线性系统校正方法

复合校正

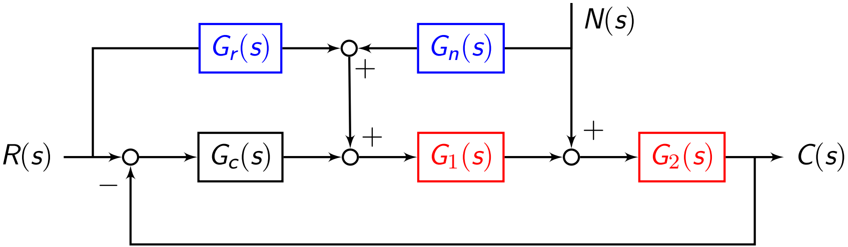
邢超

Outline

Topic

1. 复合校正特点
2. 按扰动补偿的复合校正
3. 按输入补偿的复合校正

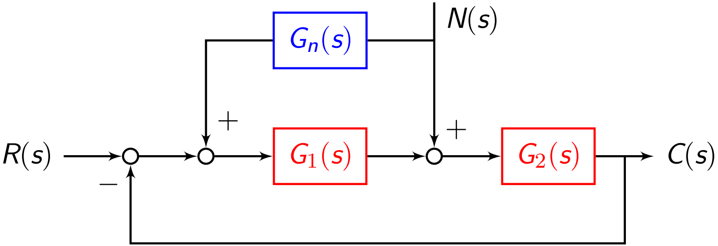
复合校正特点



- 应用场合: 系统中存在可测量的扰动, 或者对系统的稳态精度和响应速度要求很高
- 校正方式:
  - 按扰动补偿
  - 按输入补偿

Topic

按扰动补偿的复合校正



- 目的: 使扰动不对系统的输出产生任何影响: $\Phi_N(s) = 0$
- 条件: 扰动可测

按扰动补偿的复合校正: 设计 $G_n(s)$

- 对扰动的误差全补偿条件:

$$\begin{aligned}\Phi_N(s) &= 0\\ \frac{G_2 + G_n G_1 G_2}{1 + G_1 G_2} &= 0\\ G_2 + G_n G_1 G_2 &= 0\\ G_n &= \frac{-1}{G_1}\end{aligned}$$

- 全补偿时, $G_n(s)$ 的分子阶次大于分母阶次, 物理上不可实现.
- 部分补偿
  - 在系统性能起主要影响的频段内近似补偿 ($n \geq m$),
  - 稳态补偿 ($\lim_{s\to 0} G_n(s)$)

按扰动补偿的复合校正: 设计 $G_n(s)$

- 对扰动的误差全补偿条件:

$$
\begin{aligned}
\Phi_N(s) &= 0 \\
\frac{G_2 + G_n G_1 G_2}{1 + G_1 G_2} &= 0 \\
G_2 + G_n G_1 G_2 &= 0 \\
G_n &= \frac{-1}{G_1}
\end{aligned}
$$

- 全补偿时, $G_n(s)$ 的分子阶次大于分母阶次, 物理上不可实现.
- 部分补偿
  - 在系统性能起主要影响的频段内近似补偿 $(n \geq m)$,
  - 稳态补偿 $(\lim_{s\to 0} G_n(s))$

按扰动补偿的复合校正: 设计 $G_n(s)$

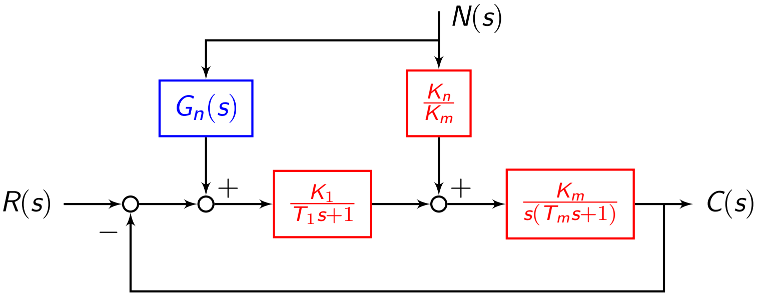
- 对扰动的误差全补偿条件:

$$\begin{aligned}\Phi_N(s) &= 0\\ \frac{G_2 + G_n G_1 G_2}{1 + G_1 G_2} &= 0\\ G_2 + G_n G_1 G_2 &= 0\\ G_n &= \frac{-1}{G_1}\end{aligned}$$

