

线性系统校正方法

串联综合法校正

Outline

① 串联综合法校正原理与方法

② 串联综合法示例

Topic

1 串联综合法校正原理与方法

2 串联综合法示例

串联综合法校正原理

- 将性能指标要求转化为期望对数幅频特性,
- 再与待校正系统的开环对数幅频特性比较, 从而确定校正装置的形式和参数.
- 该方法适用于最小相位系统.
- 设开环系统期望频率特性为 $G(j\omega)$, 待求校正装置频率特性为 $G_c(j\omega)$, 原系统频率特性为 $G_0(j\omega)$.

$$\begin{aligned} G(s) &= G_c(s)G_0(s) \\ 20 \lg |G_c(j\omega)| &= 20 \lg |G(j\omega)| - 20 \lg |G_0(j\omega)| \end{aligned}$$

串联综合法校正原理

- 将性能指标要求转化为期望对数幅频特性,
- 再与待校正系统的开环对数幅频特性比较, 从而确定校正装置的形式和参数.
- 该方法适用于最小相位系统.
- 设开环系统期望频率特性为 $G(j\omega)$, 待求校正装置频率特性为 $G_c(j\omega)$, 原系统频率特性为 $G_0(j\omega)$.

$$\begin{aligned} G(s) &= G_c(s)G_0(s) \\ 20 \lg |G_c(j\omega)| &= 20 \lg |G(j\omega)| - 20 \lg |G_0(j\omega)| \end{aligned}$$

串联综合法校正原理

- 将性能指标要求转化为期望对数幅频特性,
- 再与待校正系统的开环对数幅频特性比较, 从而确定校正装置的形式和参数.
- 该方法适用于最小相位系统.
- 设开环系统期望频率特性为 $G(j\omega)$, 待求校正装置频率特性为 $G_c(j\omega)$, 原系统频率特性为 $G_0(j\omega)$.

$$\begin{aligned} G(s) &= G_c(s)G_0(s) \\ 20 \lg |G_c(j\omega)| &= 20 \lg |G(j\omega)| - 20 \lg |G_0(j\omega)| \end{aligned}$$

串联综合法校正原理

- 将性能指标要求转化为期望对数幅频特性,
- 再与待校正系统的开环对数幅频特性比较, 从而确定校正装置的形式和参数.
- 该方法适用于最小相位系统.
- 设开环系统期望频率特性为 $G(j\omega)$, 待求校正装置频率特性为 $G_c(j\omega)$, 原系统频率特性为 $G_0(j\omega)$.

$$\begin{aligned} G(s) &= G_c(s)G_0(s) \\ 20 \lg |G_c(j\omega)| &= 20 \lg |G(j\omega)| - 20 \lg |G_0(j\omega)| \end{aligned}$$

串联综合法校正原理

- 将性能指标要求转化为期望对数幅频特性,
- 再与待校正系统的开环对数幅频特性比较, 从而确定校正装置的形式和参数.
- 该方法适用于最小相位系统.
- 设开环系统期望频率特性为 $G(j\omega)$, 待求校正装置频率特性为 $G_c(j\omega)$, 原系统频率特性为 $G_0(j\omega)$.

$$\begin{aligned} G(s) &= G_c(s) G_0(s) \\ 20 \lg |G_c(j\omega)| &= 20 \lg |G(j\omega)| - 20 \lg |G_0(j\omega)| \end{aligned}$$

期望频率特性

- 期望对数幅率渐近特性的一般形状为：
 - 低频段斜率: -40dB/dec
 - 中频段斜率: -20dB/dec
 - 高频段斜率: -40dB/dec
- 对应的传递函数: $G(s) = \frac{K(1+\frac{s}{\omega_2})}{s^2(1+\frac{s}{\omega_3})}$, 其中 $\omega_2 < \omega_3$

期望频率特性

- 期望对数幅率渐近特性的一般形状为：
 - 低频段斜率: $-40dB/dec$
 - 中频段斜率: $-20dB/dec$
 - 高频段斜率: $-40dB/dec$
- 对应的传递函数: $G(s) = \frac{K(1+\frac{s}{\omega_2})}{s^2(1+\frac{s}{\omega_3})}$, 其中 $\omega_2 < \omega_3$

