自动控制系统的数学模型

结构图和信号流图

Outline

Topic

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
  - 形象直观
  - 可以评价各元部件对系统性能的影响
  - 工程上使用广泛
  - 可描述线性或非线性系统
  - 同一结构图可用不同元器件构成实现
  - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
  - 形象直观
  - 可以评价各元部件对系统性能的影响
  - 工程上使用广泛
  - 可描述线性或非线性系统
  - 同一结构图可用不同元器件构成实现
  - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
  - 形象直观
  - 可以评价各元部件对系统性能的影响
  - 工程上使用广泛
  - 可描述线性或非线性系统
  - 同一结构图可用不同元器件构成实现
  - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
  - 形象直观
  - 可以评价各元部件对系统性能的影响
  - 工程上使用广泛
  - 可描述线性或非线性系统
  - 同一结构图可用不同元器件构成实现
  - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
  - 形象直观
  - 可以评价各元部件对系统性能的影响
  - 工程上使用广泛
  - 可描述线性或非线性系统
  - 同一结构图可用不同元器件构成实现
  - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
  - 形象直观
  - 可以评价各元部件对系统性能的影响
  - 工程上使用广泛
  - 可描述线性或非线性系统
  - 同一结构图可用不同元器件构成实现
  - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
  - 形象直观
  - 可以评价各元部件对系统性能的影响
  - 工程上使用广泛
  - 可描述线性或非线性系统
  - 同一结构图可用不同元器件构成实现
  - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
  - 形象直观
  - 可以评价各元部件对系统性能的影响
  - 工程上使用广泛
  - 可描述线性或非线性系统
  - 同一结构图可用不同元器件构成实现
  - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

结构图特点

- 结构图是系统中各元件功能和信号流向的图解，它表示系统中各元部件的相互连接以及信号在系统中的传递路线。
- 特点
  - 形象直观
  - 可以评价各元部件对系统性能的影响
  - 工程上使用广泛
  - 可描述线性或非线性系统
  - 同一结构图可用不同元器件构成实现
  - 对于某一确定系统或元件，其结构图不是唯一的

系统结构图的组成及绘制

组成：4 个基本单元

- 信号线
- 引出点（分支点）
- 比较点（累加点）
- 传递函数环节

系统结构图的组成及绘制

组成：4 个基本单元

- 信号线
- 引出点（分支点）
- 比较点（累加点）
- 传递函数环节

系统结构图的组成及绘制

组成：4 个基本单元

- 信号线
- 引出点（分支点）
- 比较点（累加点）
- 传递函数环节

系统结构图的组成及绘制

组成：4 个基本单元

- 信号线
- 引出点（分支点）
- 比较点（累加点）
- 传递函数环节

系统结构图的组成及绘制

组成：4 个基本单元

- 信号线
- 引出点（分支点）
- 比较点（累加点）
- 传递函数环节

环节连接方式

3 种连接方式：

- 串联
- 并联
- 反馈

环节连接方式

3 种连接方式：

- 串联
- 并联
- 反馈

环节连接方式

3 种连接方式：

- 串联
- 并联
- 反馈

环节连接方式

3 种连接方式：

- 串联
- 并联
- 反馈

串联

结构图

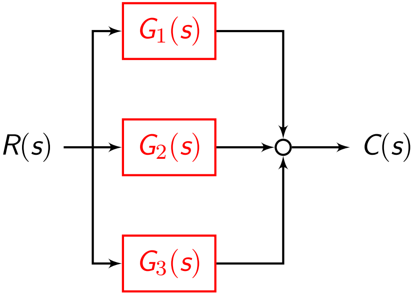
$$R(s) \longrightarrow \boxed{G_1(s)} \longrightarrow \boxed{G_2(s)} \longrightarrow \boxed{G_3(s)} \longrightarrow C(s)$$

