线性系统的频域分析法 频率分析介绍

邢超

Outline

1 频率法基本概念

② 频率特性的图示表示法

Topic

1 频率法基本概念

2 频率特性的图示表示法

- ① 工程使用广泛,有自己一套指标体系
- ② 时域与频域指标可由经验公式相互转化
- ③ 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的 稳定性, 频率特性可由实验测定
- ④ 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
- ⑤ 可以方便地设计出各种滤波器

- ① 工程使用广泛,有自己一套指标体系
- ② 时域与频域指标可由经验公式相互转化
- ③ 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的 稳定性, 频率特性可由实验测定
- ④ 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
- ⑤ 可以方便地设计出各种滤波器

- ① 工程使用广泛,有自己一套指标体系
- ② 时域与频域指标可由经验公式相互转化
- ③ 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的 稳定性, 频率特性可由实验测定
- ④ 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
- ⑤ 可以方便地设计出各种滤波器

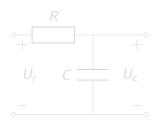
- ① 工程使用广泛,有自己一套指标体系
- ② 时域与频域指标可由经验公式相互转化
- ③ 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的 稳定性, 频率特性可由实验测定
- ④ 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
- ⑤ 可以方便地设计出各种滤波器

- ① 工程使用广泛,有自己一套指标体系
- ② 时域与频域指标可由经验公式相互转化
- ③ 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的 稳定性, 频率特性可由实验测定
- ④ 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
- ⑤ 可以方便地设计出各种滤波器

- ① 工程使用广泛,有自己一套指标体系
- ② 时域与频域指标可由经验公式相互转化
- ③ 根据 Nyquist 判据可由系统的开环频率特性判断闭环系统的 稳定性, 频率特性可由实验测定
- ④ 频率特性还可适用于典型非线性环节系统
- ⑤ 可以方便地设计出各种滤波器

频率特性基本概念

RC 网络



$$U_r = U_c + RC\dot{U}_c$$

$$L(s) = U_c(s) + RsU_c(s)$$

传递函数:

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)}$$

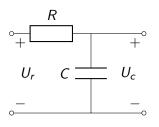
$$= \frac{1}{1 + RCs}$$

$$= \frac{1}{1 + Ts}$$

其中, T = RC,

频率特性基本概念

RC 网络:



$$U_r = U_c + RC\dot{U}_c$$

$$U_r(s) = U_c(s) + RsU_c(s)$$

传递函数:

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)}$$

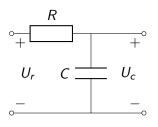
$$= \frac{1}{1 + RC}$$

$$= \frac{1}{1 + Ts}$$

其中, T = RC,

频率特性基本概念

RC 网络:



$$U_r = U_c + RC\dot{U}_c$$

$$U_r(s) = U_c(s) + RsU_c(s)$$

传递函数:

$$G(s) = \frac{U_c(s)}{U_r(s)}$$

$$= \frac{1}{1 + RCs}$$

$$= \frac{1}{1 + Ts}$$

其中, T = RC,

• 当 U_r = A sin ωt 时,

$$U_c(s) = G(s)U_r(s)$$

$$U_c(t) = \frac{A\omega t}{1 + \omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t - \beta)$$

- 结论
 - 对线性系统而言,输入为正弦信号,输出也为相同频率的正弦信号,但幅值与相位发生变化。

 - 。 相角变化: 输出比输入滞后 arctanωT

• 当 $U_r = A \sin \omega t$ 时,

$$U_c(s) = G(s)U_r(s)$$

$$U_c(t) = \frac{A\omega t}{1 + \omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

• 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

- 结论
 - 对线性系统而言,输入为正弦信号,输出也为相同频率的正弦信号,但幅值与相位发生变化。
 - 幅值变化: 輸出是輸入的 1/11/27 倍
 - 相角变化: 输出比输入滞后 $arctan \omega T$

• 当 $U_r = A \sin \omega t$ 时,

$$\begin{array}{lcl} U_c(s) & = & G(s)U_r(s) \\ U_c(t) & = & \frac{A\omega t}{1+\omega^2T^2}e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t - \beta) \end{array}$$

● 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t - \beta)$$

- 结论
 - 。对线性系统而言,输入为正弦信号,输出也为相同频率的正弦信号,但幅值与相位发生变化.
 - 幅值变化: 輸出是輸入的 1/11/22 倍
 - 。 相角变化: 输出比输入滞后 $arctan \omega T$

• 当 $U_r = A \sin \omega t$ 时,

$$U_c(s) = G(s)U_r(s)$$

$$U_c(t) = \frac{A\omega t}{1 + \omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t - \beta)$$

