

线性离散系统分析

离散系统数学模型

Outline

- ① 差分方程
- ② 脉冲传递函数
- ③ 开环系统的脉冲传递函数
- ④ 闭环系统的脉冲传递函数
- ⑤ 修正 Z 变换

Topic

- ① 差分方程
- ② 脉冲传递函数
- ③ 开环系统的脉冲传递函数
- ④ 闭环系统的脉冲传递函数
- ⑤ 修正 Z 变换

差分方程模型

- n 阶后向差分方程

$$\begin{aligned} & c(k) + a_1 c(k-1) + \cdots + a_n c(k-n) \\ = & b_0 r(k) + b_1 r(k-1) + \cdots + b_m r(k-m) \end{aligned}$$

即 k 时刻的输出 $c(k)$ 与 k 时刻前 n 个时刻输出及前 m 个输入, 当前时刻输入有关.

- n 阶前向差分方程

$$\begin{aligned} & c(k+n) + a_1 c(k+n-1) + \cdots + a_n c(k) \\ = & b_0 r(k+m) + b_1 r(k+m-1) + \cdots + b_m r(k) \end{aligned}$$

差分方程模型

- n 阶后向差分方程

$$\begin{aligned} & c(k) + a_1 c(k-1) + \cdots + a_n c(k-n) \\ = & b_0 r(k) + b_1 r(k-1) + \cdots + b_m r(k-m) \end{aligned}$$

即 k 时刻的输出 $c(k)$ 与 k 时刻前 n 个时刻输出及前 m 个输入, 当前时刻输入有关.

- n 阶前向差分方程

$$\begin{aligned} & c(k+n) + a_1 c(k+n-1) + \cdots + a_n c(k) \\ = & b_0 r(k+m) + b_1 r(k+m-1) + \cdots + b_m r(k) \end{aligned}$$

差分方程模型

- n 阶后向差分方程

$$\begin{aligned} & c(k) + a_1 c(k-1) + \cdots + a_n c(k-n) \\ = & b_0 r(k) + b_1 r(k-1) + \cdots + b_m r(k-m) \end{aligned}$$

即 k 时刻的输出 $c(k)$ 与 k 时刻前 n 个时刻输出及前 m 个输入, 当前时刻输入有关.

- n 阶前向差分方程

$$\begin{aligned} & c(k+n) + a_1 c(k+n-1) + \cdots + a_n c(k) \\ = & b_0 r(k+m) + b_1 r(k+m-1) + \cdots + b_m r(k) \end{aligned}$$

差分方程解法：迭代法

- 利用差分方程的递推关系，逐步计算 $c(k)$ 的值
- 例： $c(k) = r(k) + 5c(k-1) - 6c(k-2)$ 输入 $r(k) = 1$ ，初始条件： $c(0) = 0, c(1) = 1$
- 解：

$$c(2) = 6$$

$$c(3) = 25$$

$$c(4) = 90$$

差分方程解法：迭代法

- 利用差分方程的递推关系，逐步计算 $c(k)$ 的值
- 例： $c(k) = r(k) + 5c(k-1) - 6c(k-2)$ 输入 $r(k) = 1$ ，初始条件： $c(0) = 0, c(1) = 1$
- 解：

$$c(2) = 6$$

$$c(3) = 25$$

$$c(4) = 90$$

差分方程解法：迭代法

- 利用差分方程的递推关系，逐步计算 $c(k)$ 的值
- 例： $c(k) = r(k) + 5c(k-1) - 6c(k-2)$ 输入 $r(k) = 1$ ，初始条件： $c(0) = 0, c(1) = 1$
- 解：

$$c(2) = 6$$

$$c(3) = 25$$

$$c(4) = 90$$

z 变换法

- 将差分方程与输入进行 Z 变换, 得到输出的 Z 变换, 再进行 Z 反变换.
- 例: 差分方程 $c(t+2T) + 3c(t+T) + 2c(t) = 0$ 初始条件 $c(0) = 0, c(1) = 1$
- 解:

$$z^2(c(z) - c(0) - c(1)z^{-1}) + 3z(c(z) - c(0)) + 2c(z) = 0$$

$$(z^2 + 3z + 2)c(z) = z$$

$$c(z) = \frac{z}{z^2 + 3z + 2} = \frac{z}{z+1} - \frac{z}{z+2} = \frac{1}{1+z^{-1}} - \frac{1}{1+2z^{-1}}$$

$$c(k) = (-1)^k - (-2)^k$$

其中 $k = 0, 1, 2, \dots$

z 变换法

- 将差分方程与输入进行 Z 变换, 得到输出的 Z 变换, 再进行 Z 反变换.
- 例: 差分方程 $c(t+2T) + 3c(t+T) + 2c(t) = 0$ 初始条件 $c(0) = 0, c(1) = 1$
- 解:

$$z^2(c(z) - c(0) - c(1)z^{-1}) + 3z(c(z) - c(0)) + 2c(z) = 0$$

$$(z^2 + 3z + 2)c(z) = z$$

$$c(z) = \frac{z}{z^2 + 3z + 2} = \frac{z}{z+1} - \frac{z}{z+2} = \frac{1}{1+z^{-1}} - \frac{1}{1+2z^{-1}}$$

$$c(k) = (-1)^k - (-2)^k$$

其中 $k = 0, 1, 2, \dots$

z 变换法

- 将差分方程与输入进行 Z 变换, 得到输出的 Z 变换, 再进行 Z 反变换.
- 例: 差分方程 $c(t+2T) + 3c(t+T) + 2c(t) = 0$ 初始条件 $c(0) = 0, c(1) = 1$
- 解:

$$z^2(c(z) - c(0) - c(1)z^{-1}) + 3z(c(z) - c(0)) + 2c(z) = 0$$

$$(z^2 + 3z + 2)c(z) = z$$

$$c(z) = \frac{z}{z^2 + 3z + 2} = \frac{z}{z+1} - \frac{z}{z+2} = \frac{1}{1+z^{-1}} - \frac{1}{1+2z^{-1}}$$

$$c(k) = (-1)^k - (-2)^k$$

其中 $k = 0, 1, 2, \dots$

Topic

- ① 差分方程
- ② 脉冲传递函数
- ③ 开环系统的脉冲传递函数
- ④ 闭环系统的脉冲传递函数
- ⑤ 修正 Z 变换

脉冲传递函数定义

- 连续系统: 传递函数 (s 域)
- 离散系统: 脉冲传递函数 (z 域)
- 定义: 输出 $c^*(t)$ 的 Z 变换与输入 $r^*(t)$ 的 Z 变换之比 (零初始条件下) 叫做系统的脉冲传递函数. 记为

$$G(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$$

脉冲传递函数定义

- 连续系统: 传递函数 (s 域)
- 离散系统: 脉冲传递函数 (z 域)
- 定义: 输出 $c^*(t)$ 的 Z 变换与输入 $r^*(t)$ 的 Z 变换之比 (零初始条件下) 叫做系统的脉冲传递函数. 记为

$$G(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$$

脉冲传递函数意义

- 加权序列: 输入 $r^*(t) = \delta(t)$ 的输出序列称为加权序列, 记为 $k^*(t)$
- 脉冲传递函数:

$$\begin{aligned} G(z) &= \frac{\mathcal{Z}[k^*(t)]}{\mathcal{Z}[r^*(t)]} \\ &= \mathcal{Z}[k^*(t)] \\ &= k(z) \end{aligned}$$

- 脉冲传递函数为加权序列 $k^*(t)$ 的 Z 变换

脉冲传递函数意义

- 加权序列: 输入 $r^*(t) = \delta(t)$ 的输出序列称为加权序列, 记为 $k^*(t)$
- 脉冲传递函数:

$$\begin{aligned} G(z) &= \frac{\mathcal{Z}[k^*(t)]}{\mathcal{Z}[r^*(t)]} \\ &= \mathcal{Z}[k^*(t)] \\ &= k(z) \end{aligned}$$

- 脉冲传递函数为加权序列 $k^*(t)$ 的 Z 变换

脉冲传递函数意义

- 加权序列: 输入 $r^*(t) = \delta(t)$ 的输出序列称为加权序列, 记为 $k^*(t)$
- 脉冲传递函数:

$$\begin{aligned} G(z) &= \frac{\mathcal{Z}[k^*(t)]}{\mathcal{Z}[r^*(t)]} \\ &= \mathcal{Z}[k^*(t)] \\ &= k(z) \end{aligned}$$

- 脉冲传递函数为加权序列 $k^*(t)$ 的 Z 变换

两种模型之间的变换关系:

$$c(nT) + \sum_{k=1}^n a_k c((n-k)T) = \sum_{k=0}^m b_k r((n-k)T)$$
$$G(z) = \frac{\sum_{k=0}^m b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^n a_k z^{-k}}$$

- 差分方程在零初始条件下进行 Z 变换, 得脉冲传递函数.

两种模型之间的变换关系:

$$c(nT) + \sum_{k=1}^n a_k c((n-k)T) = \sum_{k=0}^m b_k r((n-k)T)$$
$$G(z) = \frac{\sum_{k=0}^m b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^n a_k z^{-k}}$$

- 差分方程在零初始条件下进行 Z 变换, 得脉冲传递函数.

