

## 14 带权无向图与旅游区景点路线规划系统（难度：7 级）

### 任务一、构造带权无向图

为了提高速度，图的存储使用两个数据结构来实现：双向邻接表和哈希表。请按照要求的时间复杂度来实现下列对图的具体操作，其中 $|v|$ 表示图中的顶点数， $d$ 是顶点的度数。

函数	函数功能	时间复杂度
Initiate()	新建一个无边无顶点的图	$O(1)$
int vertexCount()	返回图中的顶点数	$O(1)$
int edgeCount()	返回图中的边数	$O(1)$
getVertices()	返回包含所有顶点的数组	$O( v )$
void addVertex(Object)	添加顶点	$O(1)$
void removeVertex(Object)	删除顶点	$O(d)$
int isVertex(Object)	判断该顶点是否在图中	$O(1)$
int degree(int v)	顶点的度	$O(1)$
int getFirstNeighbor(int v)	返回第一个邻接顶点	$O(1)$
int getNextNeighbor(int v1, int v2)	返回下一个邻接顶点	$O(d)$
void addEdge(int v1, int v2)	添加边	$O(1)$
void removeEdge(int v1, int v2)	删除边	$O(1)$
int isEdge(Object, Object)	判断是否为边	$O(1)$
int weight(Object, Object)	求某边的权值	$O(1)$

以下是一些具体的思想来实现特定操作来达到上述目的（可参考图 1）：

（1）对于图中顶点的存储，最好的方式是采用哈希结构来存储。哈希存储可以使得 isVertex() 的时间复杂度为  $O(1)$ 。

（2）为使 getVertices() 时间复杂度为  $O(|V|)$ ，则应设计链表来存储顶点序列；为使 removeVertex() 时间复杂度为  $O(d)$ ，则该链表应该是双向的；

（3）为使得 getNeighbors() 时间复杂度为  $O(d)$ ，需要对每个顶点创建邻接表来存放边；为使 removeEdge() 是  $O(1)$ ，则此表应该是双向的。

（4）在无向图中，边  $(u, v)$  必须出现在两个链表中（ $u$  顶点和  $v$  顶点的边邻接表）。若删除  $u$ ，则必须删除  $u$  的所有相关联的边，即使包含在  $v$  的链表中。为使 removeVertex() 时间复杂度为  $O(d)$ ，不能遍历所有的邻接表，可以尝试用下列方法来得到  $O(d)$  的时间。

既然  $(u, v)$  在图中出现于两个表中，则可以用两个结点来表示  $(u, v)$ ，分别在  $u$  表和  $v$  表中。这些结点每一个可称为“半条边”，其中一条边为另一条的“伙伴”。每一个半条边有向前和向后的指针链入邻接链表中，此外该半条边和其伙伴由“伙伴指针”相关联。采用这种方式，我们可以从图中删除  $u$  时，可遍历  $u$  的邻接链表，并使用伙伴指针来删除另外半条边只使用  $O(1)$  的时间。

（5）为使 removeEdge()、isEdge()、weight() 时间复杂度为  $O(1)$ ，你需要第二个哈希表来存储边，这个哈希表是成对出现的顶点在图中的表现形式。为使 removeVertex() 时间复杂度为  $O(d)$ ，你需要从哈希表和顶点的邻接表上删除边

（6）为使 vertexCount()、edgeCount()、degree() 时间复杂度为  $O(1)$ ，你需要添加边和顶点的计数器、每个顶点的度数，并且在每个操作注意其动态更新。

