简介

按残差方差定阶

AIC 信息准则

按残差白色定阶

零点—极点消去检验

行列式比定阶

Hankel 矩阵定阶

系统结构辨识

邢超

西北工业大学航天学院

模型阶的确定

1. 按残差方差定阶
2. AIC 准则
3. 按残差白色定阶
4. 零点—极点消去检验定阶
5. 利用行列式比定阶
6. 利用 Hankel 矩阵定阶

按残差方差定阶

简介
按残差方差定阶
AIC 信息准则
按残差白色定阶
零点—极点消去检验
行列式比定阶
Hankel 矩阵定阶

计算不同阶次 n 辨识结果的估计误差方差，按估计误差方差最小或最显著变化原则来确定模型阶次 n。

1. 按估计误差方差最小定阶
2. F 检验法

按估计误差方差最小定阶

简介
按残差方差定阶
AIC 信息准则
按残差白色定阶
零点—极点消去检验
行列式比定阶
Hankel 矩阵定阶

$$
\begin{aligned}
a(z^{-1})y_k &= b(z^{-1})u_k + \varepsilon_k \\
Y &= \Phi\theta + \varepsilon \\
e &= Y - \Phi\hat{\theta} \\
\hat{\theta} &= (\Phi^T\Phi)^{-1}\Phi^T Y \\
J &= e^T e = \sum_{k=n+1}^{N} e_k^2
\end{aligned}
$$

F 检验法

$$
\begin{aligned}
t(n_i, n_{i+1}) &= \frac{J_i - J_{i+1}}{J_{i+1}} \frac{N - 2n_{i+1}}{2(n_{i+1} - n_i)} \\
&\sim F(2n_{i+1} - 2n_i, N - 2n_{i+1}) \\
t(n, n+1) &= \frac{J_n - J_{n+1}}{J_{n+1}} \frac{N - 2n - 2}{2} \\
&= \sim F(2, N - 2n - 2)
\end{aligned}
$$

简介
按残差方差定阶
AIC 信息准则
按残差白色定阶
零点—极点消去检验
行列式比定阶
Hankel 矩阵定阶

AIC 信息准则（akaike）

$$\mathrm{AIC} = -2\ln \mathrm{L} + 2\mathrm{p}$$

其中：

L 模型的似然函数；

p 模型中的参数个数。

计算公式：自噪声情况

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Y} &= \Phi\theta + \varepsilon \\
\mathrm{L}(\mathrm{Y}|\theta) &= (2\pi\sigma_\varepsilon^2)^{-\mathrm{N}/2}\exp\left[-\frac{(\mathrm{Y}-\Phi\theta)^{\mathrm{T}}(\mathrm{Y}-\Phi\theta)}{2\sigma_\varepsilon^2}\right] \\
\ln\mathrm{L}(\mathrm{Y}|\theta) &= -\frac{\mathrm{N}}{2}\ln 2\pi - \frac{\mathrm{N}}{2}\ln\sigma_\varepsilon^2 - \frac{(\mathrm{Y}-\Phi\theta)^{\mathrm{T}}(\mathrm{Y}-\Phi\theta)}{2\sigma_\varepsilon^2}
\end{aligned}
$$

由

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial\ln\mathrm{L}}{\partial\theta} &= 0 \\
\frac{\partial\ln\mathrm{L}}{\partial\sigma_\varepsilon^2} &= 0
\end{aligned}
$$

得：

$$
\begin{aligned}
\hat{\theta} &= (\Phi^{\mathrm{T}}\Phi)^{-1}\Phi^{\mathrm{T}}\mathrm{Y} \\
\hat{\sigma}_\varepsilon^2 &= \frac{(\mathrm{Y}-\Phi\hat{\theta})^{\mathrm{T}}(\mathrm{Y}-\Phi\hat{\theta})}{\mathrm{N}}
\end{aligned}
$$

系统结构辨识

邢超

简介

按残差方差定阶

AIC 信息准则

按残差白色定阶

零点—极点消去检验

行列式比定阶

Hankel 矩阵定阶

有色噪声情况

$$
\begin{aligned}
Y &= \Phi_a\theta_a + \Phi_b\theta_b + \Phi_c\theta_c + \varepsilon \\
AIC &= N \ln \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + 2(n_a + n_b + n_c) \\
\hat{\sigma}_\varepsilon^2 &= \frac{1}{N} \sum_{k=n+1}^{n+N} \hat{\varepsilon}^2(k) \\
\hat{\varepsilon}(k) &= y_k + \sum_{i=1}^{n_a} \hat{a}_i y_{k-i} - \sum_{i=0}^{n_b} \hat{b}_i u_{k-i} - \sum_{i=1}^{n_c} \hat{c}_i \hat{\varepsilon}_{k-i}
\end{aligned}
$$

简介

按残差方差定阶

AIC 信息准则

按残差白色定阶

零点—极点消去检验

行列式比定阶

Hankel 矩阵定阶

按残差白色定阶

若阶次 n 设计合适，则残差近似为白噪声。因此可利用计算残差 e(k) 的自相关函数来检查白色性。

$$
\begin{aligned}
\hat{R}(i) &= \frac{1}{N}\sum_{k=n+1}^{n+N} e(k)e(k+1) \\
\hat{r}(i) &= \frac{\hat{R}(i)}{\hat{R}(0)}
\end{aligned}
$$

简介
按残差方差定阶
AIC 信息准则
按残差白色定阶
零点—极点消去检验
行列式比定阶
Hankel 矩阵定阶

零点—极点消去检验

$$
\begin{aligned}
a(z^{-1})y(k) &= b(z^{-1})u(k) + \varepsilon(k) \\
G(z) &= \frac{b(z^{-1})}{a(z^{-1})}
\end{aligned}
$$

根据 G(z) 中是否存在零极点对消确定系统阶数。

简介
按残差方差定阶
AIC 信息准则
按残差白色定阶
零点—极点消去检验
行列式比定阶
Hankel 矩阵定阶

行列式比定阶

$$
\begin{aligned}
\mathrm{Y} &= \Phi\theta \\
\mathrm{Q} &= \frac{\Phi^{\mathrm{T}}\Phi}{\mathrm{N}} \\
\mathrm{DR(n)} &= \frac{\det \mathrm{Q(n)}}{\det \mathrm{Q(n+1)}}
\end{aligned}
$$

简介

按残差方差定阶

AIC 信息准则

按残差白色定阶

零点—极点消去检验

行列式比定阶

Hankel 矩阵定阶

Hankel 矩阵定阶

$$
\begin{aligned}
D &= \frac{\sum \det H(n,k)}{\sum \det H(n+1),k)} \\
H(n,k) &= \begin{bmatrix} g_k & g_{k+1} & \cdots & g_{k+n-1} \\ g_{k+1} & g_{k+2} & \cdots & g_{k+n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{k+n-1} & g_{k+n} & \cdots & g_{k+2n-2} \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

还可以将 g_k 替换为 ρ_k：

$$
\begin{aligned}
\rho_k &= \frac{\hat{R}(k)}{\hat{R}(0)} \\
\hat{R}(k) &= \frac{1}{N}\sum_{i=n+1}^{N} g_i g_{k-i}
\end{aligned}
$$

系统结构辨识

邢超

简介

按残差方差定阶

AIC 信息准则

按残差白色定阶

零点—极点消去检验

行列式比定阶

Hankel 矩阵定阶