

线性系统校正方法

串联超前校正

Outline

① 串联超前校正原理与方法

② 超前校正示例

Topic

1 串联超前校正原理与方法

2 超前校正示例

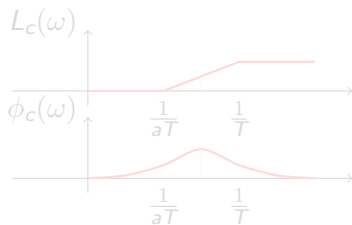
串联超前校正原理

利用超前校正网络的相角超前特性来提升系统的相角裕度 γ

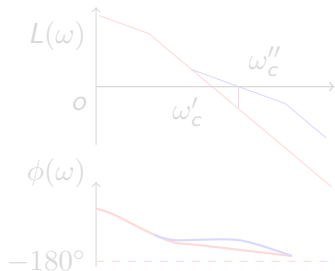
$$G_c(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}, a > 1$$

$$\phi_c(\omega) = \arctan(aT\omega) - \arctan(T\omega)$$

校正网络 Bode 图



超前校正示意图:



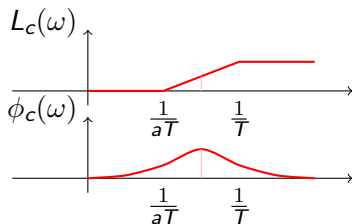
串联超前校正原理

利用超前校正网络的相角超前特性来提升系统的相角裕度 γ

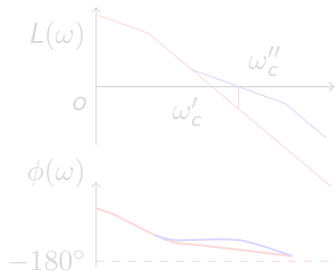
$$G_c(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}, a > 1$$

$$\phi_c(\omega) = \arctan(aT\omega) - \arctan(T\omega)$$

校正网络 Bode 图



超前校正示意图:



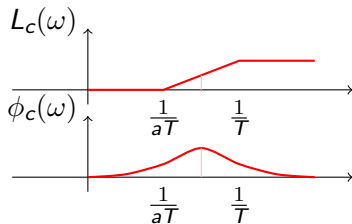
串联超前校正原理

利用超前校正网络的相角超前特性来提升系统的相角裕度 γ

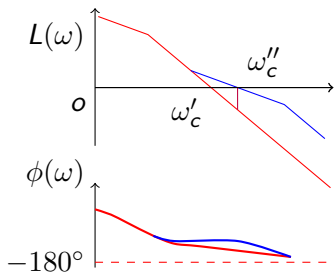
$$G_c(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts}, a > 1$$

$$\phi_c(\omega) = \arctan(aT\omega) - \arctan(T\omega)$$

校正网络 Bode 图



超前校正示意图:



超前校正网络分析

最大超前角:

$$\frac{d\phi_c(\omega)}{d\omega} = 0$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\phi_c(\omega_m) = 2 \arctan \sqrt{a} - \frac{\pi}{2}$$

$$= \arcsin \frac{a-1}{a+1}$$

工程中一般 $\phi_m \leq 60^\circ$, $a < 20$

幅值

$$\lg \omega_m = \frac{1}{2} (\lg \frac{1}{T} + \lg \frac{1}{aT})$$

$$\begin{aligned} L_c(\omega) &= 20 \lg \omega_m - 20 \lg \frac{1}{aT} \\ &= 10 \lg a \end{aligned}$$

- ω_m 位于 $\frac{1}{aT}$ 与 $\frac{1}{T}$ 的几何中心
- 超前网络设计使得设计后的 $\omega_c \approx \omega_m$, 以获得最大相角提升

超前校正网络分析

最大超前角:

$$\frac{d\phi_c(\omega)}{d\omega} = 0$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\begin{aligned}\phi_c(\omega_m) &= 2 \arctan \sqrt{a} - \frac{\pi}{2} \\ &= \arcsin \frac{a-1}{a+1}\end{aligned}$$

工程中一般 $\phi_m \leq 60^\circ$, $a < 20$

幅值

$$\lg \omega_m = \frac{1}{2}(\lg \frac{1}{T} + \lg \frac{1}{aT})$$

$$\begin{aligned}L_c(\omega) &= 20 \lg \omega_m - 20 \lg \frac{1}{aT} \\ &= 10 \lg a\end{aligned}$$

