

第六章补充练习题

一. 选择题

1. A; 2. A; 3. D; 4. C; 5. C; 6. D; 7. C; 8. A;
9. A; 10. B; 11. C。

二. 填空题

$$1. f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\theta}\right)^n e^{-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i} & x_i > 0; \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad 2. Y \sim N(-10\mu, 250\sigma^2);$$

3. $a=5, b=-1$; 4. $a=5, b=1$ 自由度为 2;

5. $T \sim t(9)$ 自由度为 9; 6. $U \sim t(3)$ 自由度为 3; 7. $F \sim F(5, 5)$ 。

三. 计算题:

1. $n \geq 385$;

2. (1) $P\{X_1 = k_1, X_2 = k_2, \dots, X_n = k_n\} = p^{\sum_{i=1}^n k_i} (1-p)^{n-\sum_{i=1}^n k_i}$
(2) 记 $X = \sum_{i=1}^n X_i$, 则 $P\{X = k\} = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad k=0, 1, 2, \dots, n$;

(3) $E(\bar{X}) = p, D(\bar{X}) = \frac{p(1-p)}{n}, E(S^2) = p(1-p)$

3. 提示: $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n}) \quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$, 且 \bar{X} 与 S^2 独立;

4. $Z = \frac{\sqrt{2}(Y_1 - Y_2)}{S} \sim t(2)$

提示: $Y_1 \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{6}) \quad Y_2 \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{3}) \quad \frac{2S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(2)$ 。

5. $T = \frac{X_{n+1} - \bar{X}}{S_0} \sqrt{\frac{n-1}{n+1}} \sim t(n-1)$ 。

提示: $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n}) \quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1), \quad X_{n+1} - \bar{X} \sim N[0, (1 + \frac{1}{n})\sigma^2]$

且 \bar{X} 与 S^2 独立, \bar{X} 与 X_{n+1} 独立, $X_{n+1} - \bar{X}$ 与 S^2 也独立。

6. $E(Y) = (2n+1)\sigma^2$ 。

提示: $(X_i + X_{n+i} - 2\bar{X})^2 = [(X_i - \bar{X}) + (X_{n+i} - \bar{X})]^2$,

且 $(X_i - \bar{X})$ 与 $(X_{n+i} - \bar{X})$ 相互独立;

$$7. (1) F_N(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 - (1 - \frac{x}{\theta})^n & 0 \leq x \leq \theta \\ 1 & x > \theta \end{cases} \quad f_N(x) = \begin{cases} \frac{n}{\theta^n} (\theta - x)^{n-1} & 0 \leq x \leq \theta \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$E(N) = \frac{1}{n+1} \theta \quad D(N) = \frac{n}{(n+1)^2(n+2)} \theta^2;$$

$$(2) F_M(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ (\frac{x}{\theta})^n & 0 \leq x \leq \theta \\ 1 & x > \theta \end{cases} \quad f_M(x) = \begin{cases} \frac{n}{\theta^n} x^{n-1} & 0 \leq x \leq \theta \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$E(M) = \frac{n}{n+1} \theta \quad D(M) = \frac{n}{(n+1)^2(n+2)} \theta^2。$$