

Notes de cours de calculabilité

Yann Miguel

14 janvier 2020

Table des matières

1	Cours 1	2
1.1	Machine de Turing	2
2	Contact/MCC	4

1 Cours 1

Un problème peut être simple à définir, mais ne pas admettre une solution algorithmique. Par exemple, la suite de Collatz.

Algorithm 1 Collatz(n)

```
print n
if n=1 then
    return 0
else
    if n=0(mod2) then
        Collatz(n/2)
    else
        Collatz(3n+1)
    end if
end if
```

1.1 Machine de Turing

Il s'agit d'un modèle mathématique abstrait.

Définition:

Une machine de Turing(MT) déterministe est un γ -uplet

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, q_F)$$

où:

- Q est un ensemble d'états fini
- Σ est l'alphabet d'entrée
- Γ est l'alphabet de ruban
(contient tout les symboles pouvant apparaître sur le ruban)
- δ est une fonction de transition
- $q_0 \in Q$ est l'état initial
- $B \in \Gamma \setminus \Sigma$ est un symbole blanc spécial
(ne fait pas parti de l'alphabet d'entrée)
- $q_F \in Q$ est l'état final

Finalisations:

Résultat	Condition
acceptation	la machine entre et s'arrête sur l'état final
rejet	s'arrête dans un état non final la machine ne s'arrête pas

Définition:

Une description instantanée (DI) d'une MT décrit sa configuration courante. C'est un mot

$$uqav \in (\{\epsilon\} \cup (\Gamma \setminus \{B\})\Gamma^*)Q\Gamma(\{\epsilon\} \cup \Gamma^*(\Gamma \setminus \{B\}))$$

avec:

- Q, l'état courant
- u, v $\in \Gamma^*$, le contenu du ruban à gauche et à droite de la tête, jusqu'au dernier symbole non blanc
- a $\in \Gamma$, le symbole de ruban actuellement sous la tête

Définition:

Un mouvement, une transition, un déplacement de la MT à partir de la DI $\alpha = uqav$ vers la DI suivante β sera noté $\alpha \vdash \beta$.

Plus précisément:

1. Si $\delta(q, a) = (p, b, L)$,
 - si $u = \epsilon$, alors $\beta = pBbv$
(potentiellement en supprimant les B à la fin de bv)
 - si $u = u'c$ avec $c \in \Gamma$ alors $\beta = u'pcbv$
(potentiellement en supprimant les B à la fin de bv)
2. si $\delta(q, a) = (p, b, R)$
 - si $v = \epsilon$ alors $\beta = ubpB$
(potentiellement en supprimant les B au début de ub)
 - si $v \neq \epsilon$ alors $\beta = ubpv$
(potentiellement en supprimant les B au début de ub)
3. si $\delta(q, a)$ est indéfini, alors
aucun mouvement n'est possible depuis α et α est une DI d'arrêt. Si $q = q_F$, alors α est une DI acceptante.

2 Contact/MCC

Type	Lien
site	aeporreca.org/calculabilite (ou le lien discord)
mail	antonio.porreca@lis-lab.fr
note	$0.2*CC+0.8*ET$