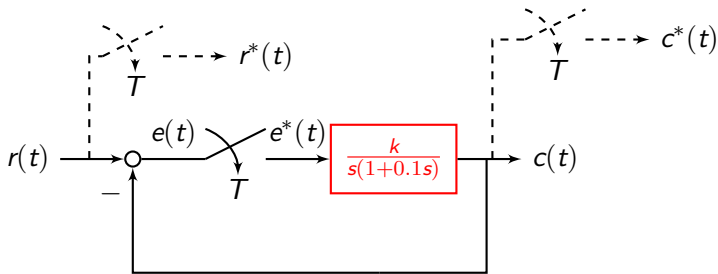
解:

无采样开关时:

$$D(s) = 0.1s^2 + s + k$$

得: $k > 0$

W 域的劳斯判据示例:



分有无采样开关 ($T=0.1s$) 两种情况分析使系统稳定的 k 需要满足的条件.

解:

无采样开关时:

$$D(s) = 0.1s^2 + s + k$$

得: $k > 0$

W 域的劳斯判据示例 (续): 有采样开关时:

$$G(z) = \mathcal{Z}\left[\frac{k}{s(1+0.1s)}\right] = \frac{0.632kz}{z^2 - 1.368z + 0.368}$$

$$\Phi(z) = \frac{G(z)}{1 + G(z)}$$

$$D(z) = z^2 + (0.632k - 1.368)z + 0.368$$

$$z = \frac{w+1}{w-1}$$

$$D(w) = 0.632Kw^2 + 1.264w + (2.736 - 0.632k)$$

W 域的劳斯判据示例 (续): 有采样开关时:

- Routh 表:

$$\begin{array}{ccc} w^2 & 0.632k & 2.7360 - 0.632k \\ w^1 & 1.264 & 0 \\ w^0 & 2.736 - 0.632k & \end{array}$$

- 得:

$$\begin{aligned} 0.632k &> 0 \\ 2.736 - 0.632k &> 0 \end{aligned}$$

- 得:

$$0 < k < 4.33$$

- 采样开关对稳定性有很大影响.

W 域的劳斯判据示例 (续): 有采样开关时:

- Routh 表:

$$\begin{array}{ccc} w^2 & 0.632k & 2.7360 - 0.632k \\ w^1 & 1.264 & 0 \\ w^0 & 2.736 - 0.632k & \end{array}$$

- 得:

$$\begin{aligned} 0.632k &> 0 \\ 2.736 - 0.632k &> 0 \end{aligned}$$

- 得:

$$0 < k < 4.33$$

- 采样开关对稳定性有很大影响.

Topic

① 稳定性

② 稳定性判据

③ 离散系统稳定性影响因素

离散系统稳定性影响因素

- 系统开环增益
 - $k \uparrow$ 则离散系统稳定性下降
 - $k \downarrow$ 则离散系统稳定性提高
- 采样周期
 - $T \uparrow$ 则离散系统稳定性下降
 - $T \downarrow$ 则离散系统稳定性提高

离散系统稳定性影响因素

- 系统开环增益
 - $k \uparrow$ 则离散系统稳定性下降
 - $k \downarrow$ 则离散系统稳定性提高
- 采样周期
 - $T \uparrow$ 则离散系统稳定性下降
 - $T \downarrow$ 则离散系统稳定性提高

离散系统稳定性影响因素

- 系统开环增益
 - $k \uparrow$ 则离散系统稳定性下降
 - $k \downarrow$ 则离散系统稳定性提高
- 采样周期
 - $T \uparrow$ 则离散系统稳定性下降
 - $T \downarrow$ 则离散系统稳定性提高