期望频率特性分析

$$G(s) = \frac{K(1+\frac{s}{\omega_2})}{s^2(1+\frac{s}{\omega_3})}$$

- 相频特性:

$$\begin{aligned}\phi_\omega &= -180^\circ + \arctan \frac{\omega}{\omega_2} - \arctan \frac{\omega}{\omega_3} \\ \gamma(\omega) &= \arctan \frac{\omega}{\omega_2} - \arctan \frac{\omega}{\omega_3}\end{aligned}$$

- 令 $\frac{d\gamma}{d\omega} = 0$ 得 $\omega_m = \sqrt{\omega_2\omega_3}$.
- 定义中频段宽度: $H = \frac{\omega_3}{\omega_2}$, 则:

$$\gamma(\omega_m) = \arcsin \frac{H-1}{H+1}$$

期望频率特性分析 $G(s) = \frac{K(1+\frac{s}{\omega_2})}{s^2(1+\frac{s}{\omega_3})}$

- 相频特性:

$$\begin{aligned}\phi_\omega &= -180^\circ + \arctan \frac{\omega}{\omega_2} - \arctan \frac{\omega}{\omega_3} \\ \gamma(\omega) &= \arctan \frac{\omega}{\omega_2} - \arctan \frac{\omega}{\omega_3}\end{aligned}$$

- 令 $\frac{d\gamma}{d\omega} = 0$ 得 $\omega_m = \sqrt{\omega_2\omega_3}$.
- 定义中频段宽度: $H = \frac{\omega_3}{\omega_2}$, 则:

$$\gamma(\omega_m) = \arcsin \frac{H-1}{H+1}$$

确定参数 $\omega_2, \omega_3, (\omega_m \approx \omega_c)$

$$\begin{aligned}\omega_c &\approx \omega_m \\ &= \sqrt{\omega_2 \omega_3}\end{aligned}$$

$$\sqrt{H} = \sqrt{\frac{\omega_3}{\omega_2}}$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_c}{\sqrt{H}}$$

$$\omega_3 = \sqrt{H} \omega_c$$

当给出设计指标 ω_c, H 时, 选取

$$\omega_2 \leq \frac{\omega_c}{\sqrt{H}}$$

$$\omega_3 \geq \sqrt{H} \omega_c$$

确定参数 $\omega_2, \omega_3, (\omega_m \approx \omega_r)$

$$\omega_r = \omega_m$$

$$M_r = \frac{1}{\sin \gamma(\omega_r)}$$

$$H = \frac{M_r + 1}{M_r - 1}$$

$$\frac{\omega_c}{\omega_r} = |G(j\omega_r)| = \frac{1}{\cos \gamma(\omega_r)}$$

$$\omega_c = 0.5(\omega_2 + \omega_3)$$

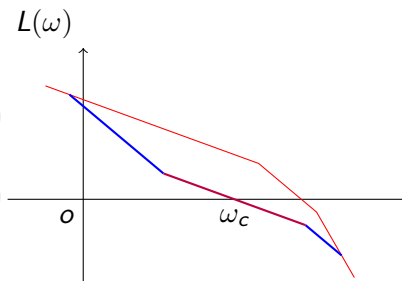
$$\omega_2 \leq \frac{\omega_c(M_r - 1)}{M_r}$$

$$\omega_3 \geq \frac{\omega_c(M_r + 1)}{M_r}$$

$$\approx \frac{1}{\sin \gamma}$$

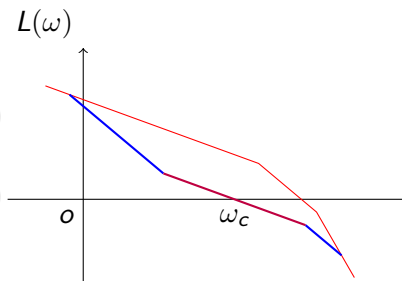
设计步聚

- 由 e_{ss} 确定开环增益 K
- 由设计指标确定系统期望 M_r, ω_c
- 按要求选取 ω_2, ω_3
- 在 ω_2 处做 -40dB/dec 线与原系统 $L(\omega)$ 低频段相交
- 在 ω_3 处做 -40dB/dec 线与原系统 $L(\omega)$ 高频段相交
- 写出期望开环传递函数 $G(s)$
- $G_c(s) = \frac{G(s)}{G_0(s)}$



