

线性系统时域分析法

线性定常系统的稳定性

Outline

- 1 稳定性的概念
- 2 古尔维茨判据及劳斯判据
- 3 劳斯判据示例
- 4 劳斯判据应用中的特殊情况
- 5 劳斯判据求解系统参数
- 6 相对稳定性

Topic

- 1 稳定性的概念
- 2 古尔维茨判据及劳斯判据
- 3 劳斯判据示例
- 4 劳斯判据应用中的特殊情况
- 5 劳斯判据求解系统参数
- 6 相对稳定性

稳定性



定义: 系统处于平衡状态时, 若有干扰使系统偏离平衡状态, 当扰动消除后, 系统仍能回到原来的平衡状态, 则称该系统是稳定的, 反之称为不稳定.

稳定的充要条件

- 系统的传递函数

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k_g \prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\sum_{j=1}^n (s - p_j)}$$

- 设系统输入为单位脉冲信号: $r(t) = \delta(t)$, $R(s) = 1$

$$C(s) = \Phi(s)R(s) = \frac{k_g \prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\sum_{j=1}^n (s - p_j)}$$

$$= k_g \sum_{j=1}^n \frac{k_j}{s - p_j}$$

$$c(t) = k_g \sum_{j=1}^n k_j e^{p_j t}$$

- 当 $\Re(p_j) < 0$ 时, 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = 0$
- 稳定性充要条件: 系统的闭环极点均具有负实部

Topic

- 1 稳定性的概念
- 2 古尔维茨判据及劳斯判据
- 3 劳斯判据示例
- 4 劳斯判据应用中的特殊情况
- 5 劳斯判据求解系统参数
- 6 相对稳定性

特征多项式

$$G(s) = \frac{M(s)}{N(s)}$$

$$M(s) = b_0 s^m + \cdots + b_n$$

$$N(s) = a_0 s^n + \cdots + a_n$$

其中:

- $N(s)$ 称为特征多项式
- $N(s) = 0$ 称为特征方程 (只与 a_0, \cdots, a_n 有关)

古尔维茨判据 (代数判据):

- 稳定的必要条件: 特征多项式中各项系数大于零.
- 稳定的充要条件: 特征多项式中各项系数所构成的主行列式及顺序主子式全部大于零.
- 主行列式:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & a_0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}$$

- 顺序主子式有 $n-1$ 个: $\Delta_1, \cdots, \Delta_{n-1}$
- 李纳德 - 威帕特判据: 若所有奇次古尔维茨行列式为正, 则偶次古尔维茨行列式必为正, 反之亦然

古尔维茨判据 (代数判据):

- 稳定的必要条件: 特征多项式中各项系数大于零.
- 稳定的充要条件: 特征多项式中各项系数所构成的主行列式及顺序主子式全部大于零.
- 主行列式:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & a_0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}$$

- 顺序主子式有 $n-1$ 个: $\Delta_1, \cdots, \Delta_{n-1}$
- 李纳德 - 威帕特判据: 若所有奇次古尔维茨行列式为正, 则偶次古尔维茨行列式必为正, 反之亦然

古尔维茨判据 (代数判据):

- 稳定的必要条件: 特征多项式中各项系数大于零.
- 稳定的充要条件: 特征多项式中各项系数所构成的主行列式及顺序主子式全部大于零.
- 主行列式:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & a_0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}$$

- 顺序主子式有 $n-1$ 个: $\Delta_1, \cdots, \Delta_{n-1}$
- 李纳德 - 威帕特判据: 若所有奇次古尔维茨行列式为正, 则偶次古尔维茨行列式必为正, 反之亦然

古尔维茨判据 (代数判据):

- 稳定的必要条件: 特征多项式中各项系数大于零.
- 稳定的充要条件: 特征多项式中各项系数所构成的主行列式及顺序主子式全部大于零.
- 主行列式:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & a_0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}$$