- 全补偿时, $G_n(s)$ 的分子阶次大于分母阶次, 物理上不可实现.
- 部分补偿
  - 在系统性能起主要影响的频段内近似补偿 ($n \geq m$),
  - 稳态补偿 ($\lim_{s\to 0} G_n(s)$)

按扰动补偿的复合校正示例 1

某伺服控制系统结构图如下:



- 设计对 $N(s)$ 的全补偿校正网络 $G_n(s)$,
- 近似全补偿校正网络 $G_{n1}(s)$,
- 稳态全补偿网络 $G_{n2}(s)$

按扰动补偿的复合校正示例 1: 解:

- 全补偿:

$$
\begin{aligned}
\Phi_N(s) &= 0 \\
\frac{C(s)}{N(s)} &= 0 \\
\frac{K_n}{K_m} + G_n(s) \cdot \frac{K_1}{T_1 s + 1} &= 0 \\
G_n(s) &= -\frac{K_n(T_1 s + 1)}{K_1 K_m}
\end{aligned}
$$

- 近似全补偿: $G_{n1}(s) = -\frac{K_n}{K_1 K_m} \cdot \frac{T_1 s+1}{T_2 s+1}$. 其中 $T_1 \gg T_2$.
- 稳态全补偿: $G_{n1}(s) = -\frac{K_n}{K_1 K_m}$

按扰动补偿的复合校正示例 1: 解:

- 全补偿:

$$
\begin{aligned}
\Phi_N(s) &= 0 \\
\frac{C(s)}{N(s)} &= 0 \\
\frac{K_n}{K_m} + G_n(s) \cdot \frac{K_1}{T_1 s + 1} &= 0 \\
G_n(s) &= -\frac{K_n(T_1 s + 1)}{K_1 K_m}
\end{aligned}
$$

- 近似全补偿: $G_{n1}(s) = -\frac{K_n}{K_1 K_m} \cdot \frac{T_1 s+1}{T_2 s+1}$. 其中 $T_1 \gg T_2$.
- 稳态全补偿: $G_{n1}(s) = -\frac{K_n}{K_1 K_m}$

按扰动补偿的复合校正示例 1: 解:

- 全补偿:

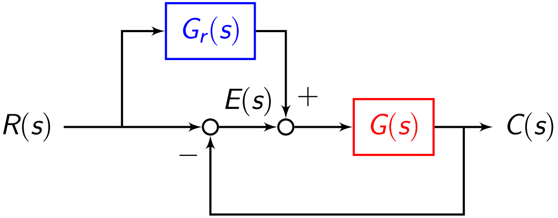
$$
\begin{aligned}
\Phi_N(s) &= 0 \\
\frac{C(s)}{N(s)} &= 0 \\
\frac{K_n}{K_m} + G_n(s) \cdot \frac{K_1}{T_1 s + 1} &= 0 \\
G_n(s) &= -\frac{K_n(T_1 s + 1)}{K_1 K_m}
\end{aligned}
$$

- 近似全补偿: $G_{n1}(s) = -\frac{K_n}{K_1 K_m} \cdot \frac{T_1 s+1}{T_2 s+1}$. 其中 $T_1 \gg T_2$.
- 稳态全补偿: $G_{n1}(s) = -\frac{K_n}{K_1 K_m}$

Topic

按输入补偿的复合校正

目的: 使输出完全跟踪输入信号, 即 $C(s) = R(s)$



$$
\begin{aligned}
C(s) &= (E(s) + G_r(s)R(s))\,G(s) \\
E(s) &= R(s) - C(s) \\
E(s) &= \frac{1 - G_r(s)G(s)}{1 + G(s)} R(s)
\end{aligned}
$$

$G_r(s)$ 为按输入补偿的复合校正装置 (前馈装置) 传递函数.