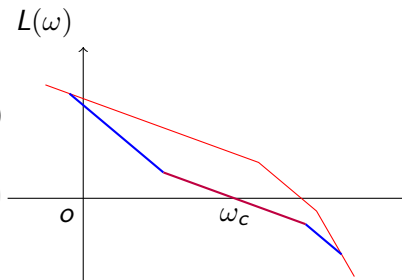
设计步聚

- 由 e_{ss} 确定开环增益 K
- 由设计指标确定系统期望 M_r, ω_c
- 按要求选取 ω_2, ω_3
- 在 ω_2 处做 -40dB/dec 线与原系统 $L(\omega)$ 低频段相交
- 在 ω_3 处做 -40dB/dec 线与原系统 $L(\omega)$ 高频段相交
- 写出期望开环传递函数 $G(s)$
- $G_c(s) = \frac{G(s)}{G_0(s)}$



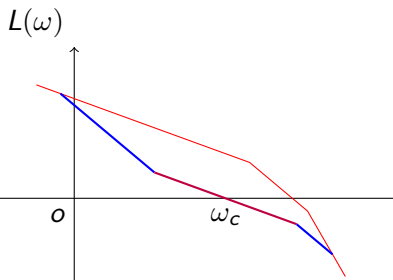
设计步聚

- 由 e_{ss} 确定开环增益 K
- 由设计指标确定系统期望 M_r, ω_c
- 按要求选取 ω_2, ω_3
- 在 ω_2 处做 -40dB/dec 线与原系统 $L(\omega)$ 低频段相交
- 在 ω_3 处做 -40dB/dec 线与原系统 $L(\omega)$ 高频段相交
- 写出期望开环传递函数 $G(s)$
- $G_c(s) = \frac{G(s)}{G_0(s)}$



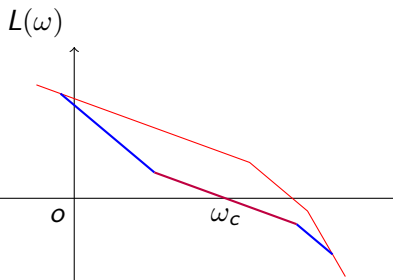
设计步聚

- 由 e_{ss} 确定开环增益 K
- 由设计指标确定系统期望 M_r, ω_c
- 按要求选取 ω_2, ω_3
- 在 ω_2 处做 -40dB/dec 线与原系统 $L(\omega)$ 低频段相交
- 在 ω_3 处做 -40dB/dec 线与原系统 $L(\omega)$ 高频段相交
- 写出期望开环传递函数 $G(s)$
- $G_c(s) = \frac{G(s)}{G_0(s)}$



设计步聚

- 由 e_{ss} 确定开环增益 K
- 由设计指标确定系统期望 M_r, ω_c
- 按要求选取 ω_2, ω_3
- 在 ω_2 处做 -40dB/dec 线与原系统 $L(\omega)$ 低频段相交
- 在 ω_3 处做 -40dB/dec 线与原系统 $L(\omega)$ 高频段相交
- 写出期望开环传递函数 $G(s)$
- $G_c(s) = \frac{G(s)}{G_0(s)}$



Topic

① 串联综合法校正原理与方法

② 串联综合法示例

串联综合法示例 1

单位负反馈系统开环传递函数

$$G_o(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.02s+1)(0.01s+1)(0.005s+1)}$$

设计校正装置满足以下指标：

- 动态误差系数 $C_0 = 0, C_1 = 1/200$
- 单位阶跃响应超调量 $\sigma\% \leq 30\%$
- 单位阶跃响应调节时间 $t_s \leq 0.7s$
- 幅值裕度 $h \geq 6dB$