- 顺序主子式有 $n-1$ 个: $\Delta_1, \cdots, \Delta_{n-1}$
- 李纳德 - 威帕特判据: 若所有奇次古尔维茨行列式为正, 则偶次古尔维茨行列式必为正, 反之亦然

古尔维茨判据 (代数判据):

- 稳定的必要条件: 特征多项式中各项系数大于零.
- 稳定的充要条件: 特征多项式中各项系数所构成的主行列式及顺序主子式全部大于零.
- 主行列式:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & a_0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}$$

- 顺序主子式有 $n-1$ 个: $\Delta_1, \cdots, \Delta_{n-1}$
- 李纳德 - 威帕特判据: 若所有奇次古尔维茨行列式为正, 则偶次古尔维茨行列式必为正, 反之亦然

劳斯 - 古尔维茨判据, 简称劳斯判据

● 构造劳斯表判断系统是否稳定

$$\begin{array}{rclcl}
 s^n & & a_0 & & a_2 & & a_4 & \cdots \\
 s^{n-1} & & a_1 & & a_3 & & a_5 & \cdots \\
 s^{n-2} & c_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} & & c_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1} & & \cdots & & \\
 s^{n-3} & d_1 = \frac{c_1 a_3 - a_1 c_2}{c_1} & & d_2 = \frac{c_1 a_5 - a_1 c_3}{c_1} & & \cdots & & \\
 \vdots & \vdots & & & & \cdots & & \\
 s^0 & & a_n & & & & &
 \end{array}$$

● 劳斯判据:

- 系统稳定的充要条件: 劳斯表中第一列元素均大于零
- 若第一列元素有小于零的, 则系统不稳定, 且不稳定根的个数等于第一列元素变号的次数.

劳斯 - 古尔维茨判据, 简称劳斯判据

● 构造劳斯表判断系统是否稳定

$$\begin{array}{rclcl}
 s^n & & a_0 & & a_2 & & a_4 & \cdots \\
 s^{n-1} & & a_1 & & a_3 & & a_5 & \cdots \\
 s^{n-2} & c_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} & & c_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1} & & \cdots & & \\
 s^{n-3} & d_1 = \frac{c_1 a_3 - a_1 c_2}{c_1} & & d_2 = \frac{c_1 a_5 - a_1 c_3}{c_1} & & \cdots & & \\
 \vdots & & \vdots & & & & \cdots & \\
 s^0 & & a_n & & & & &
 \end{array}$$

● 劳斯判据:

- 系统稳定的充要条件: 劳斯表中第一列元素均大于零
- 若第一列元素有小于零的, 则系统不稳定, 且不稳定根的个数等于第一列元素变号的次数.

劳斯 - 古尔维茨判据, 简称劳斯判据

● 构造劳斯表判断系统是否稳定

$$\begin{array}{rclcl}
 s^n & & a_0 & & a_2 & & a_4 & \cdots \\
 s^{n-1} & & a_1 & & a_3 & & a_5 & \cdots \\
 s^{n-2} & c_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} & & c_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1} & & \cdots & & \\
 s^{n-3} & d_1 = \frac{c_1 a_3 - a_1 c_2}{c_1} & & d_2 = \frac{c_1 a_5 - a_1 c_3}{c_1} & & \cdots & & \\
 \vdots & \vdots & & & & \cdots & & \\
 s^0 & & a_n & & & & &
 \end{array}$$

● 劳斯判据:

- 系统稳定的充要条件: 劳斯表中第一列元素均大于零
- 若第一列元素有小于零的, 则系统不稳定, 且不稳定根的个数等于第一列元素变号的次数.

