

消息篡改者(message)

Aisha 和 Basma 是两位互相通信的朋友。Aisha 有一条消息 M 想要发给 Basma,该消息是由 S 个比特(即若干 0 或 1)组成的序列。Aisha 通过发送**数据包**来跟 Basma 通信。一个数据包是由 31 个比特组成的序列,对应的位置从 0 到 30 编号。Aisha 想向 Basma 发送消息 M 时,会发送若干数据包。

然而第三个人 Cleopatra 在破坏 Aisha 和 Basma 之间的通信,能够**篡改**发送的数据包。在每个数据包中,Cleopatra 可以修改恰好 15 个位置的比特。具体来说,给定长度为 31 的数组 C,其中每个元素为 0 或 1,含义如下:

- C[i]=1 表示位置为 i 的比特可以被 Cleopatra 修改。我们称此类位置是被 Cleopatra **控制**的。
- C[i] = 0 表示位置为 i 的比特不能被 Cleopatra 修改。

数组 C 恰好包含 15 个 1 和 16 个 0。当发送消息 M 时,Cleopatra 控制的位置集合对于所有数据包都是相同的。Aisha 清楚地知道哪 15 个位置被 Cleopatra 控制。Basma 只知道有 15 个位置被 Cleopatra 控制,但不知道是哪些位置。

令 A 为 Aisha 决定要发送的数据包(称之为**原始数据包**)。令 B 为 Basma 收到的数据包(称之为**篡改数据包**)。对每个在 $0 \le i < 31$ 的 i 都有:

- 如果 Cleopatra 不能控制位置为 i 的比特(C[i]=0),那么 Basma 将能收到 Aisha 发送的第 i 个比特(B[i]=A[i]),
- ullet 否则,如果 Cleopatra 控制了位置为 i 的比特(C[i]=1),那么 B[i] 的值由 Cleopatra 决定。

每个数据包发送后,Aisha 会立刻知道被篡改后的数据包内容。

当 Aisha 发送完所有数据包后,Basma **按照发送顺序**接收到所有被篡改的数据包,她必须重建原始消息M。

你的任务是制定并实现某种策略,使得 Aisha 给 Basma 发送消息 M 时,Basma 能够从篡改数据包中恢复 M。具体来说,你要实现两个函数,第一个函数进行 Aisha 的动作:给定消息 M 和数组 C,给 Basma 发送若干数据包来传输消息。第二个函数进行 Basma 的动作:给定若干篡改数据包,恢复原始消息 M。

实现细节

你要实现的第一个函数是:

void send_message(std::vector<bool> M, std::vector<bool> C)

- M: 长度为 S 的数组,描述 Aisha 想要发给 Basma 的消息。
- C: 长度为 31 的数组,标记 Cleopatra 控制的数据包中的位置。
- 每个测试用例中,该函数**最多**可被调用**2100次**。

该函数调用以下函数来发送数据包:

std::vector<bool> send_packet(std::vector<bool> A)

- A: 原始数据包(长度为 31 的数组),表示 Aisha 发送的比特。
- 此函数返回篡改数据包 B,表示 Basma 接收到的比特。
- 此函数在 send_message 的一次调用过程中最多被调用 100 次。

你要实现的第二个函数是:

std::vector<bool> receive_message(std::vector<std::vector<bool>> R)

- R: 描述若干篡改数据包的数组。这些数据包源自 Aisha 在一次 send_message 调用时发送的若干数据包,且按照 Aisha 的发送顺序排列。R 的每个元素是长度为 31 的数组,表示一个篡改数据包。
- 该函数应返回包含 S 个比特的数组,且与原始消息 M 相同。
- 每个测试用例中,该函数可能被调用**多次**。对于每次 send_message 的调用,对应地该函数要有**恰好一次**调用。函数 receive_message 的**调用顺序**不必与对应的 send_message 调用顺序一致。

注意在评测系统中,send_message 和 receive_message 两个函数是在**不同的程序**中来调用的。

约束条件

- 1 < S < 1024
- *C* 恰好有 31 个元素,且其中 16 个为 0, 15 个为 1。

子任务与评分

如果在任意的测试用例中,函数 send_packet 的调用不符合上述规则,或者某个函数 receive_message 的调用的返回值不正确,你的解答在该测试用例上得0分。

否则,令 Q 为所有测试用例中,每次 send_message 调用时调用函数 send_packet 的次数的最大值。令 X 等于:

- 1,如果Q<66
- 0.95^{Q-66} , 如果 66 < Q < 100
- 0,如果100 < Q

那么,得分将由以下式子计算获得:

子任务	分数	额外的约束条件
1	$10 \cdot X$	$S \leq 64$
2	$90 \cdot X$	没有额外的约束条件。

注意在某些测试用例中,评测程序的行为是**自适应的**。这意味着 send_packet 的返回值可能取决于它的输入参数和以前调用该函数的返回值。

例子

考虑以下调用。

Aisha 试图发给 Basma 的消息是 [0,1,1,0]。数据包的第 0 至第 15 个比特不能被 Cleopatra 修改,而第 16 至第 30 个比特可以被 Cleopatra 修改。

为便于解释这个例子,我们假设 Cleopatra 的行为是确定性的:她交替地用 0 和 1 填充所控制的比特,也就是她把她控制的第一个位置赋 0(例子中的第 16 位),把她控制的第二个位置赋 1(第 17 位),把她控制的第三个位置赋 10(第 18 位),以此类推。

Aisha 可以做出的一种决定是在一个数据包中发送原始消息中的两个比特,例如她是这样做的:通过她控制的前8个位置来发送第一个比特,通过她控制的接下来8个位置来发送第二个比特。

于是 Aisha 发送以下数据包:

```
send_packet([0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0])
```

由于 Cleopatra 可以更改最后 15 个比特,所以 Aisha 决定随意设置它们,因为它们可能会被覆盖。使用前面假定的 Cleopatra 的策略,该函数返回:

Aisha 决定在第二个数据包中发送 M 的最后两个比特,与之前类似:

根据假定的 Cleopatra 的策略,该函数返回:

[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0]

Aisha 还可以发送更多的数据包,但她没有这样做。

然后评测程序进行以下函数调用:

```
receive_message([[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0],

[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0]])
```

Basma 按照如下方式恢复消息 M。她从每个数据包中提取出第一个连续出现两次的比特,以及最后一个连续出现两次的比特。也就是说,她从第一个数据包提取出两个比特 [0,1] ,从第二个数据包中提取出两个比特 [1,0]。把它们放在一起,她恢复了消息 [0,1,1,0],这是对 receive_message 调用的正确返回值。

可以证明,在假设的 Cleopatra 的策略下,对于长度为 4 的消息,不管 C 的值是多少,Basma 这样做能够正确恢复 M。然而,一般情况下这并不正确。

评测程序示例

评测程序示例不具备自适应性,Cleopatra 的行为是确定性的,她交替地用0和1来填充她控制的比特,就像她在例子中所做的那样。

输入格式: 输入第一行包含一个整数 T,指定测试用例的数量。接下来有 T 组测试用例,每组测试用例都按以下格式描述:

```
S
M[0] M[1] ... M[S-1]
C[0] C[1] ... C[30]
```

输出格式: 评测程序示例按照输入的顺序,用以下格式输出T组测试用例的结果:

```
K L
D[0] D[1] ... D[L-1]
```

这里,K 是 send_packet 的调用次数,D 是 receive_message 返回的消息,L 是它的长度。