脉冲传递函数计算

- 差分方程 Z 变换: $G(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$
- 从传递函数 $G(s)$ 求解 (部分分式法)
- 例: $c(nT) = r[(n-k)T]$
- 解:

$$\begin{aligned}C(z) &= z^{-k}R(z) \\G(z) &= \frac{C(z)}{R(z)} \\&= z^{-k}\end{aligned}$$

脉冲传递函数计算

- 差分方程 Z 变换: $G(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$
- 从传递函数 $G(s)$ 求解 (部分分式法)
- 例: $c(nT) = r[(n-k)T]$
- 解:

$$\begin{aligned} C(z) &= z^{-k} R(z) \\ G(z) &= \frac{C(z)}{R(z)} \\ &= z^{-k} \end{aligned}$$

脉冲传递函数计算

- 差分方程 Z 变换: $G(z) = \frac{C(z)}{R(z)}$
- 从传递函数 $G(s)$ 求解 (部分分式法)
- 例: $c(nT) = r[(n-k)T]$
- 解:

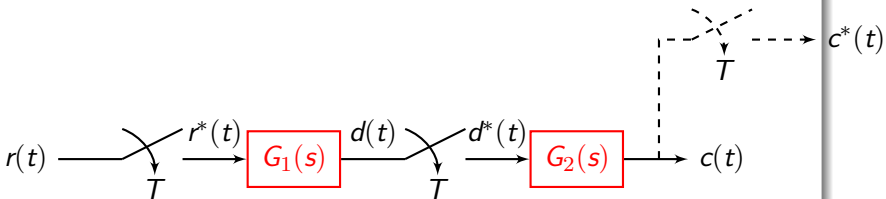
$$\begin{aligned}C(z) &= z^{-k}R(z) \\G(z) &= \frac{C(z)}{R(z)} \\&= z^{-k}\end{aligned}$$

Topic

- 1 差分方程
- 2 脉冲传递函数
- 3 开环系统的脉冲传递函数**
- 4 闭环系统的脉冲传递函数
- 5 修正 Z 变换

开环系统脉冲传递函数

结构图



推导

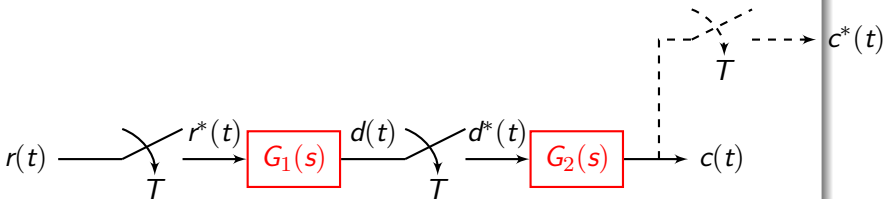
$$D(z) = R(z) G_1(z)$$

$$C(z) = D(z) G_2(z) = G_1(z) G_2(z) R(z)$$

$$G(z) = G_1(z) G_2(z)$$

开环系统脉冲传递函数

结构图



推导

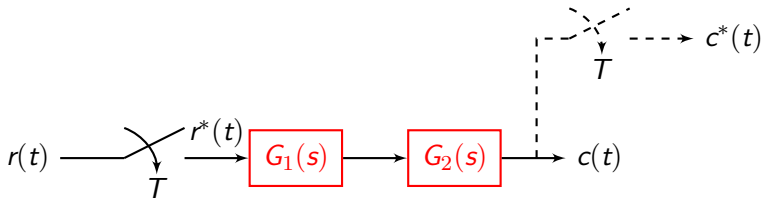
$$D(z) = R(z) G_1(z)$$

$$C(z) = D(z) G_2(z) = G_1(z) G_2(z) R(z)$$

$$G(z) = G_1(z) G_2(z)$$

开环系统脉冲传递函数 (续)

结构图



推导

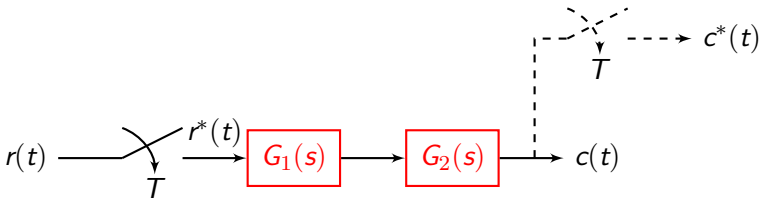
$$C^*(s) = [R^*(s) G_1(s) G_2(s)]^* = R^*(s) [G_1(s) G_2(s)]^*$$

$$C(z) = R(z) G_1 G_2(z)$$

$$G(z) = G_1 G_2(z)$$

开环系统脉冲传递函数 (续)