- ω_m 位于 $\frac{1}{aT}$ 与 $\frac{1}{T}$ 的几何中心
- 超前网络设计使得设计后的 $\omega_c \approx \omega_m$, 以获得最大相角提升

超前校正网络分析

最大超前角:

$$\frac{d\phi_c(\omega)}{d\omega} = 0$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\begin{aligned}\phi_c(\omega_m) &= 2 \arctan \sqrt{a} - \frac{\pi}{2} \\ &= \arcsin \frac{a-1}{a+1}\end{aligned}$$

工程中一般 $\phi_m \leq 60^\circ$, $a < 20$

幅值

$$\lg \omega_m = \frac{1}{2}(\lg \frac{1}{T} + \lg \frac{1}{aT})$$

$$\begin{aligned}L_c(\omega) &= 20 \lg \omega_m - 20 \lg \frac{1}{aT} \\ &= 10 \lg a\end{aligned}$$

- ω_m 位于 $\frac{1}{aT}$ 与 $\frac{1}{T}$ 的几何中心
- 超前网络设计使得设计后的 $\omega_c \approx \omega_m$, 以获得最大相角提升

超前校正网络分析

最大超前角:

$$\frac{d\phi_c(\omega)}{d\omega} = 0$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\begin{aligned}\phi_c(\omega_m) &= 2 \arctan \sqrt{a} - \frac{\pi}{2} \\ &= \arcsin \frac{a-1}{a+1}\end{aligned}$$

工程中一般 $\phi_m \leq 60^\circ$, $a < 20$

幅值

$$\lg \omega_m = \frac{1}{2}(\lg \frac{1}{T} + \lg \frac{1}{aT})$$

$$\begin{aligned}L_c(\omega) &= 20 \lg \omega_m - 20 \lg \frac{1}{aT} \\ &= 10 \lg a\end{aligned}$$

- ω_m 位于 $\frac{1}{aT}$ 与 $\frac{1}{T}$ 的几何中心
- 超前网络设计使得设计后的 $\omega_c \approx \omega_m$, 以获得最大相角提升

超前校正网络分析

最大超前角:

$$\frac{d\phi_c(\omega)}{d\omega} = 0$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\begin{aligned}\phi_c(\omega_m) &= 2 \arctan \sqrt{a} - \frac{\pi}{2} \\ &= \arcsin \frac{a-1}{a+1}\end{aligned}$$

工程中一般 $\phi_m \leq 60^\circ$, $a < 20$

幅值

$$\lg \omega_m = \frac{1}{2}(\lg \frac{1}{T} + \lg \frac{1}{aT})$$

$$\begin{aligned}L_c(\omega) &= 20 \lg \omega_m - 20 \lg \frac{1}{aT} \\ &= 10 \lg a\end{aligned}$$

- ω_m 位于 $\frac{1}{aT}$ 与 $\frac{1}{T}$ 的几何中心
- 超前网络设计使得设计后的 $\omega_c \approx \omega_m$, 以获得最大相角提升

适用范围

- 超前校正适用范围:
 - 原系统稳定, γ 不够
 - 希望的截止频率比原系统大, 主要用于提高系统的瞬态性能 (动态品质)

适用范围

- 超前校正适用范围:
 - 原系统稳定, γ 不够
 - 希望的截止频率比原系统大, 主要用于提高系统的瞬态性能 (动态品质)

适用范围

- 超前校正适用范围:
 - 原系统稳定, γ 不够
 - 希望的截止频率比原系统大, 主要用于提高系统的瞬态性能 (动态品质)

设计步聚 (设计参数 K, a, T)

- ① 根据 e_{ss} 的指标要求, 确定开环增益 K
- ② 计算未校正系统的 ω'_c, γ'
- ③ 转换时域指标到频域指标, 得到希望的 ω''_c, γ''
- ④ 设计超前校正网络的参数 a, T

• 确定 a :

$$L(\omega''_c) = -10 \lg a$$

• 确定 T :

$$\omega''_c = \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

- ⑤ 检验校正后系统的 ω_c, γ .

