

斯芬克斯的谜题(sphinx)

斯芬克斯为你准备了一个谜题。给定 N 个顶点的图,顶点从 0 到 N-1 编号。图中有 M 条边,从 0 到 M-1 编号。每条边连接两个不同的顶点,且边是双向的。具体来说,对从 0 到 M-1 的每个 j,边 j 连接顶点 X[j] 和 Y[j]。任意两个顶点之间最多有一条边。若两个顶点被一条边连接,则它们是**相邻的**。

对顶点序列 v_0, v_1, \ldots, v_k (对 $k \ge 0$),若每两个连续顶点 v_l 和 v_{l+1} (对所有满足 $0 \le l < k$ 的 l)是相邻的,则称其为一条**路径**。路径 v_0, v_1, \ldots, v_k **连接**顶点 v_0 和 v_k 。在给定的图中,每对顶点被某条路径连接。

现在有 N+1 种颜色,从 0 到 N 编号。其中,颜色 N 是特殊的,称为**斯芬克斯之色**。一开始每个顶点都有一种颜色,顶点 i ($0 \le i < N$) 的颜色是 C[i]。多个顶点可以是同一种颜色的,有的颜色可能没有对应的顶点,且不会有顶点的颜色是斯芬克斯之色。也就是说,0 < C[i] < N (0 < i < N)。

若一条路径 v_0,v_1,\ldots,v_k (对 $k\geq 0$)上的所有顶点都是相同颜色的,则称其是**单色**的。也就是说,满足 $C[v_l]=C[v_{l+1}]$ (对所有满足 $0\leq l< k$ 的 l)。此外,两个顶点 p 和 q($0\leq p< N$, $0\leq q< N$)在同一个**单色分支**中,当且仅当它们被某条单色路径连接。

你知道图中顶点和边的关系,但是你不知道每个顶点的颜色。你希望通过**重新着色实验**来弄清楚顶点的颜色。

在一次重新着色实验中,你可以对任意多的顶点进行重新着色。具体来说,在一次重新着色实验中,你先给出一个长度为 N 的数组 E,对每个 i $(0 \le i < N)$,E[i] 的值在 -1 和 N 之间(**包括** -1 和 N)。重新着色后,每个顶点 i 的颜色变成了 S[i],其中 S[i] 的值:

- E[i] = -1, 则是 C[i],也就是重新着色前顶点 i 的颜色;
- 否则,是 *E*[*i*]。

注意: 你可以在重新着色的过程中使用斯芬克斯之色。

在将每个顶点 i 的颜色设为 S[i] ($0 \le i < N$)之后,斯芬克斯会宣布图中单色分支的数量。新的着色情况仅在本次重新着色实验中有效,因此**当本次实验结束后,所有顶点的颜色会恢复成最初的情况**。

你的任务是至多通过 2750 次重新着色实验来确定图中顶点的颜色。如果正确给出了每对相邻顶点是否具有相同颜色,那么也会获得部分分数。

实现细节

你要实现以下函数。

std::vector<int> find_colours(int N,
 std::vector<int> X, std::vector<int> Y)

- *N*: 图中顶点的数量。
- X, Y: 两个长度为 M 的数组,描述图中的边。
- 该函数应该返回一个长度为 N 的数组 G,表示图中顶点的颜色。
- 对每个测试用例,该函数恰好被调用一次。

以上函数可以通过调用下面的函数来进行重新着色实验:

int perform_experiment(std::vector<int> E)

- E: 长度为 N 的数组,指定顶点重新着色的方式。
- 该函数返回根据 E 所给出的方式进行重新着色后单色分支的数量。
- 该函数至多只能调用 2750 次。

