

# 线性系统的频域分析法

## 频率分析介绍

邢超

# Outline

- 1 频率法基本概念
- 2 频率特性的图示表示法

# Topic

## 1 频率法基本概念

## 2 频率特性的图示表示法

## 频域法特点:

- ① 工程使用广泛, 有自己一套指标体系
- ② 时域与频域指标可由经验公式相互转化
- ③ 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性, 频率特性可由实验测定
- ④ 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
- ⑤ 可以方便地设计出各种滤波器

# 频域法特点:

- ① 工程使用广泛, 有自己一套指标体系
- ② 时域与频域指标可由经验公式相互转化
- ③ 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性, 频率特性可由实验测定
- ④ 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
- ⑤ 可以方便地设计出各种滤波器

## 频域法特点:

- ① 工程使用广泛, 有自己一套指标体系
- ② 时域与频域指标可由经验公式相互转化
- ③ 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性, 频率特性可由实验测定
- ④ 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
- ⑤ 可以方便地设计出各种滤波器

## 频域法特点:

- ① 工程使用广泛, 有自己一套指标体系
- ② 时域与频域指标可由经验公式相互转化
- ③ 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性, 频率特性可由实验测定
- ④ 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
- ⑤ 可以方便地设计出各种滤波器

## 频域法特点:

- ① 工程使用广泛, 有自己一套指标体系
- ② 时域与频域指标可由经验公式相互转化
- ③ 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性, 频率特性可由实验测定
- ④ 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
- ⑤ 可以方便地设计出各种滤波器

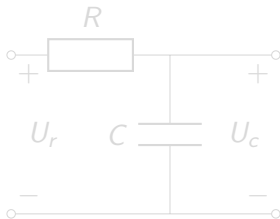


## 频域法特点:

- ① 工程使用广泛, 有自己一套指标体系
- ② 时域与频域指标可由经验公式相互转化
- ③ 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的稳定性, 频率特性可由实验测定
- ④ 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
- ⑤ 可以方便地设计出各种滤波器

# 频率特性基本概念

RC 网络:



$$U_r = U_c + RC\dot{U}_c$$

$$U_r(s) = U_c(s) + RsU_c(s)$$

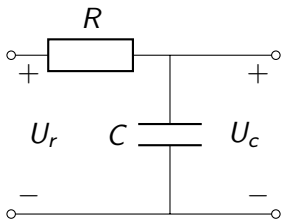
传递函数:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{U_c(s)}{U_r(s)} \\ &= \frac{1}{1 + RCs} \\ &= \frac{1}{1 + Ts} \end{aligned}$$

其中,  $T = RC$ ,

# 频率特性基本概念

RC 网络:



$$U_r = U_c + RC\dot{U}_c$$

$$U_r(s) = U_c(s) + RsU_c(s)$$

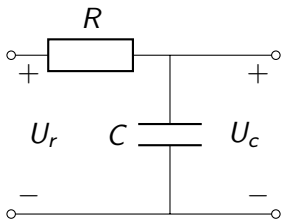
传递函数:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{U_c(s)}{U_r(s)} \\ &= \frac{1}{1 + RCs} \\ &= \frac{1}{1 + Ts} \end{aligned}$$

其中,  $T = RC$ ,

# 频率特性基本概念

RC 网络:



$$U_r = U_c + RC\dot{U}_c$$

$$U_r(s) = U_c(s) + RsU_c(s)$$

传递函数:

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{U_c(s)}{U_r(s)} \\ &= \frac{1}{1 + RCs} \\ &= \frac{1}{1 + Ts} \end{aligned}$$

其中,  $T = RC$ ,

# 频率特性基本概念 (续)

- 当  $U_r = A \sin \omega t$  时,

$$U_c(s) = G(s)U_r(s)$$

$$U_c(t) = \frac{A\omega t}{1 + \omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

- 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

其中,  $\tan \beta = \omega T$ .

- 结论:

- 对线性系统而言, 输入为正弦信号, 输出也为相同频率的正弦信号, 但幅值与相位发生变化.
- 幅值变化: 输出是输入的  $\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$  倍
- 相角变化: 输出比输入滞后  $\arctan \omega T$ .

# 频率特性基本概念 (续)

- 当  $U_r = A \sin \omega t$  时,

$$U_c(s) = G(s) U_r(s)$$

$$U_c(t) = \frac{A\omega t}{1 + \omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

- 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

其中,  $\tan \beta = \omega T$ .