解：

- 期望特性低频段: $K = 1/C_1 = 200$, 斜率 $-20dB/dec$
- 期望特性中频段: 指标转换
 $\sigma\%, t_s \rightarrow \gamma > 47.8^\circ, M_r = 1.35, \omega_c > 12.7$ 取
 $\omega_c = 13, \omega_2 = 1.3 < 3.37, \omega_3 = 50 > 22.6$
- 期望特性低、中频衔接段: $\omega_1 = 0.13$
- 期望特性中、高频衔接段: $\omega_4 = 100$
- 验算

串联综合法示例 1

单位负反馈系统开环传递函数

$$G_o(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.02s+1)(0.01s+1)(0.005s+1)}$$

设计校正装置满足以下指标：

- 动态误差系数 $C_0 = 0, C_1 = 1/200$
- 单位阶跃响应超调量 $\sigma\% \leq 30\%$
- 单位阶跃响应调节时间 $t_s \leq 0.7s$
- 幅值裕度 $h \geq 6dB$

解：

- 期望特性低频段: $K = 1/C_1 = 200$, 斜率 $-20dB/dec$
- 期望特性中频段: 指标转换
 $\sigma\%, t_s \rightarrow \gamma > 47.8^\circ, M_r = 1.35, \omega_c > 12.7$ 取
 $\omega_c = 13, \omega_2 = 1.3 < 3.37, \omega_3 = 50 > 22.6$
- 期望特性低、中频衔接段: $\omega_1 = 0.13$
- 期望特性中、高频衔接段: $\omega_4 = 100$
- 验算

串联综合法示例 1

单位负反馈系统开环传递函数

$$G_o(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.02s+1)(0.01s+1)(0.005s+1)}$$

设计校正装置满足以下指标：

- 动态误差系数 $C_0 = 0, C_1 = 1/200$
- 单位阶跃响应超调量 $\sigma\% \leq 30\%$
- 单位阶跃响应调节时间 $t_s \leq 0.7s$
- 幅值裕度 $h \geq 6dB$

解：

- 期望特性低频段: $K = 1/C_1 = 200$, 斜率 $-20dB/dec$
- 期望特性中频段: 指标转换
 $\sigma\%, t_s \rightarrow \gamma > 47.8^\circ, M_r = 1.35, \omega_c > 12.7$ 取
 $\omega_c = 13, \omega_2 = 1.3 < 3.37, \omega_3 = 50 > 22.6$
- 期望特性低、中频衔接段: $\omega_1 = 0.13$
- 期望特性中、高频衔接段: $\omega_4 = 100$
- 验算

串联综合法示例 1

单位负反馈系统开环传递函数

$$G_o(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.02s+1)(0.01s+1)(0.005s+1)}$$

设计校正装置满足以下指标：

- 动态误差系数 $C_0 = 0, C_1 = 1/200$
- 单位阶跃响应超调量 $\sigma\% \leq 30\%$
- 单位阶跃响应调节时间 $t_s \leq 0.7s$
- 幅值裕度 $h \geq 6dB$

解：

- 期望特性低频段: $K = 1/C_1 = 200$, 斜率 $-20dB/dec$
- 期望特性中频段: 指标转换
 $\sigma\%, t_s \rightarrow \gamma > 47.8^\circ, M_r = 1.35, \omega_c > 12.7$ 取
 $\omega_c = 13, \omega_2 = 1.3 < 3.37, \omega_3 = 50 > 22.6$
- 期望特性低、中频衔接段: $\omega_1 = 0.13$
- 期望特性中、高频衔接段: $\omega_4 = 100$
- 验算

串联综合法示例 1

单位负反馈系统开环传递函数

$$G_o(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.02s+1)(0.01s+1)(0.005s+1)}$$

设计校正装置满足以下指标：

- 动态误差系数 $C_0 = 0, C_1 = 1/200$
- 单位阶跃响应超调量 $\sigma\% \leq 30\%$
- 单位阶跃响应调节时间 $t_s \leq 0.7s$
- 幅值裕度 $h \geq 6dB$

解：

- 期望特性低频段: $K = 1/C_1 = 200$, 斜率 $-20dB/dec$
- 期望特性中频段: 指标转换
 $\sigma\%, t_s \rightarrow \gamma > 47.8^\circ, M_r = 1.35, \omega_c > 12.7$ 取
 $\omega_c = 13, \omega_2 = 1.3 < 3.37, \omega_3 = 50 > 22.6$
- 期望特性低、中频衔接段: $\omega_1 = 0.13$
- 期望特性中、高频衔接段: $\omega_4 = 100$
- 验算

