ESAME 17 FEBBRAIO 2020

ESERCIZIO 1

I) Si chiede di trovare l'aperto di olomorfia di

$$f(z) = \log(\log z)$$

il quale é dove log può essere derivabile, ossia in $\mathbb{C}^*$ tranne il semiasse reale negativo, quindi in $\mathbb{C}^{**}$. (RISPOSTA c)

II) Si chiede la convergenza uniforme di

$$f_n(x) = \log\left(\frac{x^2}{n} + 1\right)$$

non risolto :(

III) $\cos(\log i)$

$$\log z = \log \rho + i\vartheta$$

$$\log i = \log 1 + i\frac{\pi}{2} = i\frac{\pi}{2}$$

$$\cos z = \frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}$$

$$\cos i\frac{\pi}{2} = \frac{e^{-\frac{\pi}{2}}+e^{\frac{\pi}{2}}}{2} = \cosh\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\cosh z = \frac{e^{z}+e^{-z}}{2}$$

RISPOSTA b

IV) Si chiede com'è il dominio della funzione

$$f(z) = \log(|z-1|)$$

non risolto ï

V) Rappresentazione cartesiana di

$$z = 2e^{-\frac{\pi}{4}i}$$

in forma esponenziale un numero complesso può essere così scritto

$$z = \rho e^{i\theta}$$

mentre in coordinate polari

$$z = \rho(\cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta)$$

quindi il nostro numero diventa

$$z = 2e^{-\frac{\pi}{4}i} = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\,\text{sen}\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) =$$

$$= 2\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\,\text{sen}\,\frac{\pi}{4}\right) = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) =$$

$$= \sqrt{2} - \sqrt{2}\,i$$

RISPOSTA C