设计步聚 (设计参数 K, a, T)

- ① 根据 e_{ss} 的指标要求, 确定开环增益 K
- ② 计算未校正系统的 ω'_c, γ'
- ③ 转换时域指标到频域指标, 得到希望的 ω''_c, γ''
- ④ 设计超前校正网络的参数 a, T

- 确定 a :

$$L(\omega''_c) = -10 \lg a$$

- 确定 T :

$$\omega''_c = \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

- ⑤ 检验校正后系统的 ω_c, γ .

设计步聚 (设计参数 K, a, T)

- ① 根据 e_{ss} 的指标要求, 确定开环增益 K
- ② 计算未校正系统的 ω'_c, γ'
- ③ 转换时域指标到频域指标, 得到希望的 ω''_c, γ''
- ④ 设计超前校正网络的参数 a, T

- 确定 a :

$$L(\omega''_c) = -10 \lg a$$

- 确定 T :

$$\omega''_c = \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

- ⑤ 检验校正后系统的 ω_c, γ .

设计步聚 (设计参数 K, a, T)

- ① 根据 e_{ss} 的指标要求, 确定开环增益 K
- ② 计算未校正系统的 ω'_c, γ'
- ③ 转换时域指标到频域指标, 得到希望的 γ''
- ④ 设计超前校正网络的参数 a, T

• 确定 a :

$$\phi_m = \gamma'' - \gamma' + \epsilon$$

$$a = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$

• 确定 T :

$$L(\omega''_c) = -10 \lg a$$

$$\omega''_c = \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

- ⑤ 检验校正后系统的 γ .

设计步聚 (设计参数 K, a, T)

- ① 根据 e_{ss} 的指标要求, 确定开环增益 K
- ② 计算未校正系统的 ω'_c, γ'
- ③ 转换时域指标到频域指标, 得到希望的 γ''
- ④ 设计超前校正网络的参数 a, T
 - 确定 a :

$$\phi_m = \gamma'' - \gamma' + \epsilon$$

$$a = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$

- 确定 T :

$$L(\omega''_c) = -10 \lg a$$

$$\omega''_c = \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

- ⑤ 检验校正后系统的 γ .

设计步聚 (设计参数 K, a, T)

- ① 根据 e_{ss} 的指标要求, 确定开环增益 K
- ② 计算未校正系统的 ω'_c, γ'
- ③ 转换时域指标到频域指标, 得到希望的 γ''
- ④ 设计超前校正网络的参数 a, T
 - 确定 a :

$$\phi_m = \gamma'' - \gamma' + \epsilon$$

$$a = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$

- 确定 T :

$$L(\omega''_c) = -10 \lg a$$

$$\omega''_c = \omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

- ⑤ 检验校正后系统的 γ .

Topic

① 串联超前校正原理与方法

② 超前校正示例

超前校正示例 1

单位负反馈开环传递函数 $G(s) = \frac{200}{s(0.1s+1)}$ ，设计校正网络，使已校正系统相角裕度 $\gamma'' \geq 45^\circ$ ，截止频率 $\omega_c'' \geq 50\text{rad/s}$ 。

● 解：

$$L(\omega) = \begin{cases} 20 \lg \frac{200}{\omega} & \omega < 10 \\ 20 \lg \frac{200}{0.1\omega^2} & \omega \geq 10 \end{cases}$$

$$\omega_c' = 44.7$$

$$< \omega_c''$$

$$\gamma' = 12.6^\circ$$

$$< \gamma''$$

选择超前校正网络。

超前校正示例 1

单位负反馈开环传递函数 $G(s) = \frac{200}{s(0.1s+1)}$ ，设计校正网络，使已校正系统相角裕度 $\gamma'' \geq 45^\circ$ ，截止频率 $\omega_c'' \geq 50\text{rad/s}$ 。

● 解：

$$L(\omega) = \begin{cases} 20 \lg \frac{200}{\omega} & \omega < 10 \\ 20 \lg \frac{200}{0.1\omega^2} & \omega \geq 10 \end{cases}$$

$$\omega_c' = 44.7$$

$$< \omega_c''$$

$$\gamma' = 12.6^\circ$$

$$< \gamma''$$

选择超前校正网络。

超前校正示例 1(续) 求 a

- 先根据 ϕ_m 尝试确定参数 a

$$\phi_m = \gamma'' - \gamma' + \epsilon$$

$$\epsilon = 10^\circ$$

$$\phi_m = 45^\circ - 12.6^\circ + 10^\circ$$

$$= 42.4^\circ$$

$$a = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m}$$

$$= 5.1$$

其中 ϵ 是因为估算有误差而留的余量.

