

LABORATOR#6

EX#1 Scrieți un fișier script în MATLAB® care calculează soluția numerică, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, a sistemului de ecuații liniare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, unde $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ este o matrice inferior triunghiulară, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$, iar \mathbf{A} și \mathbf{b} sunt date în câte un fișier de date (e.g. `A.txt` și `b.txt`), de unde se citesc în fișierul script.

Indicații: Trebuie verificate următoarele condiții:

- (i) \mathbf{A} este o matrice pătratică;
- (ii) \mathbf{A} este o matrice inferior triunghiulară;
- (iii) \mathbf{A} este o matrice inversabilă;
- (iv) \mathbf{A} și \mathbf{b} sunt compatibili.

Execuția fișierului script trebuie oprită dacă cel puțin una dintre condițiile de mai sus nu este îndeplinită și un mesaj de eroare corespunzător va fi afișat în Command Window. Dimensiunea sistemului se determină din dimensiunea matricei \mathbf{A} și cea a vectorului \mathbf{b} .

EX#2 Scrieți un fișier script în MATLAB® care calculează *factorizarea Cholesky* a matricei simetrice și pozitiv definite $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, i.e. determină matricea inferior triunghiulară $\mathbf{L} = (\ell_{ij})_{\leq i, j = \overline{1, n}} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, $\ell_{ii} > 0$, $i = \overline{1, n}$, astfel încât $\mathbf{A} = \mathbf{LL}^T$.

Matricea \mathbf{A} este dată prin intermediul unui fișier de date (e.g. `A.txt`), iar matricea inferior triunghiulară \mathbf{L} trebuie scrisă atât în Command Window, cât și într-un fișier de date (e.g. `L.txt`).

Indicații Trebuie verificate următoarele condiții:

- (i) \mathbf{A} este o matrice pătratică;
- (ii) \mathbf{A} este o matrice simetrică;
- (iii) \mathbf{A} este o matrice pozitiv definită.

Execuția fișierului script trebuie oprită dacă cel puțin una dintre condițiile de mai sus nu este îndeplinită și un mesaj de eroare corespunzător va fi afișat în Command Window.

EX#3 Un rezervor dintr-un turn de apă este alcătuit din trei părți:

- (i) *partea inferioară* este un trunchi de con cu diametrul bazei mari $D_{\text{inf}} = 64$ m, diametrul bazei mici $d_{\text{inf}} = 24$ m și înălțimea $h_{\text{inf}} = 10$ m;
- (ii) *partea mediană* este un cilindru de diametru $d_{\text{med}} = d_{\text{inf}}$ și înălțime $h_{\text{med}} = 20$ m;
- (iii) *partea superioară* este un trunchi de con răsturnat, cu diametrul bazei mici de $d_{\text{sup}} = d_{\text{med}}$, diametrul bazei mari $D_{\text{sup}} = 48$ m și înălțimea $h_{\text{sup}} = 15$ m.

În interiorul rezervorului, se găsește o baliză de control, care plutește pe apă și indică nivelul apei din rezervor.

Scrieți un script în MATLAB® prin care:

- (a) se determină volumul de apă din rezervor (în m^3) în funcție de poziția balizei față de sol, h , aceasta fiind introdusă de utilizatorul de la tastatură;
- (b) se reprezintă grafic volumul de apă din rezervor (în m^3) ca funcție de poziția balizei față de sol, $h \in [0, H]$, unde H este înălțimea rezervorului.

EX#4 Scrieți un script în MATLAB® care determină cel mai mic număr natural impar divizibil cu $n \in \mathbb{N}$ și a cărui rădăcină pătratică este mai mare ca $N \in \mathbb{N}$, unde numerele n și N sunt introduse de utilizator de la tastatură astfel încât $n < N$. Programul trebuie să afișeze mesajul "Numărul căutat este: $\langle \text{soluția} \rangle$." Rulați programul pentru $n = 11$ și $N = 132$.

Indicație: Folosiți un ciclu care începe de la 1 și se termină când numărul căutat este găsit.

EX#5 Scrieți un script în MATLAB® care determină toate numerele naturale $n \in \mathbb{N}$ pentru care suma $S(n) = 1 + 2 + \dots + n$ este un număr din intervalul $[100, 10000]$ care are trei cifre identice. Programul trebuie să afișeze, sub forma unui tabel, numerele n și sumele corespunzătoare $S(n)$.

EX#6 Scrieți un script în MATLAB® care determină rădăcina pătrată a unui număr real pozitiv $a \in \mathbb{R}_+$ prin metoda babiloniană, i.e. prin șirul de aproximări succesive.

$$x_1 = a; \quad x_n = \frac{1}{2} \left(x_{n-1} + \frac{a}{x_{n-1}} \right), \quad n \geq 2. \quad (1)$$

Procesul iterativ de aproximare a numărului \sqrt{a} trebuie oprit când eroarea relativă a aproximării de la pasul actual în raport cu cea de la pasul anterior este mai mică decât o toleranță $\epsilon > 0$ aleasă de utilizator. Programul va afișa numărul de iterații necesare n , valoarea aproximată x_n , valoarea lui \sqrt{a} obținută cu funcția predefinită MATLAB `sqrt` și eroarea relativă a aproximării în raport cu valoarea anterioară.

EX#7 Fie șirul $\{x_n\}_{n \geq 0}$ definit recursiv prin

$$x_n = x_{n-1} + x_{n-2}, \quad n \geq 3; \quad x_1, x_2 \in \mathbb{R}. \quad (2)$$

Scrieți un script în MATLAB® care construiește o matrice pătratică de ordin $N \in \mathbb{N}^*$ astfel încât prima linie a matricei conține primele N elemente ale șirului $\{x_n\}_{n \geq 0}$, a doua linie a matricei conține următoarele N elemente ale șirului $\{x_n\}_{n \geq 0}$, etc. Matricea de mai sus trebuie scrisă într-un fișier de date (e.g. `A.txt`), iar N , x_1 și x_2 trebuie introduse de utilizator de la tastatură.

Rulați programul pentru $N \in \{4, 6, 8, 10\}$ și pentru diferite valori $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, incluzând cazul $x_1 = x_2 = 1$ (șirul lui Fibonacci).

OBSERVAȚIE: Problemele încadrate în chenar reprezintă **TEMA**.