- 结论:

- 对线性系统而言, 输入为正弦信号, 输出也为相同频率的正弦信号, 但幅值与相位发生变化.
- 幅值变化: 输出是输入的  $\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$  倍
- 相角变化: 输出比输入滞后  $\arctan \omega T$ .

# 频率特性基本概念 (续)

- 当  $U_r = A \sin \omega t$  时,

$$U_c(s) = G(s) U_r(s)$$

$$U_c(t) = \frac{A\omega t}{1 + \omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

- 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

其中,  $\tan \beta = \omega T$ .

- 结论:

- 对线性系统而言, 输入为正弦信号, 输出也为相同频率的正弦信号, 但幅值与相位发生变化.
- 幅值变化: 输出是输入的  $\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$  倍
- 相角变化: 输出比输入滞后  $\arctan \omega T$ .

# 频率特性基本概念 (续)

- 当  $U_r = A \sin \omega t$  时,

$$U_c(s) = G(s) U_r(s)$$

$$U_c(t) = \frac{A\omega t}{1 + \omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

- 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

其中,  $\tan \beta = \omega T$ .

- 结论:

- 对线性系统而言, 输入为正弦信号, 输出也为相同频率的正弦信号, 但幅值与相位发生变化.
- 幅值变化: 输出是输入的  $\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$  倍
- 相角变化: 输出比输入滞后  $\arctan \omega T$ .



# 频率特性基本概念 (续)

- 当  $U_r = A \sin \omega t$  时,

$$U_c(s) = G(s) U_r(s)$$

$$U_c(t) = \frac{A\omega t}{1 + \omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

- 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

其中,  $\tan \beta = \omega T$ .

- 结论:

- 对线性系统而言, 输入为正弦信号, 输出也为相同频率的正弦信号, 但幅值与相位发生变化.
- 幅值变化: 输出是输入的  $\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$  倍
- 相角变化: 输出比输入滞后  $\arctan \omega T$ .

# 频率特性基本概念 (续)

- 当  $U_r = A \sin \omega t$  时,

$$U_c(s) = G(s) U_r(s)$$

$$U_c(t) = \frac{A\omega t}{1 + \omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

- 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

其中,  $\tan \beta = \omega T$ .

- 结论:
  - 对线性系统而言, 输入为正弦信号, 输出也为相同频率的正弦信号, 但幅值与相位发生变化.
  - 幅值变化: 输出是输入的  $\frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$  倍
  - 相角变化: 输出比输入滞后  $\arctan \omega T$ .

# 频率特性定义

- 幅频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的幅值比  $A(\omega)$
- 相频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的相角差  $\phi(\omega)$
- 令  $s = j\omega$ , 则

$$A(j\omega) = |G(j\omega)|$$

$$\phi(j\omega) = \angle G(j\omega)$$

# 频率特性定义

- 幅频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的幅值比  $A(\omega)$
- 相频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的相角差  $\phi(\omega)$
- 令  $s = j\omega$ , 则

$$A(j\omega) = |G(j\omega)|$$

$$\phi(j\omega) = \angle G(j\omega)$$

# 频率特性定义

- 幅频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的幅值比  $A(\omega)$
- 相频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的相角差  $\phi(\omega)$
- 令  $s = j\omega$ , 则

$$A(j\omega) = |G(j\omega)|$$

$$\phi(j\omega) = \angle G(j\omega)$$

# 频率特性定义

- 幅频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的幅值比  $A(\omega)$
- 相频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的相角差  $\phi(\omega)$
- 令  $s = j\omega$ , 则

$$A(j\omega) = |G(j\omega)|$$

$$\phi(j\omega) = \angle G(j\omega)$$

# Topic

1 频率法基本概念

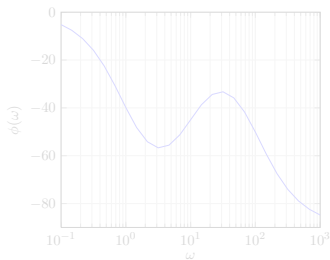
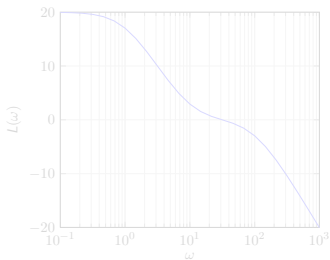
2 频率特性的图示表示法

# Bode 图

- 横坐标:  $\log_{10} \omega$
- 纵坐标:  $L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega), \phi(\omega)$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s + 1)}{(s + 1)(0.01s + 1)}$$



