

LABORATOR#5

EX#1 Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 3$, și formula de aproximare a derivatei $f'(x)$ cu *diferențe finite ascendente*

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}, \quad h > 0. \quad (1)$$

Scrieți un fișier script în MATLAB® care reprezintă grafic erorile absolută și, respectiv, relativă asociate *formulei de aproximare cu diferențe finite ascendente* (1) a lui $f'(2)$ ca funcții de parametrul $h \in \{10^{-1}, 10^{-2}, \dots, 10^{-20}\}$.

Folosiți reprezentări grafice formate, în scală liniară, în scală semilogaritmică în raport cu x , respectiv cu y , și în scală logaritmică.

EX#2 Fie funcția $\sin : [-2\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ și polinomul Taylor de grad n asociat funcției $\sin x$ și punctului $x_0 = 0$

$$T_n(\cdot; x_0) : [-2\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, \quad T_n(x; x_0) = \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}. \quad (2)$$

Folosind cele trei versiuni de reprezentări grafice multiple în aceeași figură, să se reprezinte grafic, în aceeași figură, funcțiile $\sin x$ și $T_n(x; x_0)$, $n = 1, 2, 3$, cu $x \in [-2\pi, 2\pi]$.

EX#3 Reprezentați grafic, în aceeași pagină, funcțiile $f_1, f_2 : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f_1(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$ și $f_2(x) = \frac{\sin^2 x}{x^2(1 + \cos x)}$, considerând $x \in \{10^{-8}, 10^{-7}, \dots, 10^{-1}\}$ și $x \in \{\pi - 10^{-1}, \pi - 10^{-2}, \dots, \pi - 10^{-8}\}$.

Comentați rezultatele grafice și determinați o modalitate de calcul cu acuratețe mare a funcțiilor de mai sus în intervalul $[-\pi, \pi]$.

EX#4 (a) Evaluați și reprezentați grafic funcția $y_1(x) = \sqrt{2x^2 + 1} - 1$ pentru 100 valori ale lui $x \in [10^{14}, 10^{16}]$.

Determinați o altă modalitate de calcul cu acuratețe mare a funcției $y_1(x)$, $x \in [10^{14}, 10^{16}]$, și reprezentați grafic această nouă funcție $y_2(x)$, $x \in [10^{14}, 10^{16}]$.

(b) Evaluați și reprezentați grafic funcția $z_1(x) = \sqrt{x+4} - \sqrt{x+3}$ pentru 100 valori ale lui $x \in [10^{-9}, 10^{-7.4}]$.

Determinați o altă modalitate de calcul cu acuratețe mare a funcției $z_1(x)$, $x \in [10^{-9}, 10^{-7.4}]$, și reprezentați grafic această nouă funcție $z_2(x)$, $x \in [10^{-9}, 10^{-7.4}]$.

EX#5 Calculați următoarea expresie

$$S_n(\lambda) = \sum_{k=0}^n \frac{\lambda^k}{k!} e^k, \quad \lambda = 100 \quad n = 155, \quad (3)$$

cu și fără așa-numita structură "nested computation".

EX#6 Reprezentați grafic, folosind comanda MATLAB® `fplot`, cicloida dată de ecuațiile parametrice

$$x(\rho, \theta) = \rho(\theta - \sin \theta), \quad y(\rho, \theta) = \rho(\theta - \cos \theta), \quad (4)$$

pentru $\rho = 1.5$ și $\theta \in [0, 4\pi]$.

EX#7 Reprezentați grafic funcția $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \in (-2, 0) \\ x^3, & x \in [0, 3) \\ x^2 + 18, & x \in [3, 4) \\ 0, & \text{altfel.} \end{cases} \quad (5)$$

EX#8 Scrieți un fișier script în care calculează soluția numerică, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, a sistemului de ecuații liniare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, unde $\mathbf{A} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ este o matrice superior triunghiulară, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$, iar \mathbf{A} și \mathbf{b} sunt date în câte un fișier de date, de unde se citesc în fișierul script.

Indicație: Trebuie verificate următoarele condiții:

- (i) \mathbf{A} este o matrice pătratică;
- (ii) \mathbf{A} este o matrice superior triunghiulară;
- (iii) \mathbf{A} este o matrice inversabilă;
- (iv) \mathbf{A} și \mathbf{b} sunt compatibili.

Dimensiunea sistemului se determină din dimensiunile matricei \mathbf{A} și a vectorului \mathbf{b} .

OBSERVAȚIE: Toate graficele trebuie *formatate* corespunzător, i.e. etichete pe axe (font Arial, dimensiune 12pt), titlul graficului (font Times New Roman, dimensiune 14pt) și, acolo unde este cazul, legenda figurii, și trebuie salvate ca fișiere `*.eps`, `*.png` sau `*.jpeg`.

OBSERVAȚIE: Problemele încadrate în chenar reprezintă **TEMA**.