串联综合法示例 1

单位负反馈系统开环传递函数

$$G_o(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.02s+1)(0.01s+1)(0.005s+1)}$$

设计校正装置满足以下指标:

- 动态误差系数 $C_0 = 0, C_1 = 1/200$
- 单位阶跃响应超调量 $\sigma\% \leq 30\%$
- 单位阶跃响应调节时间 $t_s \leq 0.7s$
- 幅值裕度 $h \geq 6dB$

解:

- 期望特性低频段: $K = 1/C_1 = 200$, 斜率 $-20dB/dec$
- 期望特性中频段: 指标转换
 $\sigma\%, t_s \rightarrow \gamma > 47.8^\circ, M_r = 1.35, \omega_c > 12.7$ 取
 $\omega_c = 13, \omega_2 = 1.3 < 3.37, \omega_3 = 50 > 22.6$
- 期望特性低、中频衔接段: $\omega_1 = 0.13$
- 期望特性中、高频衔接段: $\omega_4 = 100$
- 验算

串联综合法示例 1(续)

$$\begin{aligned}
 G_o(s) &= \frac{200}{s(0.1s + 1)(0.02s + 1)(0.01s + 1)(0.005s + 1)} \\
 G_E(s) &= \frac{1}{1 + \frac{2000}{13^2}s} \frac{200(s/1.3 + 1)}{s(s/50 + 1)} \\
 \frac{G_E(s)}{G_o(s)} &= \frac{(s/1.3 + 1)(0.1s + 1)(0.01s + 1)(0.005s + 1)}{(1 + \frac{2000}{13^2}s)} \\
 G_c(s) &\approx \frac{(s/1.3 + 1)(0.1s + 1)}{(1 + \frac{2000}{13^2}s)} \\
 &\approx \frac{(s/1.3 + 1)(0.1s + 1)}{(1 + \frac{2000}{13^2}s)(0.005s + 1)}
 \end{aligned}$$

串联综合法示例 1(续)

解法 2:

$$\begin{aligned} G_E(s) &= \frac{13^2}{10} \frac{(s/1.3 + 1)}{s^2(s/50 + 1)} \\ \frac{G_E(s)}{G_o(s)} &= \frac{(s/1.3 + 1)(0.1s + 1)(0.01s + 1)(0.005s + 1)}{\frac{2000}{13^2}s} \\ G_c(s) &\approx \frac{(s/1.3 + 1)(0.1s + 1)}{\frac{2000}{13^2}s} \\ &\approx \frac{(s/1.3 + 1)(0.1s + 1)}{\frac{2000}{13^2}s(0.005s + 1)} \\ &\approx \frac{(s/1.3 + 1)(0.1s + 1)}{(1 + \frac{2000}{13^2}s)(0.005s + 1)} \end{aligned}$$

串联综合法示例 2

设单位反馈系统开环传递函数为 $G_o(s) = \frac{K}{s(1+0.12s)(1+0.02s)}$ 设计校正装置满足 $K_v \geq 70, t_s \leq 1s, \sigma\% \leq 40\%$
解:

- $K = 70$
- 期望特性中频段: $M_r = 1.6, \omega_c = 13, \omega_2 \leq 4.8, \omega_3 \leq 21.13$ 取 $\omega_2 = 4, \omega_3 = 45$
- 衔接段: $\omega_1 = 0.75, \omega_4 = 50$
- $G_E(s) = \frac{70(0.25s+1)}{s(1.33s+1)(0.022s+1)}$
- $G_c(s) = \frac{(1+0.25s)(1+0.12s)(1+0.02s)}{(1+1.33s)(1+0.022s)} \approx \frac{(1+0.25s)(1+0.12s)}{(1+1.33s)(1+0.022s)}$
- 验算: $\omega_c = 13, \gamma = 45.6^\circ, M_r = 1.4, \sigma\% = 32\%, t_s = 0.73s$ 符合要求。