劳斯 - 古尔维茨判据, 简称劳斯判据

● 构造劳斯表判断系统是否稳定

$$\begin{array}{rclcl}
 s^n & & a_0 & & a_2 & & a_4 & \cdots \\
 s^{n-1} & & a_1 & & a_3 & & a_5 & \cdots \\
 s^{n-2} & c_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} & & c_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1} & & \cdots & & \\
 s^{n-3} & d_1 = \frac{c_1 a_3 - a_1 c_2}{c_1} & & d_2 = \frac{c_1 a_5 - a_1 c_3}{c_1} & & \cdots & & \\
 \vdots & \vdots & & & & \cdots & & \\
 s^0 & & a_n & & & & &
 \end{array}$$

● 劳斯判据:

- 系统稳定的充要条件: 劳斯表中第一列元素均大于零
- 若第一列元素有小于零的, 则系统不稳定, 且不稳定根的个数等于第一列元素变号的次数.

劳斯 - 古尔维茨判据, 简称劳斯判据

● 构造劳斯表判断系统是否稳定

$$\begin{array}{rclcl}
 s^n & & a_0 & & a_2 & & a_4 & \cdots \\
 s^{n-1} & & a_1 & & a_3 & & a_5 & \cdots \\
 s^{n-2} & c_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1} & & c_2 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1} & & \cdots & & \\
 s^{n-3} & d_1 = \frac{c_1 a_3 - a_1 c_2}{c_1} & & d_2 = \frac{c_1 a_5 - a_1 c_3}{c_1} & & \cdots & & \\
 \vdots & \vdots & & & & \cdots & & \\
 s^0 & & a_n & & & & &
 \end{array}$$

● 劳斯判据:

- 系统稳定的充要条件: 劳斯表中第一列元素均大于零
- 若第一列元素有小于零的, 则系统不稳定, 且不稳定根的个数等于第一列元素变号的次数.

劳斯表与多项式除法

$$\begin{array}{ccccccc}
 s^n & & a_0 & & a_2 & & a_4 & \cdots \\
 s^{n-1} & & a_1 & & a_3 & & a_5 & \cdots \\
 s^{n-2} & c_1 = a_2 - \frac{a_0 a_3}{a_1} & & c_2 = a_4 - \frac{a_0 a_5}{a_1} & & \cdots & & \\
 s^{n-3} & d_1 = a_3 - \frac{a_1 c_2}{c_1} & & d_2 = a_5 - \frac{a_1 c_3}{c_1} & & \cdots & & \\
 \vdots & \vdots & & & & \cdots & & \\
 s^0 & & a_n & & & & &
 \end{array}$$

即：

$$\begin{aligned}
 a_0 s^n + a_2 s^{n-2} + \cdots &= s \frac{a_0}{a_1} (a_1 s^{n-1} + a_3 s^{n-3} + \cdots) + c_1 s^{n-2} + c_2 s^{n-4} + \cdots \\
 c_1 s^{n-2} + c_2 s^{n-4} + \cdots &= s \frac{c_1}{d_1} (d_1 s^{n-3} + d_2 s^{n-5} + \cdots) + \cdots
 \end{aligned}$$

Topic

- 1 稳定性的概念
- 2 古尔维茨判据及劳斯判据
- 3 劳斯判据示例**
- 4 劳斯判据应用中的特殊情况
- 5 劳斯判据求解系统参数
- 6 相对稳定性

Routh 判据示例 1: $3s^4 + 10s^3 + 5s^2 + s + 2 = 0$

解:

劳斯表:

s^4	3	5	2
s^3	10	1	
s^2	4.7	2	
s^1	$-\frac{15.3}{4.7}$		
s^0	2		

结论

系统不稳定, 有 2 个不稳定根.

Routh 判据示例 1: $3s^4 + 10s^3 + 5s^2 + s + 2 = 0$

解:

劳斯表:

s^4	3	5	2
s^3	10	1	
s^2	4.7	2	
s^1	$-\frac{15.3}{4.7}$		
s^0	2		

结论

系统不稳定, 有 2 个不稳定根.

Routh 判据示例 1: $3s^4 + 10s^3 + 5s^2 + s + 2 = 0$

解:

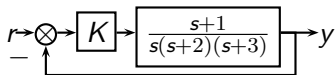
劳斯表:

s^4	3	5	2
s^3	10	1	
s^2	4.7	2	
s^1	$-\frac{15.3}{4.7}$		
s^0	2		

结论

系统不稳定, 有 2 个不稳定根.