按输入补偿的复合校正分析

对输入信号的误差全补偿条件:

$$\begin{aligned} E(s) &= R(s) - C(s) \\ &= \frac{1 - G_r(s)G(s)}{1 + G(s)} R(s) \\ &= 0 \\ G_r(s) &= \frac{1}{G(s)} \end{aligned}$$

按输入补偿的复合校正: 部分补偿:

- 采用满足跟踪精度要求的部分补偿条件, 在对系统性能起主要影响的频段内实现补偿, 使 $G_r(s)$ 可物理实现.
- 设反馈系统开环传递函数: $G(s)$, 取 $G_r(s) = \lambda_1 s$ 得:

$$
\begin{aligned}
G(s) &= \frac{K_v}{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_1)} \\
\Phi_e(s) &= \frac{1 - G(s)G_r(s)}{1 + G(s)} \\
&= \frac{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_1) - K_v \lambda_1 s}{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_1) + K_v}
\end{aligned}
$$

按输入补偿的复合校正: 部分补偿:

- 采用满足跟踪精度要求的部分补偿条件, 在对系统性能起主要影响的频段内实现补偿, 使 $G_r(s)$ 可物理实现.
- 设反馈系统开环传递函数: $G(s)$, 取 $G_r(s) = \lambda_1 s$ 得:

$$
\begin{aligned}
G(s) &= \frac{K_v}{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \cdots + a_1)} \\
\Phi_e(s) &= \frac{1 - G(s)G_r(s)}{1 + G(s)} \\
&= \frac{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \cdots + a_1) - K_v\lambda_1 s}{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \cdots + a_1) + K_v}
\end{aligned}
$$

按输入补偿的复合校正: 部分补偿 (续):

- 若取 $\lambda_1 = \frac{a_1}{K_v}$ 则有:

$$\Phi_e(s) = \frac{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \cdots + a_2 s)}{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \cdots + a_1) + K_v}$$

系统为 II 型系统.

- 同理, 取 $G_r(s) = \lambda_1 s + \lambda_2 s^2, \lambda_1 = \frac{a_1}{K_v}, \lambda_2 = \frac{a_2}{K_v}$, 则

$$\Phi_e(s) = \frac{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \cdots + a_3 s^2)}{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1}s^{n-2} + \cdots + a_1) + K_v}$$

系统为 III 型系统.

按输入补偿的复合校正: 部分补偿 (续):

- 若取 $\lambda_1 = \frac{a_1}{K_v}$ 则有:

$$\Phi_e(s) = \frac{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_2 s)}{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_1) + K_v}$$

系统为 II 型系统.

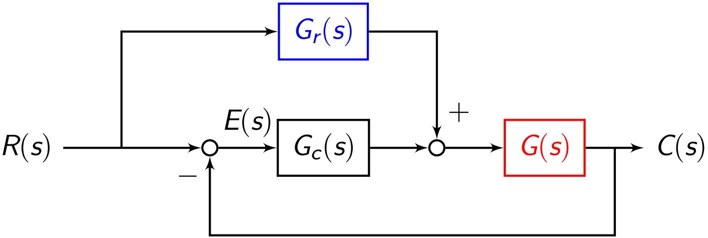
- 同理, 取 $G_r(s) = \lambda_1 s + \lambda_2 s^2, \lambda_1 = \frac{a_1}{K_v}, \lambda_2 = \frac{a_2}{K_v}$, 则

$$\Phi_e(s) = \frac{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_3 s^2)}{s(a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_1) + K_v}$$

系统为 III 型系统.

前馈系统分析

- 前馈



系统:

- 误差全补偿

$$C(s) = R(s)$$

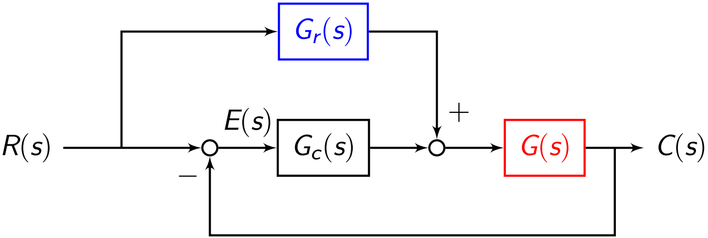
$$C(s) = R(s)G_r(s)G(s) + E(s)G_c(s)G(s)$$

$$E(s) = R(s) - C(s) = 0$$

$$G_r(s)G(s) = 1$$

前馈系统分析

- 前馈



系统:

- 误差全补偿

$$
\begin{aligned}
C(s) &= R(s) \\
C(s) &= R(s)G_r(s)G(s) + E(s)G_c(s)G(s) \\
E(s) &= R(s) - C(s) = 0 \\
G_r(s)G(s) &= 1
\end{aligned}
$$

