Prova di Analisi Matematica II - 27 Giugno 2019 -
Ing. Informatica A.A. 2018-2019
Prof.ssa Virginia De Cicco

1)	2)	3)	4)	5)	VOTO:

N.B. La parte sovrastante è riservata al docente.

Cognome	Nome

FIRMA: ....

ESERCIZIO 1. Per ciascuna delle seguenti questioni, si indichi la (sola) risposta corretta. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata -1 punto ed ogni risposta non data 0 punti. (**10 pt.**)

1) (I) Sia

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x \leq 0 \\ \pi^2 - x^2 & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

prolungata per periodicità su $\mathbb{R}$ e sia $S(x)$ la somma del suo sviluppo in serie di Fourier. Allora

(a) $S(4\pi) = \frac{\pi^2}{2}$
(b) $S(4\pi) = 0$
(c) $S(4\pi) = -15\pi^2$
(d) $S(4\pi) = -\frac{\pi^2}{2}$.

(II) Sia

$$f(z) = \frac{z}{z-8}, \qquad z \in \mathbb{C}$$

e sia $\gamma(t) = e^{it} + i$, $t \in [0, 2\pi]$. L'integrale $\int_\gamma f(z)dz$ vale

(a) i

(b) $-i$

(c) 0

(d) $2\pi i$.

(III) La potenza i^{2i} vale

(a) e^{π}

(b) $e^{-2\pi}$

(c) $e^{-\pi}$

(d) $e^{\pi/2}$.

(IV) La somma della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(sen\, x)^{k-2}}{k!}, \qquad x \in \mathbb{R}$$

vale

(a) $\frac{e^{sen\, x}}{sen\, x}$ (c) $\frac{e^{sen\, x}}{(sen\, x)^2}$

(b) $\log(sen\, x)$ (d) $\frac{\log(sen\, x)}{sen\, x}$.

(V) Il raggio di convergenza delle seguente serie di potenze in $\mathbb{R}$, centrata in $x_0 = 0$,

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n \pi^n}{2^n n^2} x^n,$$

vale

(a) $\frac{1}{2\pi}$ (c) $\frac{4}{\pi}$

(b) $\frac{1}{\pi}$ (d) $\frac{2}{\pi}$.

ESERCIZIO 2.

(i) Si dia la definizione di serie bilatera e si discuta l'analiticità della somma di una serie bilatera.

(ii) Si enunci il Teorema di Laurent e si dia la definizione dei coefficienti di Laurent.

(iii) Si scriva lo sviluppo di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{1}{(z-2)^3} e^{\frac{1}{(z-2)^4}} \, ,$$

intorno al punto $z = 2$, specificando in quale regione vale tale sviluppo, e si stabilisca che tipo di singolarità si ha in $z = 2$.

ESERCIZIO 3.

(i) Si dia la definizione di convergenza uniforme per una successione di funzioni.

(ii) Si studi la convergenza puntuale e uniforme della seguente successione di funzioni:

$$f_n(x) = \log\left(\frac{3nx^2}{5+n}\right), \quad x \neq 0.$$

ESERCIZIO 4.

(i) Si dia la definizione di logaritmo principale in campo complesso.

(ii) Si determini l'insieme di definizione, l'insieme di continuità e l'aperto di olomorfia della seguente funzione:

$$f(z) = \frac{e^{iz}}{\mathrm{Log}(2 - iz)}$$

e si rappresentino tali insiemi nel piano complesso.

ESERCIZIO 5.

(i) Si dia la definizione di trasformata di Laplace per un segnale $f(t)$ e della sua ascissa di convergenza.

(ii) Si calcoli la trasformata di Laplace del seguente segnale:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ (t-1)^4 e^{-t+2} & t \geq 1 \end{cases}$$

specificandone l'ascissa di convergenza.