Routh 判据示例 2:



求使系统稳定的 K 的范围

劳斯表:

传递函数

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)}$$

$$\Phi(s) = \frac{K(s+1)}{s^3 + 5s^2 + (6+K)s + K}$$

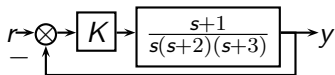
$$\begin{array}{ccc} s^3 & 1 & 6+K \\ s^2 & 5 & K \\ s^1 & \frac{30+4K}{5} & 0 \\ s^0 & K & \end{array}$$

稳定条件:

$$\begin{aligned} 30 + 4K &> 0 \\ K &> 0 \end{aligned}$$

得: $K > 0$

Routh 判据示例 2:

求使系统稳定的 K 的范围

传递函数

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)}$$

$$\Phi(s) = \frac{K(s+1)}{s^3 + 5s^2 + (6+K)s + K}$$

劳斯表:

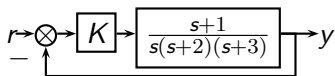
s^3	1	$6+K$
s^2	5	K
s^1	$\frac{30+4K}{5}$	0
s^0	K	

稳定条件:

$$\begin{aligned} 30 + 4K &> 0 \\ K &> 0 \end{aligned}$$

得: $K > 0$

Routh 判据示例 2:



求使系统稳定的 K 的范围

传递函数

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+3)}$$

$$\Phi(s) = \frac{K(s+1)}{s^3 + 5s^2 + (6+K)s + K}$$

劳斯表:

s^3	1	$6+K$
s^2	5	K
s^1	$\frac{30+4K}{5}$	0
s^0	K	

稳定条件:

$$\begin{aligned} 30 + 4K &> 0 \\ K &> 0 \end{aligned}$$

得: $K > 0$

Topic

- 1 稳定性的概念
- 2 古尔维茨判据及劳斯判据
- 3 劳斯判据示例
- 4 劳斯判据应用中的特殊情况**
- 5 劳斯判据求解系统参数
- 6 相对稳定性

Routh 表特殊情况: 第一列元素有零元, 系统不稳定:

- 先用 ϵ 代替, 再令 $\epsilon \rightarrow 0$
- 系统升阶: $(s + a)D(s)$, $a > 0$

例:

系统特征方程: $D(s) = s^4 + 2s^3 + s^2 + 2s + 1 = 0$ 判断系统的稳定性, 求出不稳定根的个数.

Roth 表:

s^4	1	1
s^3	2	2
s^2	$0(\epsilon)$	1
s^1	$\frac{2\epsilon-2}{\epsilon}$	0
s^0	1	

$$(s + 1)D(s) = s^5 + 3s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 3s + 1$$

s^5	1	3	3
s^4	3	3	1
s^3	2	$\frac{8}{3}$	
s^2	-1	1	
s^1	$\frac{14}{3}$	0	
s^0	1		

Routh 表特殊情况: 第一列元素有零元, 系统不稳定:

- 先用 ϵ 代替, 再令 $\epsilon \rightarrow 0$
- 系统升阶: $(s + a)D(s), a > 0$

例:

系统特征方程: $D(s) = s^4 + 2s^3 + s^2 + 2s + 1 = 0$ 判断系统的稳定性, 求出不稳定根的个数.

Roth 表:

$$\begin{array}{ccc}
 s^4 & 1 & 1 \\
 s^3 & 2 & 2 \\
 s^2 & 0(\epsilon) & 1 \\
 s^1 & \frac{2\epsilon-2}{\epsilon} & 0 \\
 s^0 & 1 &
 \end{array}$$

$$(s+1)D(s) = s^5 + 3s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 3s + 1$$

$$\begin{array}{ccc}
 s^5 & 1 & 3 & 3 \\
 s^4 & 3 & 3 & 1 \\
 s^3 & 2 & \frac{8}{3} & \\
 s^2 & -1 & 1 & \\
 s^1 & \frac{14}{3} & 0 & \\
 s^0 & 1 & &
 \end{array}$$

Routh 表特殊情况: 第一列元素有零元, 系统不稳定:

- 先用 ϵ 代替, 再令 $\epsilon \rightarrow 0$
- 系统升阶: $(s + a)D(s), a > 0$

例:

系统特征方程: $D(s) = s^4 + 2s^3 + s^2 + 2s + 1 = 0$ 判断系统的稳定性, 求出不稳定根的个数.