前馈系统部分补偿:

$$\Phi_e^{(0)}(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} \qquad \Phi_e(s) = \frac{1 - G(s)G_r(s)}{1 + G_c(s)G(s)}$$

- 设:

$$G(s)G_r(s) = \frac{\lambda_0 + \lambda_1 s + \lambda_2 s^2 + \cdots + \lambda_n s^n}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n}$$

- 得:

$$\Phi_e(s) = \frac{a_0 + a_1 s + \cdots + a_n s^n - (\lambda_0 + \lambda_1 s + \cdots + \lambda_n s^n)}{(a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n)(1 + G_c(s)G(s))}$$

- 将 $\Phi_e(s)$ 与 $\Phi_e^{(0)}(s)$ 比较可知, 当

$$\begin{cases} \lambda_i = a_i & i = 1, 2, \cdots, k \\ \lambda_i = 0 & i = k+1, \cdots, n \end{cases}$$

时, 系统类型可提高 k

前馈系统部分补偿:

$$\Phi_e^{(0)}(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} \qquad \Phi_e(s) = \frac{1 - G(s)G_r(s)}{1 + G_c(s)G(s)}$$

- 设:

$$G(s)G_r(s) = \frac{\lambda_0 + \lambda_1 s + \lambda_2 s^2 + \cdots + \lambda_n s^n}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n}$$

- 得:

$$\Phi_e(s) = \frac{a_0 + a_1 s + \cdots + a_n s^n - (\lambda_0 + \lambda_1 s + \cdots + \lambda_n s^n)}{(a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n)(1 + G_c(s)G(s))}$$

- 将 $\Phi_e(s)$ 与 $\Phi_e^{(0)}(s)$ 比较可知, 当

$$\begin{cases} \lambda_i = a_i & i = 1, 2, \cdots, k \\ \lambda_i = 0 & i = k+1, \cdots, n \end{cases}$$

时, 系统类型可提高 k

前馈系统部分补偿:

$$\Phi_e^{(0)}(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} \qquad \Phi_e(s) = \frac{1 - G(s)G_r(s)}{1 + G_c(s)G(s)}$$

- 设:

$$G(s)G_r(s) = \frac{\lambda_0 + \lambda_1 s + \lambda_2 s^2 + \cdots + \lambda_n s^n}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n}$$

- 得:

$$\Phi_e(s) = \frac{a_0 + a_1 s + \cdots + a_n s^n - (\lambda_0 + \lambda_1 s + \cdots + \lambda_n s^n)}{(a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n)(1 + G_c(s)G(s))}$$

- 将 $\Phi_e(s)$ 与 $\Phi_e^{(0)}(s)$ 比较可知, 当

$$\begin{cases} \lambda_i = a_i & i = 1, 2, \cdots, k \\ \lambda_i = 0 & i = k+1, \cdots, n \end{cases}$$

时, 系统类型可提高 k

前馈系统部分补偿:

$$\Phi_e^{(0)}(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} \qquad \Phi_e(s) = \frac{1 - G(s)G_r(s)}{1 + G_c(s)G(s)}$$

- 设:

$$G(s)G_r(s) = \frac{\lambda_0 + \lambda_1 s + \lambda_2 s^2 + \cdots + \lambda_n s^n}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n}$$

- 得:

$$\Phi_e(s) = \frac{a_0 + a_1 s + \cdots + a_n s^n - (\lambda_0 + \lambda_1 s + \cdots + \lambda_n s^n)}{(a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \cdots + a_n s^n)(1 + G_c(s)G(s))}$$

- 将 $\Phi_e(s)$ 与 $\Phi_e^{(0)}(s)$ 比较可知, 当

$$\begin{cases} \lambda_i = a_i & i = 1, 2, \cdots, k \\ \lambda_i = 0 & i = k+1, \cdots, n \end{cases}$$

时, 系统类型可提高 k

前馈系统分析 (续) 稳定性分析

$$
\begin{aligned}
\Phi_0(s) &= \frac{G_c(s)G(s)}{1+G_c(s)G(s)} \\
\Phi(s) &= \frac{(G_c(s)+G_r(s))G(s)}{1+G_c(s)G(s)}
\end{aligned}
$$