超前校正示例 1(续) 求 T

● 求解 T

$$L(\omega_c'') + 10 \lg a = 0$$

$$20 \lg \frac{2000}{(\omega_c'')^2} + 20 \lg \sqrt{a} = 0$$

$$\frac{2000\sqrt{5}}{(\omega_c'')^2} = 1$$

$$\omega_c'' = 66.9$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\omega_c'' = \omega_m$$

$$T = 0.0066$$

● 计算此时的相角裕度:

$$\begin{aligned}\gamma'' &= 180^\circ + 42.4^\circ - 90^\circ - \arctan(0.1\omega_c'') \\ &= 50.9^\circ\end{aligned}$$

超前校正示例 1(续) 求 T

- 求解 T

$$L(\omega_c'') + 10 \lg a = 0$$

$$20 \lg \frac{2000}{(\omega_c'')^2} + 20 \lg \sqrt{a} = 0$$

$$\frac{2000\sqrt{5}}{(\omega_c'')^2} = 1$$

$$\omega_c'' = 66.9$$

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\omega_c'' = \omega_m$$

$$T = 0.0066$$

- 计算此时的相角裕度:

$$\begin{aligned}\gamma'' &= 180^\circ + 42.4^\circ - 90^\circ - \arctan(0.1\omega_c'') \\ &= 50.9^\circ\end{aligned}$$

超前校正示例 2

$G(s) = \frac{K}{s(s+1)}$, 设计校正网络使 $\gamma'' \geq 45^\circ$, 单位斜坡作用下
 $e_{ss} \leq \frac{1}{15}$

● 解: 根据稳态误差要求, 得:

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \frac{1}{K} \leq \frac{1}{15} \\ K &\geq 15 \end{aligned}$$

取 $K = 15$.

$$\begin{aligned} L(\omega) &= \begin{cases} 20 \lg \frac{15}{\omega} & \omega < 1 \\ 20 \lg \frac{15}{\omega^2} & \omega \geq 1 \end{cases} \\ \omega'_c &= 3.9 \\ \gamma' &= 14.5^\circ < 45^\circ \end{aligned}$$

选择超前校正网络.

超前校正示例 2

$G(s) = \frac{K}{s(s+1)}$ ，设计校正网络使 $\gamma'' \geq 45^\circ$ ，单位斜坡作用下
 $e_{ss} \leq \frac{1}{15}$

● 解：根据稳态误差要求，得：

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \frac{1}{K} \leq \frac{1}{15} \\ K &\geq 15 \end{aligned}$$

取 $K = 15$.

$$\begin{aligned} L(\omega) &= \begin{cases} 20 \lg \frac{15}{\omega} & \omega < 1 \\ 20 \lg \frac{15}{\omega^2} & \omega \geq 1 \end{cases} \\ \omega'_c &= 3.9 \\ \gamma' &= 14.5^\circ < 45^\circ \end{aligned}$$

选择超前校正网络.

超前校正示例 2(续) 求 a

- 先根据 ϕ_m 确定 a

$$\phi_m = \gamma'' - \gamma' + \epsilon$$

$$\epsilon = 10^\circ$$

$$\phi_m = 40.5^\circ$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m} \\ &= 4.7 \end{aligned}$$

其中 ϵ 是因为估算有误差而留的余量.

超前校正示例 2(续) 求 T

- 然后求解 T

$$\begin{aligned}L(\omega_c'') + 10 \lg a &= 0 \\20 \lg \frac{15}{(\omega_c'')^2} + 20 \lg \sqrt{a} &= 0 \\ \frac{15\sqrt{4.7}}{(\omega_c'')^2} &= 1 \\\omega_c'' &= 5.7 \\\omega_m &= \frac{1}{T\sqrt{a}} \\\omega_c'' &= \omega_m \\T &= 0.08\end{aligned}$$

- 计算此时的相角裕度:

$$\begin{aligned}\gamma'' &= 180^\circ + 40.5^\circ - 90^\circ - \arctan(\omega_c'') \\&= 50.5^\circ\end{aligned}$$