结构图



推导

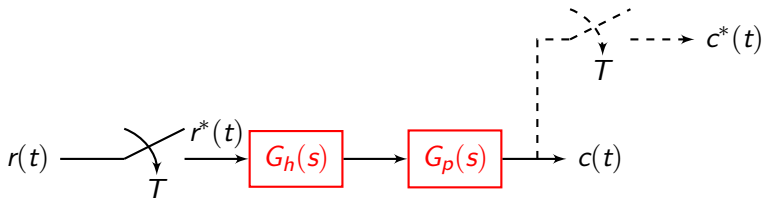
$$C^*(s) = [R^*(s) G_1(s) G_2(s)]^* = R^*(s) [G_1(s) G_2(s)]^*$$

$$C(z) = R(z) G_1 G_2(z)$$

$$G(z) = G_1 G_2(z)$$

开环系统脉冲传递函数 (续): 有零阶保持器时:

结构图

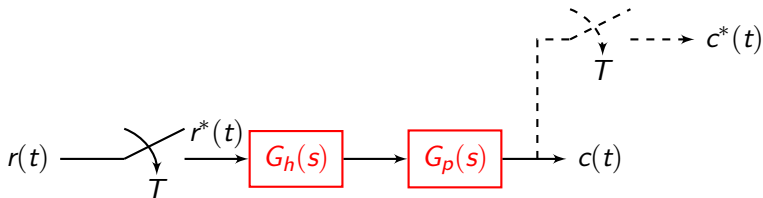


推导

- $C^*(s) = [R^*(s) \cdot \frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot G_p(s)]^*$
- $C^*(s) = R^*(s) [(1 - e^{-Ts}) \cdot \frac{G_p(s)}{s}]^*$
- $C^*(s) = R^*(s) [\frac{G_p(s)}{s} - e^{-Ts} \cdot \frac{G_p(s)}{s}]^*$
- $C(z) = R(z) \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}] - z^{-1} \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}]$
- $G(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}]$

开环系统脉冲传递函数 (续): 有零阶保持器时:

结构图

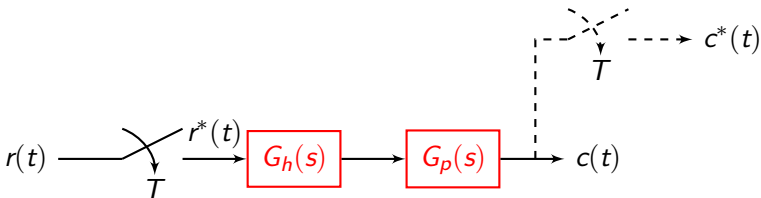


推导

- $C^*(s) = [R^*(s) \cdot \frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot G_p(s)]^*$
- $C^*(s) = R^*(s) [(1 - e^{-Ts}) \cdot \frac{G_p(s)}{s}]^*$
- $C^*(s) = R^*(s) [\frac{G_p(s)}{s} - e^{-Ts} \cdot \frac{G_p(s)}{s}]^*$
- $C(z) = R(z) \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}] - z^{-1} \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}]$
- $G(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}]$

开环系统脉冲传递函数 (续): 有零阶保持器时:

结构图

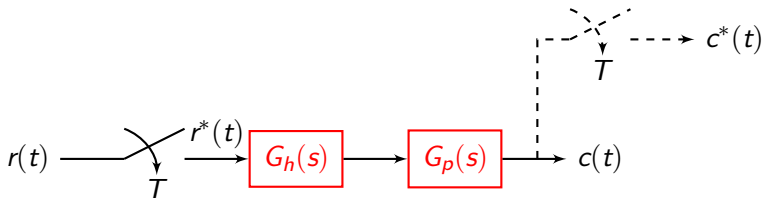


推导

- $C^*(s) = [R^*(s) \cdot \frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot G_p(s)]^*$
- $C^*(s) = R^*(s) [(1 - e^{-Ts}) \cdot \frac{G_p(s)}{s}]^*$
- $C^*(s) = R^*(s) [\frac{G_p(s)}{s} - e^{-Ts} \cdot \frac{G_p(s)}{s}]^*$
- $C(z) = R(z) \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}] - z^{-1} \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}]$
- $G(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}]$

开环系统脉冲传递函数 (续): 有零阶保持器时:

结构图

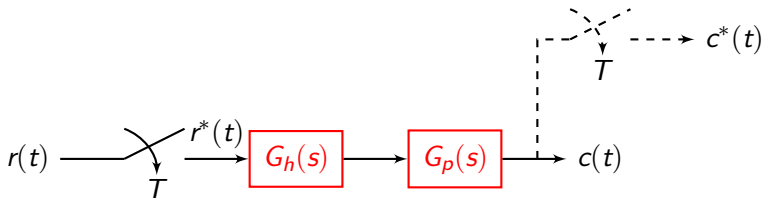


推导

- $C^*(s) = [R^*(s) \cdot \frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot G_p(s)]^*$
- $C^*(s) = R^*(s) [(1 - e^{-Ts}) \cdot \frac{G_p(s)}{s}]^*$
- $C^*(s) = R^*(s) [\frac{G_p(s)}{s} - e^{-Ts} \cdot \frac{G_p(s)}{s}]^*$
- $C(z) = R(z) \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}] - z^{-1} \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}]$
- $G(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}]$

开环系统脉冲传递函数 (续): 有零阶保持器时:

结构图

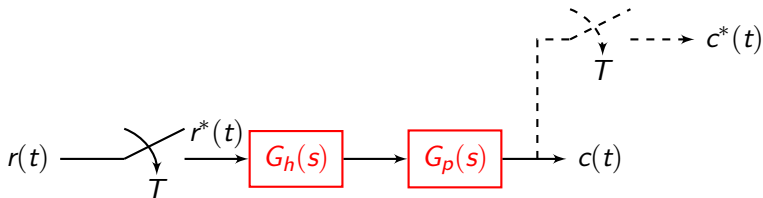


推导

- $C^*(s) = [R^*(s) \cdot \frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot G_p(s)]^*$
- $C^*(s) = R^*(s) [(1 - e^{-Ts}) \cdot \frac{G_p(s)}{s}]^*$
- $C^*(s) = R^*(s) [\frac{G_p(s)}{s} - e^{-Ts} \cdot \frac{G_p(s)}{s}]^*$
- $C(z) = R(z) \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}] - z^{-1} \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}]$
- $G(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}]$

开环系统脉冲传递函数 (续): 有零阶保持器时:

结构图



推导

- $C^*(s) = [R^*(s) \cdot \frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot G_p(s)]^*$
- $C^*(s) = R^*(s) [(1 - e^{-Ts}) \cdot \frac{G_p(s)}{s}]^*$
- $C^*(s) = R^*(s) [\frac{G_p(s)}{s} - e^{-Ts} \cdot \frac{G_p(s)}{s}]^*$
- $C(z) = R(z) \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}] - z^{-1} \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}]$
- $G(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}[\frac{G_p(z)}{s}]$

开环系统脉冲传递函数示例: $G_p(s) = \frac{a}{s(s+a)}$

● 解:

$$\begin{aligned} G(z) &= (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}\left[\frac{a}{s^2(s+a)}\right] \\ &= (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}\left[\frac{1}{s^2} - \frac{1}{a}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+a}\right)\right] \\ &= (1 - z^{-1}) \left[\frac{Tz^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} - \frac{1}{a} \left(\frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{1}{1 - z^{-1}e^{-aT}} \right) \right] \end{aligned}$$

开环系统脉冲传递函数示例: $G_p(s) = \frac{a}{s(s+a)}$

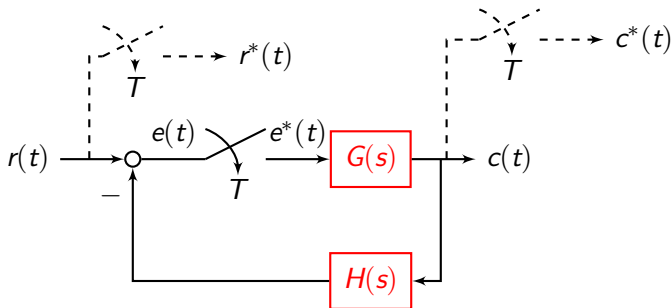
● 解:

$$\begin{aligned} G(z) &= (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}\left[\frac{a}{s^2(s+a)}\right] \\ &= (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}\left[\frac{1}{s^2} - \frac{1}{a}\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+a}\right)\right] \\ &= (1 - z^{-1}) \left[\frac{Tz^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} - \frac{1}{a}\left(\frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{1}{1 - z^{-1}e^{-aT}}\right) \right] \end{aligned}$$

Topic

- ① 差分方程
- ② 脉冲传递函数
- ③ 开环系统的脉冲传递函数
- ④ 闭环系统的脉冲传递函数
- ⑤ 修正 Z 变换

闭环系统的脉冲传递函数



脉冲传递函数

解:

$$\Phi(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{\mathcal{Z}[c^*(t)]}{\mathcal{Z}[r^*(t)]}$$

