2Prova di Analisi Matematica II - 22 Febbraio 2019
Ing. Informatica
Prof.ssa VIRGINIA DE CICCO

1)	2)	3)	4)	5)	VOTO:

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Cognome	Nome

ESERCIZIO 1. Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata -1 punto ed ogni risposta non data 0 punti. (**10 pt.**)

1) Sia $z \in \mathbb{C}$ e $\overline{z}$ il suo complesso coniugato. Una delle seguenti identità è vera. Quale?

   (a) $Arg\frac{\overline{z}}{|\overline{z}|} = -Argz + \pi/2$

   (b) $Arg\frac{\overline{z}}{|\overline{z}|} = Argz$

   (c) $Arg\frac{\overline{z}}{|\overline{z}|} = Arg\overline{z}$

   (d) $Arg\frac{\overline{z}}{|\overline{z}|} = -Arg\overline{z}$.

2) La serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(2n)^{2n}} x^n$$

   ha raggio di convergenza

   (a) 0

(b) 1

(c) e

(d) $+\infty$.

3) Il seguente limite

$$\lim_{z\to 1} \frac{e^{(z-1)^3}-1}{(arcsen(z-1))^3}$$

vale

(a) 1 (b) 2

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 0.

4) Solo una delle seguenti formule è vera per la trasformata di Laplace:

$\forall a \in \mathbb{C}\,, \quad \forall s \in \mathbb{C}:\ \mathrm{Re}(s) > \sigma[f] + \mathrm{Re}(a)$

(a) $\mathcal{L}[e^{-at}f(t)](s) = \mathcal{L}[f(t)](s-a)$

(b) $\mathcal{L}[e^{at}f(t)](s) = \mathcal{L}[f(t)](s-a)$

(c) $\mathcal{L}[e^{at}f(t)](s) = \mathcal{L}[f(t)](s+a)$

(d) $\mathcal{L}[e^{-at}f(t)](s) = -\mathcal{L}[f(t)](s+a)$.

5) Solo una della seguenti funzioni è olomorfa:

(a) $\cos(|z^4|)$

(b) $|\cos(z^4)|$

(c) $\cos(z^4)$

(d) $\cos(\overline{z}^4)$.

ESERCIZIO 2. (i) Data una funzione $f(t)$, regolare a tratti e periodica di periodo 2π, si definisca la serie di Fourier di $f(t)$, si dica quanto vale la sua somma $S(t)$ e dove converge uniformemente.

(ii) Data la funzione $f(t)$, periodica di periodo 2π, definita da

$$f(t) = log(1 + 5t)\,, \quad t \in (0, 2\pi]\,,$$

si calcoli $S(3\pi)$ (cioè il valore della somma della serie di Fourier nel punto $t = 3\pi$) e $f(3\pi)$.

ESERCIZIO 3.

(i) Si dia la definizione di serie di Laurent di una funzione f analitica in una corona circolare e si scriva la formula per i coefficienti di Laurent.

(ii) Si scriva lo sviluppo in serie di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{sen(\frac{1}{iz^3})}{z^2},$$

in $z = 0$, precisando la regione in cui vale e specificando la parte singolare e la parte regolare.

(iii) Si calcoli il residuo di tale funzione in $z = 0$.

ESERCIZIO 4. (i) Si enunci il Teorema integrale di Cauchy.

(ii) Si dimostri tale teorema.

(iii) Si calcolino al variare di n i seguenti integrali

$$I_n := \int_{\gamma_n} \frac{sen(z-\pi)}{(z-\pi)^2}\, dz\,,$$

dove γ_n è il bordo dell'insieme

$$A_n = \{z : |z-n| \le 1\}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

ESERCIZIO 5.

(i) Si dia la definizione del logaritmo in campo complesso.

(ii) Si cerchi l′insieme di definizione e l′aperto di olomorfia della seguente funzione
$$f(z) = Log(iz^2).$$