超前校正示例 2(续) 求 T

- 然后求解 T

$$\begin{aligned}L(\omega_c'') + 10 \lg a &= 0 \\20 \lg \frac{15}{(\omega_c'')^2} + 20 \lg \sqrt{a} &= 0 \\ \frac{15\sqrt{4.7}}{(\omega_c'')^2} &= 1 \\\omega_c'' &= 5.7 \\\omega_m &= \frac{1}{T\sqrt{a}} \\\omega_c'' &= \omega_m \\T &= 0.08\end{aligned}$$

- 计算此时的相角裕度:

$$\begin{aligned}\gamma'' &= 180^\circ + 40.5^\circ - 90^\circ - \arctan(\omega_c'') \\&= 50.5^\circ\end{aligned}$$

超前校正示例 3

单位负反馈 $G(s) = \frac{K}{s(0.05s+1)(0.2s+1)}$ ，设计超前校正网络使 $K_v \geq 5$, $\sigma\% \leq 25\%$, $t_s \leq 1s$

● 解：由性能指标知：

$$K = 5$$

$$\sigma\% = 0.16 + 0.4(M_r - 1)$$

$$0.25 = 0.16 + 0.4(M_r - 1)$$

$$M_r = 1.225$$

$$t_s = \frac{K_0 \pi}{\omega_c''}$$

$$K_0 = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2 = 2.5$$

$$\omega_c'' = 7.7$$

$$\gamma'' = \arcsin \frac{1}{M_r} = 55^\circ$$

超前校正示例 3

单位负反馈 $G(s) = \frac{K}{s(0.05s+1)(0.2s+1)}$ ，设计超前校正网络使
 $K_v \geq 5, \sigma\% \leq 25\%, t_s \leq 1s$

● 解：由性能指标知：

$$K = 5$$

$$\sigma\% = 0.16 + 0.4(M_r - 1)$$

$$0.25 = 0.16 + 0.4(M_r - 1)$$

$$M_r = 1.225$$

$$t_s = \frac{K_0 \pi}{\omega_c''}$$

$$K_0 = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2 = 2.5$$

$$\omega_c'' = 7.7$$

$$\gamma'' = \arcsin \frac{1}{M_r} = 55^\circ$$

超前校正示例 3(续) 频率特性分析

$$L(\omega) = \begin{cases} 20 \lg \frac{5}{\omega} & \omega < 5 \\ 20 \lg \frac{5}{0.2\omega^2} & 5 \leq \omega < 20 \\ 20 \lg \frac{5}{0.01\omega^3} & \omega \geq 20 \end{cases}$$

$$\omega'_c = 5$$

$$\begin{aligned} \gamma' &= 180^\circ - 90^\circ - \arctan 0.2\omega'_c - \arctan 0.05\omega'_c \\ &= 31.0^\circ \end{aligned}$$

选择超前校正网络.

超前校正示例 3(续): 计算 a

$$\omega_c'' = 7.7$$

$$L(\omega_c'') + 10 \lg a = 0$$

$$20 \lg \frac{5}{0.2(\omega_c'')^2} + 20 \lg \sqrt{a} = 0$$

$$\frac{5\sqrt{a}}{0.2(\omega_c'')^2} = 1$$

$$a = 5.6$$

超前校正示例 3(续): 根据截止频率计算 T ● 计算 T

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\omega_c'' = \omega_m$$

$$T = 0.055$$

$$\begin{aligned}\phi_m &= \arcsin \frac{a-1}{a+1} \\ &= 44^\circ\end{aligned}$$

● 计算此时的相角裕度:

$$\begin{aligned}\gamma'' &= 180^\circ + 44^\circ - 90^\circ - \arctan(0.05\omega_c'') - \arctan(0.2\omega_c'') \\ &= 56^\circ\end{aligned}$$

● 满足要求的超前校正网络为 $G(s) = \frac{1+0.3s}{1+0.055s}$

超前校正示例 3(续): 根据截止频率计算 T

- 计算 T

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

$$\omega_c'' = \omega_m$$

$$T = 0.055$$

$$\begin{aligned}\phi_m &= \arcsin \frac{a-1}{a+1} \\ &= 44^\circ\end{aligned}$$

- 计算此时的相角裕度:

$$\begin{aligned}\gamma'' &= 180^\circ + 44^\circ - 90^\circ - \arctan(0.05\omega_c'') - \arctan(0.2\omega_c'') \\ &= 56^\circ\end{aligned}$$

- 满足要求的超前校正网络为 $G(s) = \frac{1+0.3s}{1+0.055s}$