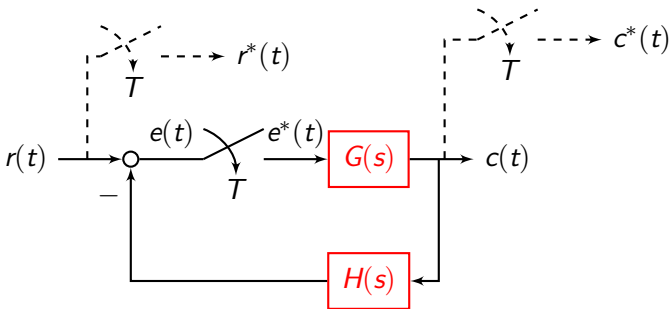
$$\Phi_e(z) = \frac{E(z)}{R(z)} = \frac{\mathcal{Z}[e^*(t)]}{\mathcal{Z}[r^*(t)]}$$

$$C(s) = G(s)E^*(s)$$

$$E(s) = R(s) - H(s)C(s)$$

$$= R(s) - H(s)G(s)E^*(s)$$

闭环系统的脉冲传递函数



脉冲传递函数

解:

$$\Phi(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{\mathcal{Z}[c^*(t)]}{\mathcal{Z}[r^*(t)]}$$

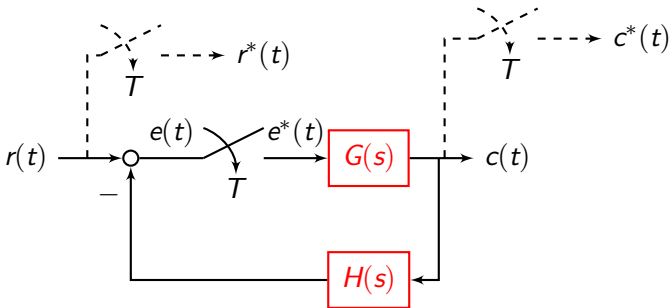
$$\Phi_e(z) = \frac{E(z)}{R(z)} = \frac{\mathcal{Z}[e^*(t)]}{\mathcal{Z}[r^*(t)]}$$

$$C(s) = G(s)E^*(s)$$

$$E(s) = R(s) - H(s)C(s)$$

$$= R(s) - H(s)G(s)E^*(s)$$

闭环系统的脉冲传递函数



脉冲传递函数

解:

$$\Phi(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{\mathcal{Z}[c^*(t)]}{\mathcal{Z}[r^*(t)]}$$

$$\Phi_e(z) = \frac{E(z)}{R(z)} = \frac{\mathcal{Z}[e^*(t)]}{\mathcal{Z}[r^*(t)]}$$

$$C(s) = G(s)E^*(s)$$

$$E(s) = R(s) - H(s)C(s)$$

$$= R(s) - H(s)G(s)E^*(s)$$

闭环系统的脉冲传递函数 (续)

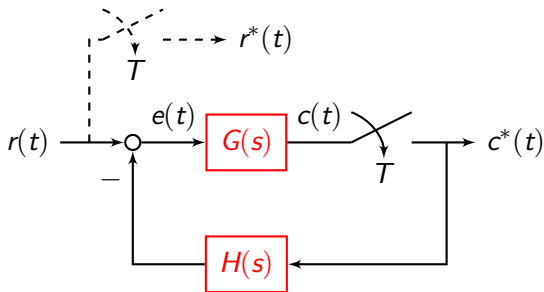
$$\begin{aligned} E^*(s) &= R^*(s) - HG^*(s)E^*(s) \\ &= \frac{R^*(s)}{1 + HG^*(s)} \end{aligned}$$

$$\Phi_e(z) = \frac{1}{1 + HG(z)}$$

$$\begin{aligned} C^*(s) &= G^*(s)E^*(s) \\ &= \frac{G^*(s)R^*(s)}{1 + HG^*(s)} \end{aligned}$$

$$\Phi(z) = \frac{G(z)}{1 + HG(z)}$$

闭环系统的脉冲传递函数示例:



● 解:

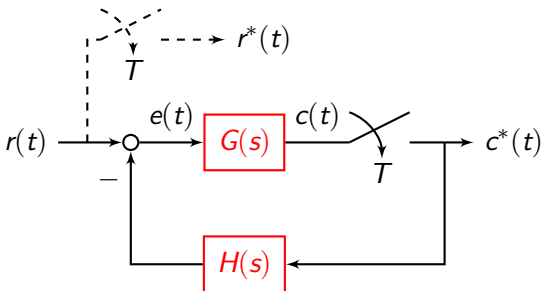
$$E(s) = R(s) - H(s)C^*(s)$$

$$C(s) = G(s)E(s) = G(s)R(s) - G(s)H(s)C^*(s)$$

$$C^*(s) = GR^*(s) - GH^*(s)C^*(s) = \frac{GR^*(s)}{1 + GH^*(s)}$$

● 没有闭环脉冲传递函数

闭环系统的脉冲传递函数示例:



● 解:

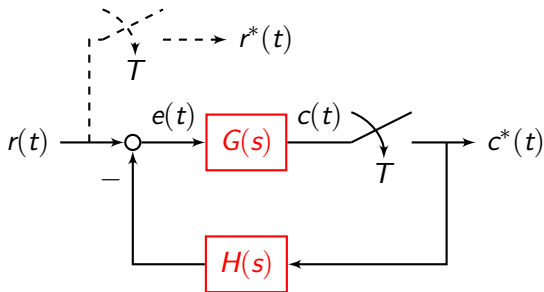
$$E(s) = R(s) - H(s)C^*(s)$$

$$C(s) = G(s)E(s) = G(s)R(s) - G(s)H(s)C^*(s)$$

$$C^*(s) = GR^*(s) - GH^*(s)C^*(s) = \frac{GR^*(s)}{1 + GH^*(s)}$$

● 没有闭环脉冲传递函数

闭环系统的脉冲传递函数示例:



● 解:

$$E(s) = R(s) - H(s)C^*(s)$$

$$C(s) = G(s)E(s) = G(s)R(s) - G(s)H(s)C^*(s)$$

$$C^*(s) = GR^*(s) - GH^*(s)C^*(s) = \frac{GR^*(s)}{1 + GH^*(s)}$$

● 没有闭环脉冲传递函数

Topic

- ① 差分方程
- ② 脉冲传递函数
- ③ 开环系统的脉冲传递函数
- ④ 闭环系统的脉冲传递函数
- ⑤ 修正 Z 变换

$c^*(t)$ 与 $c(t)$

- 采样间隔 τ 要远小于系统最小时间常数
- $c(nT)$ 不能反映采样间隔中的信息
- $G(s)$ 要满足: $n \geq m + 2$, 否则 $c^*(t)$ 与 $c(t)$ 差别较大.

$c^*(t)$ 与 $c(t)$

- 采样间隔 τ 要远小于系统最小时间常数
- $c(nT)$ 不能反映采样间隔中的信息
- $G(s)$ 要满足: $n \geq m + 2$, 否则 $c^*(t)$ 与 $c(t)$ 差别较大.

$c^*(t)$ 与 $c(t)$

- 采样间隔 τ 要远小于系统最小时间常数
- $c(nT)$ 不能反映采样间隔中的信息
- $G(s)$ 要满足: $n \geq m + 2$, 否则 $c^*(t)$ 与 $c(t)$ 差别较大.

$c^*(t)$ 与 $c(t)$

- 采样间隔 τ 要远小于系统最小时间常数
- $c(nT)$ 不能反映采样间隔中的信息
- $G(s)$ 要满足: $n \geq m + 2$, 否则 $c^*(t)$ 与 $c(t)$ 差别较大.

修正 Z 变换

● 目的: 求取采样间隔中的输出值

● 原理:

● 将周期为 T 的原输入采样信号序列 $r^*(t)$ 再次以周期 $\frac{T}{n}$ 采样, 即得: $R'(z) = R(z^n)$

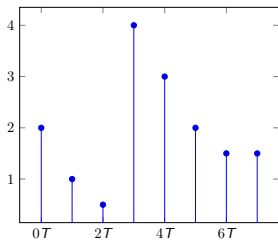
● 计算在采样周期 $\frac{T}{n}$ 下的响应, 即得到原采样间隔中的值.

● 方法:

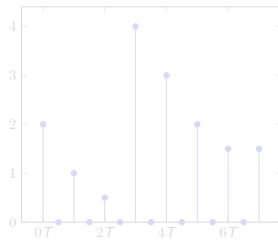
● 原输入信号 Z 变换为 $R(z)$, 将 z 替换为: z^n .

● 以 $\frac{T}{n}$ 重新计算系统脉冲传递函数.