传递函数计算

- 等效传递函数等于各环节传递函数的乘积

并联

结构图

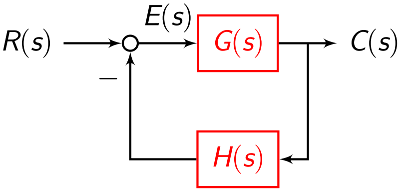


传递函数计算

- 等效传递函数等于各环节传递函数的代数和

反馈

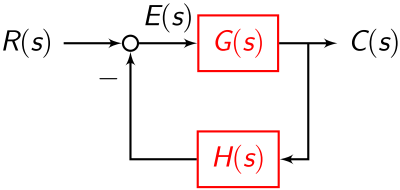
结构图



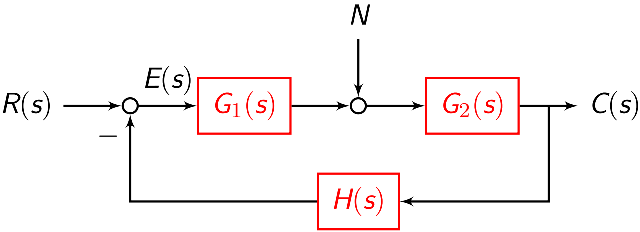
结构图

反馈

结构图



结构图



术语介绍：

- 开环系统传递函数：$G_{open}(s) = G(s)H(s)$
- 误差传递函数：$\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$
- 扰动传递函数：$\Phi_f(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$
- 闭环传递函数：$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

术语介绍：

- 开环系统传递函数：$G_{open}(s) = G(s)H(s)$
- 误差传递函数：$\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$
- 扰动传递函数：$\Phi_f(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$
- 闭环传递函数：$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

术语介绍：

- 开环系统传递函数：$G_{open}(s) = G(s)H(s)$
- 误差传递函数：$\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$
- 扰动传递函数：$\Phi_f(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$
- 闭环传递函数：$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

术语介绍：

- 开环系统传递函数：$G_{open}(s) = G(s)H(s)$
- 误差传递函数：$\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$
- 扰动传递函数：$\Phi_f(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$
- 闭环传递函数：$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

术语介绍：

- 开环系统传递函数：$G_{open}(s) = G(s)H(s)$
- 误差传递函数：$\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$
- 扰动传递函数：$\Phi_f(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$
- 闭环传递函数：$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

Topic

结构图化简

- 目地: 求系统的闭环传递函数 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$
- 化简方法:
  - 串、并、反馈连接
  - 比较点、分支点移动

结构图化简

- 目地: 求系统的闭环传递函数 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$
- 化简方法:
  - 串、并、反馈连接
  - 比较点、分支点移动

结构图化简

- 目地: 求系统的闭环传递函数 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$
- 化简方法:
  - 串、并、反馈连接
  - 比较点、分支点移动

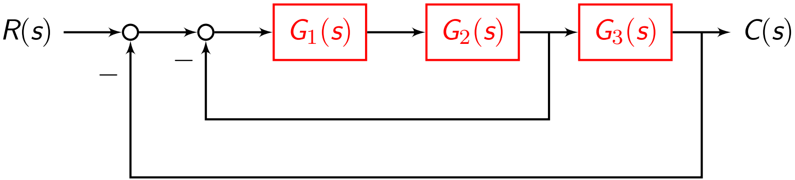
结构图化简

- 目地: 求系统的闭环传递函数 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$
- 化简方法:
  - 串、并、反馈连接
  - 比较点、分支点移动

结构图化简

- 目地: 求系统的闭环传递函数 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$
- 化简方法：
  - 串、并、反馈连接
  - 比较点、分支点移动

例：求 $\Phi(s)=\dfrac{C(s)}{R(s)}$：

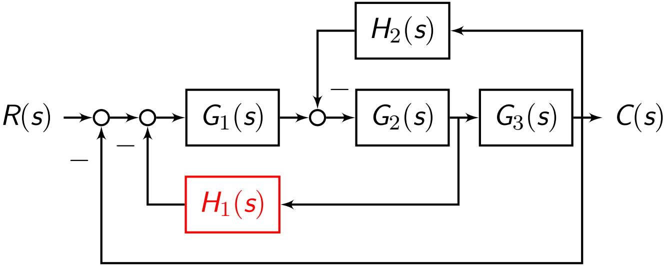


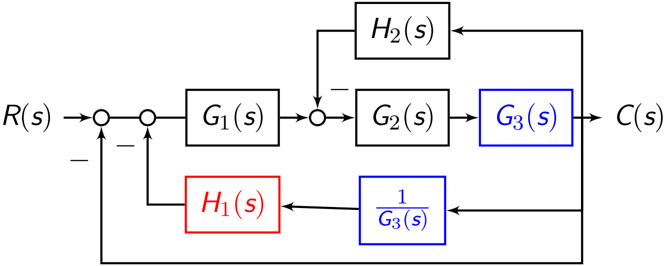
$$G(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)} \tag{1}$$

$$\Phi(s) = \frac{G(s)G_3(s)}{1+G(s)G_3(s)} \tag{2}$$

$$\Phi(s) = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)}{1+G_1(s)G_2(s)+G_1(s)G_2(s)G_3(s)} \tag{3}$$

