

Prova di Analisi Matematica II - 24 Luglio 2019
Ing. Informatica A.A. 2018-2019
Prof.ssa Virginia De Cicco

1)	2)	3)	4)	5)	VOTO:
----	----	----	----	----	-------

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Cognome	Nome
---------	------

ESERCIZIO 1. Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata -1 punto ed ogni risposta non data 0 punti. **(10 pt.)**

1) (I) L'antitrasformata di Laplace della funzione

$$F(s) = \frac{1}{(s-1)^2}, \quad s \in \mathbb{C}$$

è

- (a) $f(t) = te^t$
- (b) $f(t) = e^{-t}$
- (c) non esiste
- (d) $f(t) = e^t$.

(II) Il residuo della funzione $f(z) = \frac{3}{iz} + \cos(\frac{1}{z})$ in $z = 0$ è

- (a) 3
- (b) $-3i$
- (c) $3i$
- (d) 0.

(III) L'aperto di olomorfia della funzione $f(z) = z^{2i}$ è

- (a) \mathbb{C}^{**}
- (b) $\mathbb{C} \setminus \{-i\}$
- (c) $\mathbb{C} \setminus \{\operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z = -1\}$
- (d) $\mathbb{C} \setminus \{\operatorname{Im} z = -1\}$.

(IV) Il numero $(-\pi)^\pi$ è uguale a

- (a) π^π
- (b) $\pi^\pi(\cos \pi^2 - i \sin \pi^2)$
- (c) $\pi^\pi(\cos \pi^2 + i \sin \pi^2)$
- (d) $\pi^{-\pi}$.

(V) La funzione $f(z) = \frac{\sin(iz)}{(z-2\pi i)^2}$ ha nel punto $z_0 = 2\pi i$

- (a) una singolarità eliminabile
- (b) un polo semplice
- (c) un polo doppio
- (d) una singolarità essenziale.

ESERCIZIO 2. (i) Si enunci il teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale.

(ii) Si dimostri tale teorema.

(iii) Si calcoli il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^1 \sin \left(\frac{nx^2 + 1}{n^2} \right) dx .$$

ESERCIZIO 3.

- (i) Si enunci il teorema di unicità dello sviluppo in serie di potenze in \mathbb{C} .
- (ii) Si determini l'insieme di convergenza e la somma della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (z+2)^{2n-1}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

ESERCIZIO 4.

- (i) Si enunci il Lemma del grande cerchio.
- (ii) Utilizzando tale Lemma, si calcoli il seguente integrale improprio

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 2x + 2} dx.$$

ESERCIZIO 5. (i) Si dia la definizione dei coefficienti di Fourier e di serie di Fourier.

(ii) Si enuncino i teoremi sulla convergenza puntuale ed uniforme per una serie di Fourier.

Data la funzione

$$f(x) = 2 \sin(9x) - 3 \cos(5x) ,$$

(iii) si calcolino i suoi coefficienti di Fourier.

(iv) La serie di Fourier ad essa associata converge puntualmente? Converte uniformemente?