- 结论:
 - 对线性系统而言,输入为正弦信号,输出也为相同频率的正弦信号,但幅值与相位发生变化.
 - 幅值变化: 输出是输入的 $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}$ 倍
 - 。 相角变化: 输出比输入滞后 $arctan \omega T$

• 当 $U_r = A \sin \omega t$ 时,

$$U_c(s) = G(s)U_r(s)$$

$$U_c(t) = \frac{A\omega t}{1 + \omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

● 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t - \beta)$$

- 结论:
 - 对线性系统而言,输入为正弦信号,输出也为相同频率的正弦信号,但幅值与相位发生变化.
 - 幅值变化: 输出是输入的 $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}$ 倍
 - 相角变化: 输出比输入滞后 $arctan \omega T$

• 当 $U_r = A \sin \omega t$ 时,

$$U_c(s) = G(s)U_r(s)$$

$$U_c(t) = \frac{A\omega t}{1 + \omega^2 T^2} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{A}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \sin(\omega t - \beta)$$

● 稳态分量为

$$\frac{A}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}\sin(\omega t - \beta)$$

- 结论:
 - 对线性系统而言,输入为正弦信号,输出也为相同频率的正弦信号,但幅值与相位发生变化.
 - 幅值变化: 输出是输入的 $\frac{1}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}$ 倍
 - \bullet 相角变化: 输出比输入滞后 $arctan \omega T$.

- · 幅频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的幅值比 A(ω
- 相频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的相角差 $\phi(\omega)$
- $\Leftrightarrow s = j\omega$,则

$$A(j\omega) = |G(j\omega)|$$

$$\phi(j\omega) = \angle G(j\omega)$$

- 幅频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的幅值比 A(ω)
- ullet 相频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的相角差 $\phi(\omega)$
- $\Leftrightarrow s = j\omega$,则

$$A(j\omega) = |G(j\omega)|$$

$$\phi(j\omega) = \angle G(j\omega)$$

- 幅频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的幅值比 A(ω)
- ullet 相频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的相角差 $\phi(\omega)$
- $\diamondsuit s = j\omega$,则

$$A(j\omega) = |G(j\omega)|$$

 $\phi(j\omega) = \angle G(j\omega)$

- 幅频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的幅值比 A(ω)
- ullet 相频特性: 系统稳态正弦输出量与输入量的相角差 $\phi(\omega)$
- \diamondsuit $s = j\omega$, 则

$$A(j\omega) = |G(j\omega)|$$

 $\phi(j\omega) = \angle G(j\omega)$

Topic

1 频率法基本概念

② 频率特性的图示表示法

Bode 图

频率法基本概念

- 横坐标: log₁₀ ω
- 纵坐标: $L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega), \phi(\omega)$

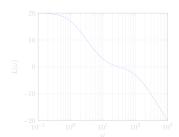
$$G(s) = \frac{10(0.1s + 1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$

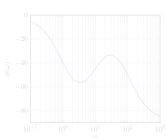
Bode 图

- 横坐标: log₁₀ ω
- 纵坐标: $L(\omega) = 20 \log_{10} A(\omega), \phi(\omega)$

例

$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$





. . _ . _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Bode 图

- 横坐标: log₁₀ ω
- 纵坐标: $L(\omega)=20\log_{10}A(\omega),\phi(\omega)$

例:

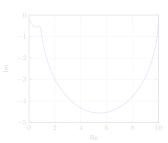
$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$

200

Nyquist 图

- 横坐标:ℜ[G(jω)]
- 纵坐标:S[G(jω)]

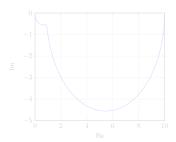
$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$



Nyquist 图

- 横坐标: ℜ[G(jω)]
- 纵坐标:ℑ[G(jω)]

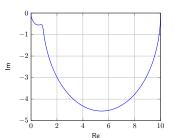
$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$



Nyquist 图

- 横坐标: ℜ[G(jω)]
- 纵坐标:S[G(jω)]

$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$

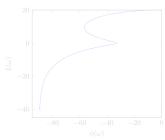


Nichols 图

- 横坐标:φ(jω)
- 纵坐标:20 log₁₀ A(ω)

例

$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$

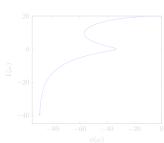


Nichols 图

- 横坐标:φ(jω)
- 纵坐标: $20\log_{10} A(\omega)$

例

$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$



Nichols 图

- 横坐标:φ(jω)
- 纵坐标: $20\log_{10} A(\omega)$

$$G(s) = \frac{10(0.1s+1)}{(s+1)(0.01s+1)}$$