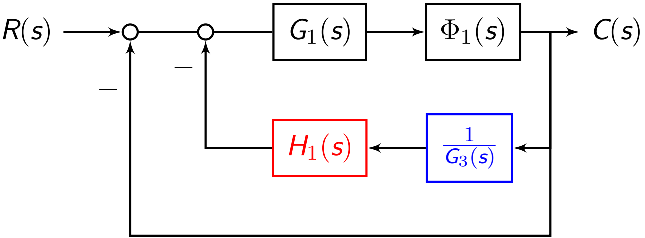
例：结构图化简



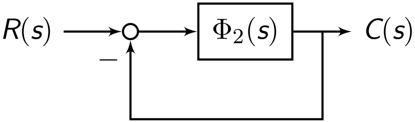


例: 结构图化简 (续)

内回路化为 $\Phi_1(s)$



内回路化为 $\Phi_2(s)$



例: 结构图化简 (续)

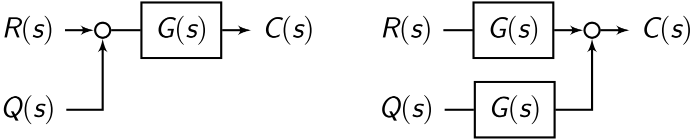
$$
\begin{aligned}
\Phi_1(s) &= \frac{G_2G_3}{1+G_2G_3H_2} && (4)\\
\Phi_2(s) &= \frac{G_1\Phi_1}{1+H_1G_1\Phi_1/G_3} && (5)\\
&= \frac{G_1G_2G_3}{1+G_2G_3H_2+G_1G_2H_1} && (6)\\
\Phi(s) &= \frac{\Phi_2}{1+\Phi_2} && (7)\\
&= \frac{G_1G_2G_3}{1+G_2G_3H_2+G_1G_2H_1+G_1G_2G_3} && (8)\\
& && (9)
\end{aligned}
$$