Roth 表:

s^4	1	1
s^3	2	2
s^2	$0(\epsilon)$	1
s^1	$\frac{2\epsilon-2}{\epsilon}$	0
s^0	1	

$$(s+1)D(s) = s^5 + 3s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 3s + 1$$

s^5	1	3	3
s^4	3	3	1
s^3	2	$\frac{8}{3}$	
s^2	-1	1	
s^1	$\frac{14}{3}$	0	
s^0	1		

Routh 表特殊情况: 第一列元素有零元, 系统不稳定:

- 先用 ϵ 代替, 再令 $\epsilon \rightarrow 0$
- 系统升阶: $(s + a)D(s)$, $a > 0$

例:

系统特征方程: $D(s) = s^4 + 2s^3 + s^2 + 2s + 1 = 0$ 判断系统的稳定性, 求出不稳定根的个数.

Roth 表:

$$\begin{array}{ccc}
 s^4 & 1 & 1 \\
 s^3 & 2 & 2 \\
 s^2 & 0(\epsilon) & 1 \\
 s^1 & \frac{2\epsilon-2}{\epsilon} & 0 \\
 s^0 & 1 &
 \end{array}$$

$$(s + 1)D(s) = s^5 + 3s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 3s + 1$$

$$\begin{array}{ccc}
 s^5 & 1 & 3 & 3 \\
 s^4 & 3 & 3 & 1 \\
 s^3 & 2 & \frac{8}{3} & \\
 s^2 & -1 & 1 & \\
 s^1 & \frac{14}{3} & 0 & \\
 s^0 & 1 & &
 \end{array}$$

特殊情况: 全行为零时:

- 全零行的数值由上一行求导代替
- 辅助方程: 全零行的上一行可构成辅助方程, 辅助方程的解全部为系统特征根

例:

$D(s) = s^4 + 5s^3 + 5s^2 - 5s - 6$ 求系统不稳定根的个数

Routh 表

s^4	1	5	-6
s^3	5	-5	
s^2	6	-6	
s^1	0(12)	0	
s^0	-6		

辅助方程

- 对 $6s^2 - 6$ 求导得 $12s$
- 辅助方程 $6s^2 - 6 = 0$, 得 $s_{1,2} = \pm 1$
系统不稳定根为1

特殊情况: 全行为零时:

- 全零行的数值由上一行求导代替
- 辅助方程: 全零行的上一行可构成辅助方程, 辅助方程的解全部为系统特征根

例:

$D(s) = s^4 + 5s^3 + 5s^2 - 5s - 6$ 求系统不稳定根的个数

Routh 表

s^4	1	5	-6
s^3	5	-5	
s^2	6	-6	
s^1	0(12)	0	
s^0	-6		

辅助方程

- 对 $6s^2 - 6$ 求导得 $12s$
- 辅助方程 $6s^2 - 6 = 0$, 得 $s_{1,2} = \pm 1$
系统不稳定根为1

特殊情况: 全行为零时:

- 全零行的数值由上一行求导代替
- 辅助方程: 全零行的上一行可构成辅助方程, 辅助方程的解全部为系统特征根

例:

$D(s) = s^4 + 5s^3 + 5s^2 - 5s - 6$ 求系统不稳定根的个数

Routh 表

s^4	1	5	-6
s^3	5	-5	
s^2	6	-6	
s^1	0(12)	0	
s^0	-6		

辅助方程

- 对 $6s^2 - 6$ 求导得 $12s$
- 辅助方程 $6s^2 - 6 = 0$, 得 $s_{1,2} = \pm 1$
系统不稳定根为1

特殊情况: 全行为零时:

- 全零行的数值由上一行求导代替
- 辅助方程: 全零行的上一行可构成辅助方程, 辅助方程的解全部为系统特征根

例:

$D(s) = s^4 + 5s^3 + 5s^2 - 5s - 6$ 求系统不稳定根的个数

Routh 表

s^4	1	5	-6
s^3	5	-5	
s^2	6	-6	
s^1	0(12)	0	
s^0	-6		

辅助方程

- 对 $6s^2 - 6$ 求导得 $12s$
- 辅助方程 $6s^2 - 6 = 0$, 得 $s_{1,2} = \pm 1$
系统不稳定根为1

Topic

- 1 稳定性的概念
- 2 古尔维茨判据及劳斯判据
- 3 劳斯判据示例
- 4 劳斯判据应用中的特殊情况
- 5 劳斯判据求解系统参数
- 6 相对稳定性

例: $D(s) = s^4 + 2s^3 + ks^2 + s + 2$ 求 K 值稳定范围

解:

Routh 表

s^4	1	K	2
s^3	2	1	
s^2	$\frac{2K-1}{2}$	2	
s^1	$1 - \frac{8}{2K-1}$	0	
s^0	2		

$$2K - 1 > 0$$

$$1 - \frac{8}{2K-1} > 0$$

得: $K > \frac{9}{2}$

当 $K = \frac{9}{2}$ 时:

Routh 表:

s^4	1	4.5	2
s^3	2	1	
s^2	4	2	
s^1	0(8)	0	
s^0	2		

其中辅助方程为 $4s^2 + 2 = 0$, 可解得
 $s = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}j$

例: $D(s) = s^4 + 2s^3 + ks^2 + s + 2$ 求 K 值稳定范围

解:

Routh 表

s^4	1	K	2
s^3	2	1	
s^2	$\frac{2K-1}{2}$	2	
s^1	$1 - \frac{8}{2K-1}$	0	
s^0	2		

$$2K - 1 > 0$$

$$1 - \frac{8}{2K-1} > 0$$

得: $K > \frac{9}{2}$

当 $K = \frac{9}{2}$ 时:

Routh 表:

s^4	1	4.5	2
s^3	2	1	
s^2	4	2	
s^1	0(8)	0	
s^0	2		

其中辅助方程为 $4s^2 + 2 = 0$, 可解得
 $s = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}j$

例: $D(s) = s^4 + 2s^3 + ks^2 + s + 2$ 求 K 值稳定范围

解:

Routh 表

s^4	1	K	2
s^3	2	1	
s^2	$\frac{2K-1}{2}$	2	
s^1	$1 - \frac{8}{2K-1}$	0	
s^0	2		

$$2K - 1 > 0$$

$$1 - \frac{8}{2K-1} > 0$$

得: $K > \frac{9}{2}$

当 $K = \frac{9}{2}$ 时:

Routh 表:

s^4	1	4.5	2
s^3	2	1	
s^2	4	2	
s^1	0(8)	0	
s^0	2		

其中辅助方程为 $4s^2 + 2 = 0$, 可解得
 $s = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}j$

例: $D(s) = Ts^3 + s^2 + K = 0$

Routh 表

$$\begin{array}{ccc} s^3 & T & 0 \\ s^2 & 1 & K \\ s^1 & -TK & \\ s^0 & K & \end{array}$$

无解

$$\begin{array}{lcl} T & > & 0 \\ K & > & 0 \\ TK & < & 0 \end{array}$$

例: $D(s) = Ts^3 + s^2 + K = 0$

Routh 表

$$\begin{array}{ccc} s^3 & T & 0 \\ s^2 & 1 & K \\ s^1 & -TK & \\ s^0 & K & \end{array}$$