$R(z)$



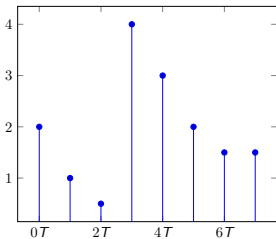
$R(z^2), (T' = \frac{T}{2})$



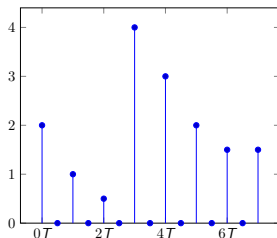
修正 Z 变换

- 目的: 求取采样间隔中的输出值
- 原理:
 - 将周期为 T 的原输入采样信号序列 $r^*(t)$ 再次以周期 $\frac{T}{n}$ 采样, 即得: $R'(z) = R(z^n)$
 - 计算在采样周期 $\frac{T}{n}$ 下的响应, 即得到原采样间隔中的值.
- 方法:
 - 原输入信号 Z 变换为 $R(z)$, 将 z 替换为: z^n .
 - 以 $\frac{T}{n}$ 重新计算系统脉冲传递函数.

$R(z)$

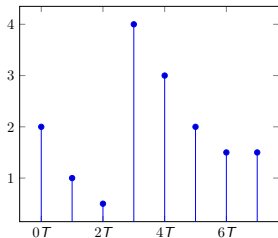
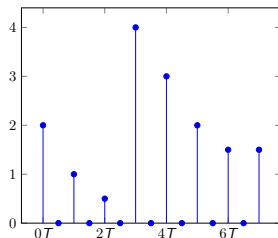


$R(z^2), (T' = \frac{T}{2})$



修正 Z 变换

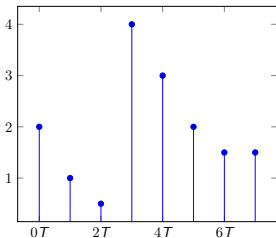
- 目的: 求取采样间隔中的输出值
- 原理:
 - 将周期为 T 的原输入采样信号序列 $r^*(t)$ 再次以周期 $\frac{T}{n}$ 采样, 即得: $R'(z) = R(z^n)$
 - 计算在采样周期 $\frac{T}{n}$ 下的响应, 即得到原采样间隔中的值.
- 方法:
 - 原输入信号 Z 变换为 $R(z)$, 将 z 替换为: z^n .
 - 以 $\frac{T}{n}$ 重新计算系统脉冲传递函数.

 $R(z)$  $R(z^2), (T' = \frac{T}{2})$ 

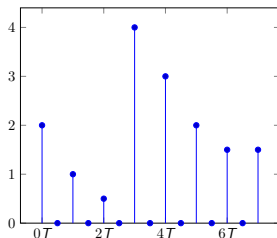
修正 Z 变换

- 目的: 求取采样间隔中的输出值
- 原理:
 - 将周期为 T 的原输入采样信号序列 $r^*(t)$ 再次以周期 $\frac{T}{n}$ 采样, 即得: $R'(z) = R(z^n)$
 - 计算在采样周期 $\frac{T}{n}$ 下的响应, 即得到原采样间隔中的值.
- 方法:
 - 原输入信号 Z 变换为 $R(z)$, 将 z 替换为: z^n .
 - 以 $\frac{T}{n}$ 重新计算系统脉冲传递函数.

$R(z)$



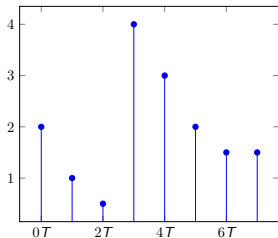
$R(z^2), (T' = \frac{T}{2})$



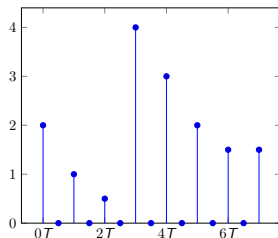
修正 Z 变换

- 目的: 求取采样间隔中的输出值
- 原理:
 - 将周期为 T 的原输入采样信号序列 $r^*(t)$ 再次以周期 $\frac{T}{n}$ 采样, 即得: $R'(z) = R(z^n)$
 - 计算在采样周期 $\frac{T}{n}$ 下的响应, 即得到原采样间隔中的值.
- 方法:
 - 原输入信号 Z 变换为 $R(z)$, 将 z 替换为: z^n .
 - 以 $\frac{T}{n}$ 重新计算系统脉冲传递函数.

$R(z)$



$R(z^2), (T' = \frac{T}{2})$



修正 Z 变换示例:

$$G(z) = \frac{z}{z - e^{-T}}$$

$T = 1$, $r(t) = 1(t)$, 要求每采样周期中间插入两点.

● 解:

$$G(z) = \frac{z}{z - e^{-1/3}}$$

$$r(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}}$$

$$\begin{aligned} r'(z) &= r(z^3) \\ &= \frac{1}{1 - z^{-3}} \end{aligned}$$

$$c'(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}e^{-1/3}} \cdot \frac{1}{1 - z^{-3}}$$