结构图变换规则：各通道传递函数不变，即等效变换

Topic

比较点移动

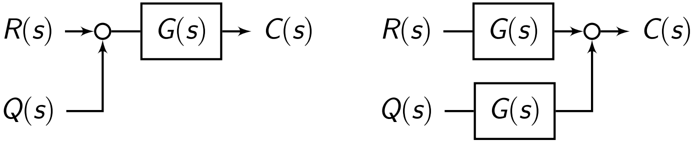
比较点移动



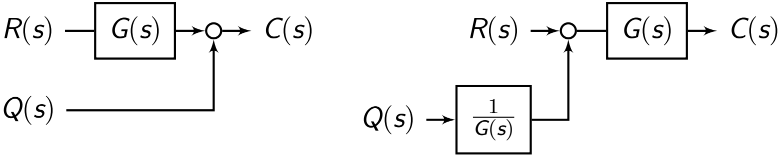
比较点移动

比较点移动

比较点移动

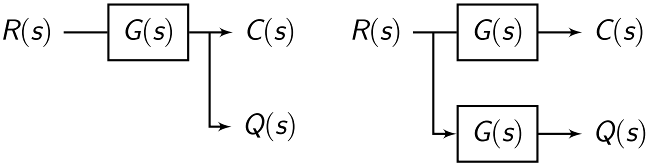


比较点移动



分支点移动

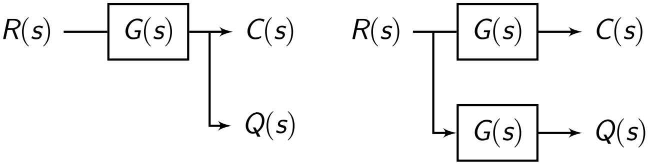
分支点移动



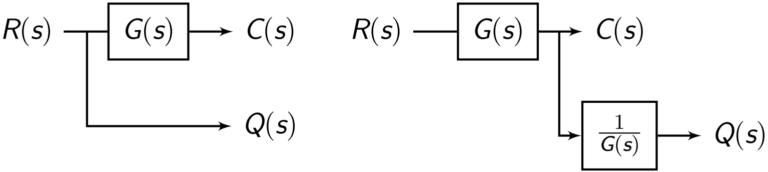
分支点移动

分支点移动

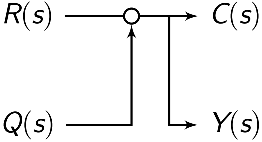
分支点移动

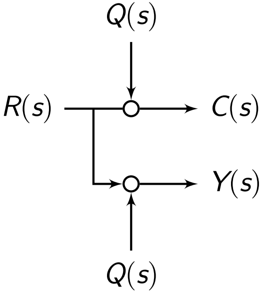


分支点移动

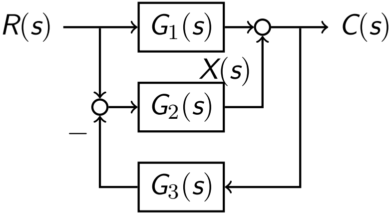


分支点与比较点的相互移动



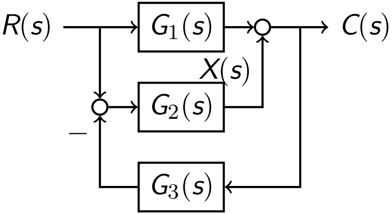


例 1: 化简结构图求 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

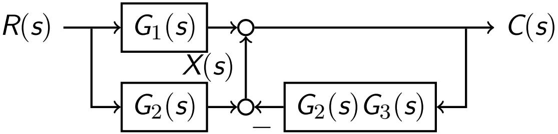


移动比较点

例 1: 化简结构图求 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$

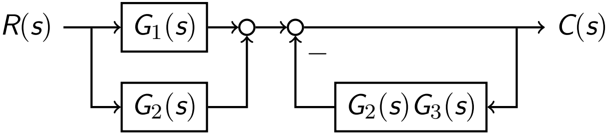


移动比较点



例 1: 继续化简

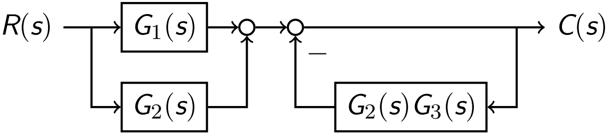
移动比较点



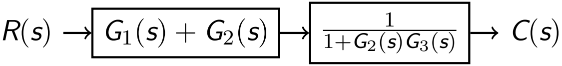
求解传递函数

例 1: 继续化简

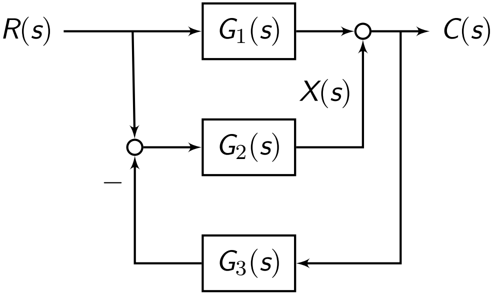
移动比较点



求解传递函数



例 1: 解方程求解 $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$



$$
\begin{aligned}
C(s) &= R(s)G_1 + X(s) \\
X(s) &= G_2(R(s) - C(s)G_3) \\
C(s) &= R(s)G_1 + G_2(R(s) - C(s)G_3) \\
\frac{C(s)}{R(s)} &= \frac{G_1 + G_2}{1 + G_2G_3}
\end{aligned}
$$

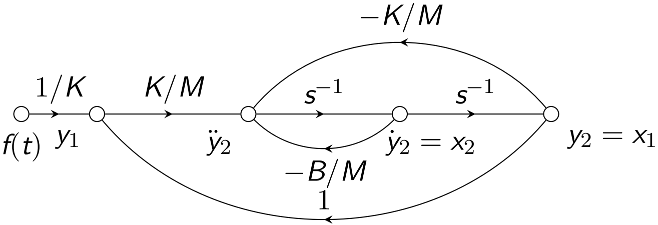
Topic

信号流图定义

由节点与有向支路构成的能表征系统功能与信号流动方向的图，称为系统的信号流图。

$$F(s) \circ \xrightarrow{H(s)} \circ\ Y(s)$$

结构图与信号流图



Topic

梅森公式

- 优点：不需要对结构图作任何变换，可以直接对复杂的结构图求取系统的闭环传递函数
- 梅森公式

$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{l}P_k\Delta_k$$

  - Δ：系统的特征多项式，Δ =1-(所有不同回路增益之和)+(所有两两不接触回路增益乘积之和)-(所有三个互不接触回路增益乘积之和)+...
  - P_k：第 k 条前向通道
  - Δ_k：系统结构图去除 P_k 后的特征多项式