无解

$$\begin{array}{lcl} T & > & 0 \\ K & > & 0 \\ TK & < & 0 \end{array}$$

例: $D(s) = Ts^3 + s^2 + K = 0$

Routh 表

$$\begin{array}{ccc} s^3 & T & 0 \\ s^2 & 1 & K \\ s^1 & -TK & \\ s^0 & K & \end{array}$$

无解

$$\begin{array}{lcl} T & > & 0 \\ K & > & 0 \\ TK & < & 0 \end{array}$$

Topic

- 1 稳定性的概念
- 2 古尔维茨判据及劳斯判据
- 3 劳斯判据示例
- 4 劳斯判据应用中的特殊情况
- 5 劳斯判据求解系统参数
- 6 相对稳定性**

例: $D(s) = s^3 + 5.5s^2 + 8.5s + 3$

- 判断系统是否具有相对稳定性: $\sigma = 1$

解:

将 $s = z - \sigma$ 代入 $D(s)$ 中

得 $D(z) = z^3 + 2.5z^2 + 0.5z - 1$, 不稳定.

Routh 表

s^3	1	8.5
s^2	5.5	3
s^1	$8.5 - \frac{3}{5.5}$	0
s^0	3	

Routh 表:

s^3	1	0.5
s^2	2.5	-1
s^1	$0.5 + \frac{1}{2.5}$	0
s^0	-1	

结论

有一个不稳定极点.

例: $D(s) = s^3 + 5.5s^2 + 8.5s + 3$

- 判断系统是否具有相对稳定性: $\sigma = 1$

解:

将 $s = z - \sigma$ 代入 $D(s)$ 中

得 $D(z) = z^3 + 2.5z^2 + 0.5z - 1$, 不稳定.

Routh 表

s^3	1	8.5
s^2	5.5	3
s^1	$8.5 - \frac{3}{5.5}$	0
s^0	3	

Routh 表:

s^3	1	0.5
s^2	2.5	-1
s^1	$0.5 + \frac{1}{2.5}$	0
s^0	-1	

结论

有一个不稳定极点.

例: $D(s) = s^3 + 5.5s^2 + 8.5s + 3$

- 判断系统是否具有相对稳定性: $\sigma = 1$

解:

将 $s = z - \sigma$ 代入 $D(s)$ 中

得 $D(z) = z^3 + 2.5z^2 + 0.5z - 1$, 不稳定.

Routh 表

s^3	1	8.5
s^2	5.5	3
s^1	$8.5 - \frac{3}{5.5}$	0
s^0	3	

Routh 表:

s^3	1	0.5
s^2	2.5	-1
s^1	$0.5 + \frac{1}{2.5}$	0
s^0	-1	

结论

有一个不稳定极点.

例: $D(s) = s^3 + 5.5s^2 + 8.5s + 3$

- 判断系统是否具有相对稳定性: $\sigma = 1$

解:

将 $s = z - \sigma$ 代入 $D(s)$ 中

得 $D(z) = z^3 + 2.5z^2 + 0.5z - 1$, 不稳定.

Routh 表

s^3	1	8.5
s^2	5.5	3
s^1	$8.5 - \frac{3}{5.5}$	0
s^0	3	

Routh 表:

s^3	1	0.5
s^2	2.5	-1
s^1	$0.5 + \frac{1}{2.5}$	0
s^0	-1	

结论

有一个不稳定极点.

例: $D(s) = s^3 + 5.5s^2 + 8.5s + 3$

- 判断系统是否具有相对稳定性: $\sigma = 1$

解:

将 $s = z - \sigma$ 代入 $D(s)$ 中

得 $D(z) = z^3 + 2.5z^2 + 0.5z - 1$, 不稳定.

Routh 表

s^3	1	8.5
s^2	5.5	3
s^1	$8.5 - \frac{3}{5.5}$	0
s^0	3	

Routh 表:

s^3	1	0.5
s^2	2.5	-1
s^1	$0.5 + \frac{1}{2.5}$	0
s^0	-1	

结论

有一个不稳定极点.