- 当 $G_r(s)$ 极点实部小于 0 时，校正后系统稳定性不变。

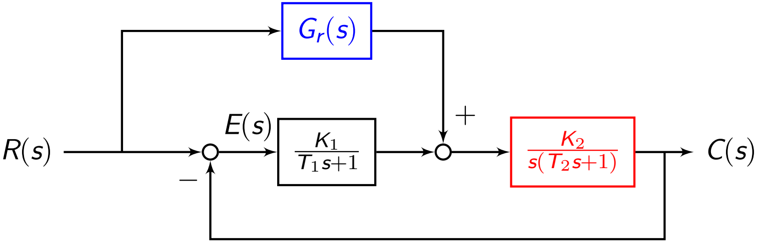
前馈系统分析 (续) 稳定性分析

$$\Phi_0(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1+G_c(s)G(s)}$$

$$\Phi(s) = \frac{(G_c(s)+G_r(s))G(s)}{1+G_c(s)G(s)}$$

- 当 $G_r(s)$ 极点实部小于 0 时，校正后系统稳定性不变。

按输入补偿的复合校正示例 1:



设计 $G_r(s)$

- 实现完全补偿
- 使系统等效为 II 型系统
- 使系统等效为 III 型系统

按输入补偿的复合校正示例 1(续):

- 取 $G_r(s)=\lambda_1 s+\lambda_2 s^2$, 得:

$$\Phi_e=\frac{1-G_r(s)\frac{K_2}{s(T_2s+1)}}{1+\frac{K_1}{T_1s+1}\frac{K_2}{s(T_2s+1)}}$$
$$=\frac{s(T_2s+1)-G_r(s)K_2}{s(T_2s+1)(1+\frac{K_1}{T_1s+1}\frac{K_2}{s(T_2s+1)})}$$
$$=\frac{s(T_2s+1)-(\lambda_1 s+\lambda_2 s^2)K_2}{s(T_2s+1)(1+\frac{K_1}{T_1s+1}\frac{K_2}{s(T_2s+1)})}$$

- 取 $\lambda_1=\frac{1}{K_2},\lambda_2=0$ 则系统为 II 型系统,
- 取 $\lambda_1=\frac{1}{K_2},\lambda_2=\frac{T_2}{K_2}$ 则能实现完全补偿.

按输入补偿的复合校正示例 1(续):

- 取 $G_r(s)=\frac{\lambda_1 s+\lambda_2 s^2}{Ts+1}$ ，得:

$$\begin{aligned}\Phi_e &= \frac{1-G_r(s)\frac{K_2}{s(T_2s+1)}}{1+\frac{K_1}{T_1s+1}\frac{K_2}{s(T_2s+1)}}\\ &= \frac{s(T_2s+1)(Ts+1)-(\lambda_1 s+\lambda_2 s^2)K_2}{s(Ts+1)(T_2s+1)(1+\frac{K_1}{T_1s+1}\frac{K_2}{s(T_2s+1)})}\\ &= \frac{TT_2s^3+(T+T_2)s^2+s-(\lambda_1 s+\lambda_2 s^2)K_2}{s(Ts+1)(T_2s+1)(1+\frac{K_1}{T_1s+1}\frac{K_2}{s(T_2s+1)})}\end{aligned}$$

- 取 $\lambda_1=\frac{1}{K_2},\lambda_2=\frac{T_2+T}{K_2}$ 则系统为 III 型系统.

按输入补偿的复合校正示例 1(续):

- 取 $G_r(s)=\frac{\lambda_1 s+\lambda_2 s^2}{(T_3 s+1)(T_4 s+1)}$，得:

$$\begin{aligned}\Phi_e &= \frac{1-G_r(s)\frac{K_2}{s(T_2 s+1)}}{1+\frac{K_1}{T_1 s+1}\frac{K_2}{s(T_2 s+1)}} \\ &= \frac{s(T_2 s+1)(T_3 s+1)(T_4 s+1)-(\lambda_1 s+\lambda_2 s^2)K_2}{s(T_3 s+1)(T_4 s+1)(T_2 s+1)(1+\frac{K_1}{T_1 s+1}\frac{K_2}{s(T_2 s+1)})}\end{aligned}$$

- 取 $\lambda_1=\frac{1}{K_2}, \lambda_2=\frac{T_2+T_3+T_4}{K_2}$ 则系统为 III 型系统.