Prova di Analisi Matematica II - 19 Settembre 2019 - Fila A
Ing. Informatica A.A. 2018-2019
Prof.ssa Virginia De Cicco

1)	2)	3)	4)	5)	VOTO:

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Cognome	Nome

FIRMA: ....

ESERCIZIO 1. Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata -1 punto ed ogni risposta non data 0 punti. (**10 pt.**)

1) (I) Data la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} 2^n x^n \,,$$

una sola delle seguenti affermazioni è vera

(a) converge uniformemente per $|x| \leq \frac{1}{3}$
(b) converge puntualmente per $|x| \leq \frac{1}{2}$
(c) converge puntualmente per $|x| < 1$
(d) converge totalmente per $|x| \leq 1$.

(II) La successione di funzioni

$$f_n(x) = (-1)^n \frac{5nx}{2n+x}$$

converge puntualmente

(a) solo in $x = 0$

(b) $\forall x \in \mathbb{R}$

(c) $\forall x \geq 0$

(d) $\forall x \leq 0$.

(III) Solo una delle seguenti funzioni è olomorfa nel suo campo di esistenza:

(a) $f_1(z) = e^{|z|} + 1$

(b) $f_2(z) = \sin(i\mathrm{Arg}z)$

(c) $f_3(z) = i\mathrm{Arg}z$

(d) $f_4(z) = e^{\cos z} + 1$.

(IV) La funzione

$$f(z) = \frac{(e^z - 1)\sin z}{z^3 - z^2}$$

ha in $z = 0$

(a) un polo doppio

(b) un polo singolo

(c) un polo di ordine 3

(d) una singolarità eliminabile.

(V) La parte reale di $\sin i$ è

(a) $\sin 1$

(b) 0

(c) 1

(d) $-\sin 1$.

ESERCIZIO 2.

(i) Si dia la definizione di integrale curvilineo complesso di una funzione $f(z)$ di variabile complessa $z \in \mathbb{C}$ lungo una curva regolare γ nell'insieme di definizione di f

$$\int_\gamma f(z)\, dz.$$

(i) Si calcoli il seguente integrale in campo complesso

$$\int_\gamma e^z dz \qquad \gamma(t) = 1 + e^{it} \qquad t \in [0, \frac{\pi}{2}].$$

ESERCIZIO 3.

(i) Si scriva lo sviluppo in serie di Fourier di una funzione 2π-periodica pari, specificando la definizione dei suoi coefficienti.

(ii) Si determini lo sviluppo in serie di Fourier della funzione definita in $]-\pi, \pi]$ da

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{se } |x| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

prolungata per periodicità su tutto $\mathbb{R}$.

ESERCIZIO 4.

(i) Si enuncino le condizioni di Cauchy-Riemann.

(ii) Si utilizzino tali condizioni per determinare una funzione olomorfa in $\mathbb{C}$

$$f(z) = u(x,y) + i\, v(x,y), \quad z = x + iy$$

che abbia come parte reale la funzione

$$u(x,y) = x^2 y - \frac{1}{3} y^3 \,.$$

ESERCIZIO 5.

(i) Si scriva l'espressione del segnale $f(t)$ avente $F(s)$ come trasformata di Laplace, i.e. l'antitrasformata $f(t) = L^{-1}[F(s)](t)$ di Laplace di $F(s)$.

(ii) Si calcoli l'antitrasformata di Laplace della seguente funzione

$$F(s) = \frac{s+2}{s^2-5}.$$