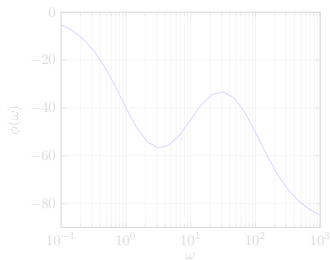
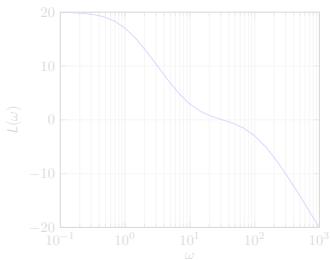


# Bode 图

- 横坐标:  $\log_{10} \omega$
- 纵坐标:  $L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega), \phi(\omega)$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s + 1)}{(s + 1)(0.01s + 1)}$$

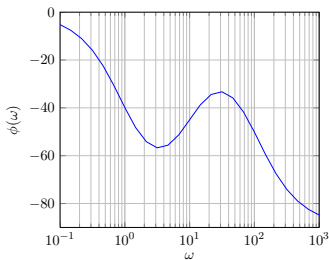
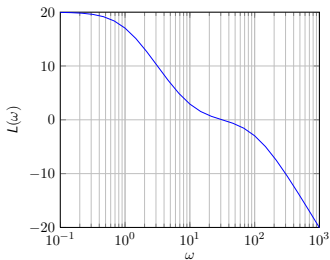


# Bode 图

- 横坐标:  $\log_{10} \omega$
- 纵坐标:  $L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega), \phi(\omega)$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s + 1)}{(s + 1)(0.01s + 1)}$$

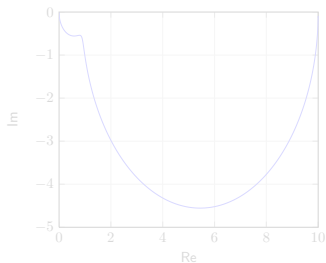


# Nyquist 图

- 横坐标:  $\Re[G(j\omega)]$
- 纵坐标:  $\Im[G(j\omega)]$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s + 1)}{(s + 1)(0.01s + 1)}$$

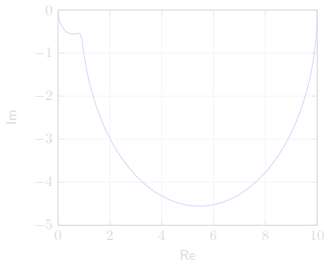


# Nyquist 图

- 横坐标:  $\Re[G(j\omega)]$
- 纵坐标:  $\Im[G(j\omega)]$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s + 1)}{(s + 1)(0.01s + 1)}$$

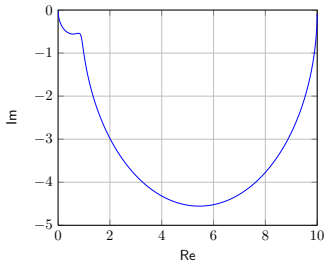


# Nyquist 图

- 横坐标:  $\Re[G(j\omega)]$
- 纵坐标:  $\Im[G(j\omega)]$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s + 1)}{(s + 1)(0.01s + 1)}$$

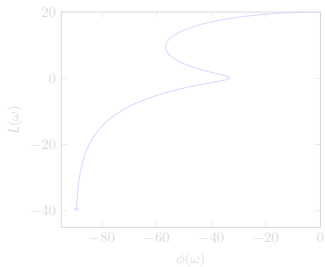


# Nichols 图

- 横坐标:  $\phi(j\omega)$
- 纵坐标:  $20 \log_{10} A(\omega)$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s + 1)}{(s + 1)(0.01s + 1)}$$

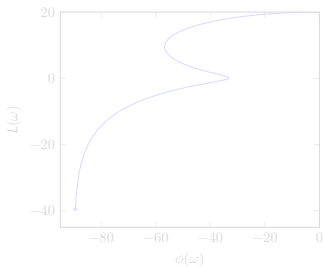


# Nichols 图

- 横坐标:  $\phi(j\omega)$
- 纵坐标:  $20 \log_{10} A(\omega)$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s + 1)}{(s + 1)(0.01s + 1)}$$



# Nichols 图

- 横坐标:  $\phi(j\omega)$
- 纵坐标:  $20 \log_{10} A(\omega)$

例:

$$G(s) = \frac{10(0.1s + 1)}{(s + 1)(0.01s + 1)}$$