梅森公式

- 优点：不需要对结构图作任何变换，可以直接对复杂的结构图求取系统的闭环传递函数
- 梅森公式

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{l} P_k \Delta_k$$

  - Δ：系统的特征多项式, Δ =1-(所有不同回路增益之和)+(所有两两不接触回路增益乘积之和)-(所有三个互不接触回路增益乘积之和)+...
  - P_k：第 k 条前向通道
  - Δ_k：系统结构图去除 P_k 后的特征多项式

梅森公式

- 优点：不需要对结构图作任何变换，可以直接对复杂的结构图求取系统的闭环传递函数
- 梅森公式

$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{l}P_k\Delta_k$$

  - Δ：系统的特征多项式, Δ =1-(所有不同回路增益之和)+(所有两两不接触回路增益乘积之和)-(所有三个互不接触回路增益乘积之和)+...
  - P_k：第 k 条前向通道
  - Δ_k：系统结构图去除 P_k 后的特征多项式

梅森公式

- 优点：不需要对结构图作任何变换，可以直接对复杂的结构图求取系统的闭环传递函数
- 梅森公式

$$G(s)=\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{l}P_k\Delta_k$$

  - Δ：系统的特征多项式, Δ =1-(所有不同回路增益之和)+(所有两两不接触回路增益乘积之和)-(所有三个互不接触回路增益乘积之和)+...
  - P_k：第 k 条前向通道
  - Δ_k：系统结构图去除 P_k 后的特征多项式

梅森公式

- 优点：不需要对结构图作任何变换，可以直接对复杂的结构图求取系统的闭环传递函数
- 梅森公式

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{l} P_k \Delta_k$$

  - Δ：系统的特征多项式, Δ =1-(所有不同回路增益之和)+(所有两两不接触回路增益乘积之和)-(所有三个互不接触回路增益乘积之和)+...
  - P_k：第 k 条前向通道
  - Δ_k：系统结构图去除 P_k 后的特征多项式

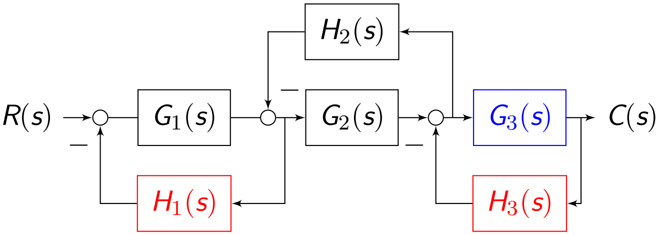
梅森公式

- 优点：不需要对结构图作任何变换，可以直接对复杂的结构图求取系统的闭环传递函数
- 梅森公式

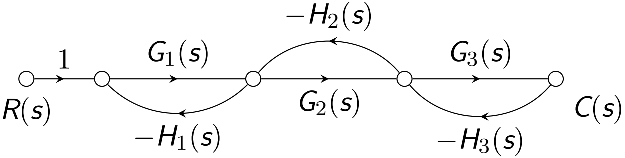
$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{l} P_k\Delta_k$$

  - Δ：系统的特征多项式, Δ =1-(所有不同回路增益之和)+(所有两两不接触回路增益乘积之和)-(所有三个互不接触回路增益乘积之和)+...
  - P_k：第 k 条前向通道
  - Δ_k：系统结构图去除 P_k 后的特征多项式

梅森公式示例 (结构图):