评测程序**不是自适应的**。也就是说,顶点的颜色在调用 find_colours 之前就已经固定下来了。

约束条件

- $2 \le N \le 250$
- $N-1 \le M \le \frac{N \cdot (N-1)}{2}$
- 对所有满足 $0 \le j < M$ 的 j,都有 $0 \le X[j] < Y[j] < N$ 。
- 对所有满足 $0 \le j < k < M$ 的 j 和 k,都有 $X[j] \ne X[k]$ 或 $Y[j] \ne Y[k]$ 。
- 每对顶点被某条路径连接。
- 对所有满足 $0 \le i < N$ 的 i,都有 $0 \le C[i] < N$ 。

子任务

子任务	分数	额外的约束条件
1	3	N=2
2	7	$N \leq 50$
3	33	给定的图是一条路径: $M=N-1$,且顶点 j 和 $j+1$ 是相邻的($0 \leq j < M$)。
4	21	给定的图是完全图: $M=rac{N\cdot (N-1)}{2}$,且任意两个顶点是相邻的。
5	36	没有额外的约束条件。

在每个子任务中,如果你的程序正确给出了每对相邻顶点是否具有相同颜色,那么也会获得部分分数。

更准确地说,如果在所有测试用例中 find_colours 返回的数组 G 与数组 C 完全一样(也就是对所有满足 $0 \le i < N$ 的 i,都有 G[i] = C[i]),你会获得该子任务的全部分数。否则,如果在某个子任务的所

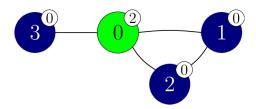
有测试样例中满足下列条件,你会获得该子任务50%的分数:

- 对所有满足 $0 \le i < N$ 的 i, 都有 $0 \le G[i] < N$;
- 对所有满足 0 < j < M 的 j, 都有:
 - 。 G[X[j]] = G[Y[j]] 当且仅当 C[X[j]] = C[Y[j]]。

例子

考虑以下函数调用。

在这个例子中,假设顶点的(隐藏的)颜色是 C=[2,0,0,0],如下图所示。顶点的颜色同时也用数字标注在顶点右上角的标签里。



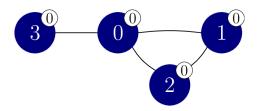
假设该函数以下列方式调用 perform_experiment。

这次调用没有重新着色任何顶点,因此所有顶点都保持它们原来的颜色。

顶点 1 和顶点 2 都是颜色 0 的。因此路径 1,2 是单色路径,从而顶点 1 和顶点 2 在同一个单色分支中。顶点 1 和顶点 3 都是颜色 0 的。但是由于不存在连接它们的单色路径,因此它们在不同的单色分支中。总共有 3 个单色分支,分别是顶点集合 $\{0\}$ 、 $\{1,2\}$ 和 $\{3\}$ 。因此,本次函数调用返回 3。

再假设该函数以下列方式调用 perform_experiment。

这次调用只把顶点0重新着色成颜色0,结果如下图所示。

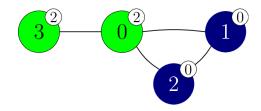


此时所有顶点都属于同一个单色分支,因此本次函数调用返回 1。由此可以推断顶点 1、2 和 3 都是颜色 0 的。

假设该函数还以下列方式调用 perform_experiment。

```
perform_experiment([-1, -1, -1, 2])
```

这次调用把顶点3重新着色成颜色2,结果如下图所示。



这时有 2 个单色分支,分别是顶点集合 $\{0,3\}$ 和 $\{1,2\}$,因此本次函数调用返回 2。由此可以推断顶点 0 是颜色 2 的。

然后函数 find_colours 返回数组 [2,0,0,0]。由于 C=[2,0,0,0],因此可以获得满分。

此外,也还有多种返回值,例如 [1,2,2,2] 或 [1,2,2,3],可以获得 50% 的分数。

评测程序示例

输入格式:

```
N M
C[0] C[1] ... C[N-1]
X[0] Y[0]
X[1] Y[1]
...
X[M-1] Y[M-1]
```

输出格式:

```
L Q
G[0] G[1] ... G[L-1]
```

这里,L 是 find_colours 返回的数组 G 的长度,Q 是调用 perform_experiment 的次数。