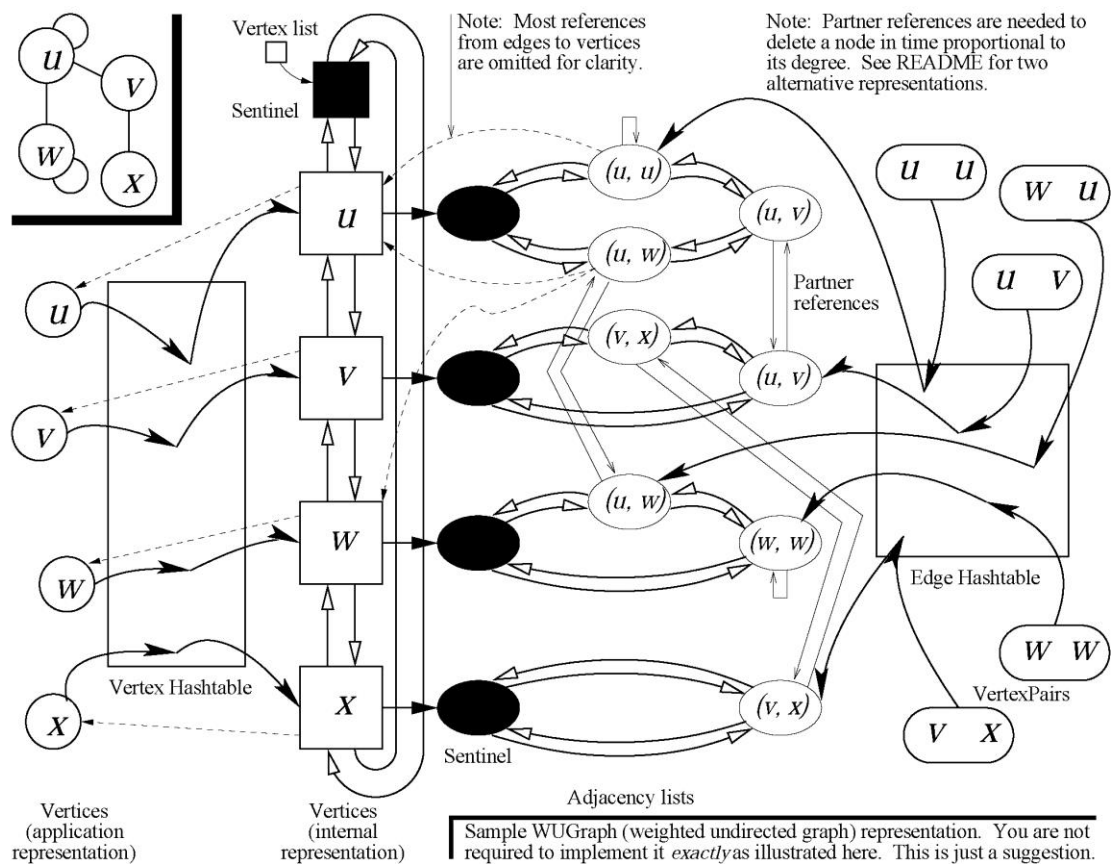


图 2 带权无向图数据结构设计参考

**任务二、基于该数据结构实现克努斯卡算法得到最小生成树。**

**任务三、基于该数据机构实现一个简易的旅游区景点路线规划系统。**

设某个旅游区共有  $n$  个旅游景点，每个旅游景点都和相邻的  $m$  个旅游景点 ( $m \geq 2, m < n$ ) 有直接的道路（有对应的距离）相通，假设该旅游区的入口也是出口，请设计一个简易的旅游区导游系统。

- (1) 请建立景点库：景点、景点间的道路（以及距离）的增加/删除/修改。
- (2) 输入该旅游区的任意两个景点，请找出它们之间的最短简单路径和距离。
- (3) 用户一键知晓所有景点：输入景点库的任意一个景点，系统就会显示周围  $R$  公里范围内的所有景点。
- (4) 用户输入感兴趣的一组景点后，请选出一系列道路，能够连接所有输入景点以及出入口，并且总距离最短。
- (5) 最佳旅游路线确定：用户输入感兴趣的一组景点后，请确定一条最佳的旅游线路，该线路必须经过所有的输入景点（一次且仅仅一次），并且走的路尽可能最短。旅程中的最后一程必须从最后一个景点回到出口。

**【选做内容】**

- (1) 可以在显示器上简单显示地图、路线规划结果图。
- (2) 简单的可视化的界面设计。