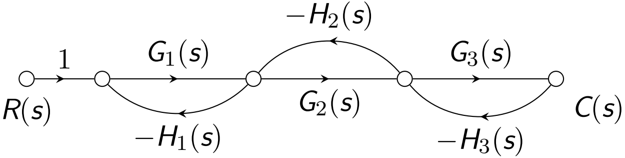


梅森公式示例（信号流图）：



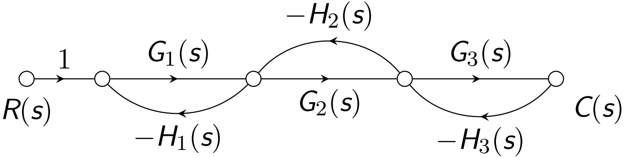
- $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta}\sum P_k\Delta_k$;
- $P_1 = G_1G_2G_3, L_1 = -G_1H_1, L_2 = -G_2H_2, L_3 = -G_3H_3$;
- $\Delta_1 = 1$;
- $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_3 =$
  $1 + G_1H_1 + H_2H_2 + G_3H_3 + G_1G_3H_1H_3$;
- $\Phi(s) = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_1H_1+G_2H_2+G_3H_3+G_1G_3H_1H_3}$.

梅森公式示例（信号流图）：



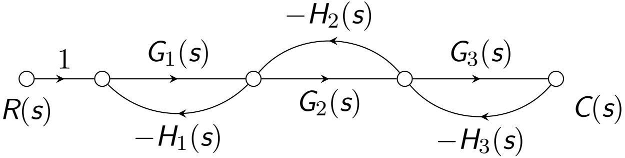
- $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta}\sum P_k \Delta_k$;
- $P_1 = G_1 G_2 G_3, L_1 = -G_1 H_1, L_2 = -G_2 H_2, L_3 = -G_3 H_3$;
- $\Delta_1 = 1$;
- $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_3 =$
  $1 + G_1 H_1 + H_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3$;
- $\Phi(s) = \frac{G_1 G_2 G_3}{1+G_1 H_1+G_2 H_2+G_3 H_3+G_1 G_3 H_1 H_3}$.

梅森公式示例（信号流图）：



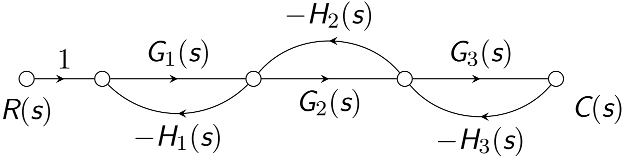
- $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta}\sum P_k\Delta_k$;
- $P_1 = G_1G_2G_3, L_1 = -G_1H_1, L_2 = -G_2H_2, L_3 = -G_3H_3$;
- $\Delta_1 = 1$;
- $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_3 =$
  $1 + G_1H_1 + H_2H_2 + G_3H_3 + G_1G_3H_1H_3$;
- $\Phi(s) = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_1H_1+G_2H_2+G_3H_3+G_1G_3H_1H_3}$.

梅森公式示例（信号流图）：



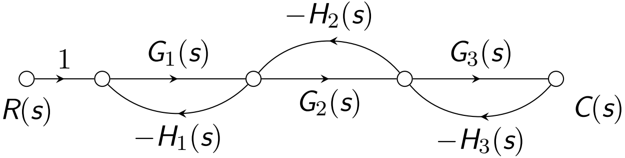
- $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta}\sum P_k\Delta_k$;
- $P_1 = G_1G_2G_3, L_1 = -G_1H_1, L_2 = -G_2H_2, L_3 = -G_3H_3$;
- $\Delta_1 = 1$;
- $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_3 = 1 + G_1H_1 + H_2H_2 + G_3H_3 + G_1G_3H_1H_3$;
- $\Phi(s) = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_1H_1+G_2H_2+G_3H_3+G_1G_3H_1H_3}$.

梅森公式示例（信号流图）：



- $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta}\sum P_k\Delta_k$;
- $P_1 = G_1G_2G_3, L_1 = -G_1H_1, L_2 = -G_2H_2, L_3 = -G_3H_3$;
- $\Delta_1 = 1$;
- $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_3 =$
  $1 + G_1H_1 + H_2H_2 + G_3H_3 + G_1G_3H_1H_3$;
- $\Phi(s) = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_1H_1+G_2H_2+G_3H_3+G_1G_3H_1H_3}$.

梅森公式示例（信号流图）：



- $\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum P_k \Delta_k$;
- $P_1 = G_1 G_2 G_3, L_1 = -G_1 H_1, L_2 = -G_2 H_2, L_3 = -G_3 H_3$;
- $\Delta_1 = 1$;
- $\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1 L_3 =$
  $1 + G_1 H_1 + H_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3$;
- $\Phi(s) = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_3 H_3 + G_1 G_3 H_1 H_3}$.