

Notes de cours de calculabilité avancée

Yann Miguel

17 mars 2021

Table des matières

1	Introduction	2
2	Cours 1	3
3	Informations importantes	4

1 Introduction

La calculabilité est l'étude des limites du calcul.

Lemme:

L'ensemble des fonctions de $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ est en bijection avec $[0,1]$.

Lemme:

L'ensemble des programmes en \mathbb{P} est en bijection avec \mathbb{N} .

Théorème:

$|\mathbb{N}| < |[0,1]|$

Corollaire:

Il existe des fonctions de $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ qui ne sont pas calculables en \mathbb{P} .

2 Cours 1

Questions/Problèmes du jeu de la vie:

1. Garden of Eden: Une configuration sans antécédent. Question: Plus petit Garden of Eden dans le jeu de la vie?
2. Forteress: Peut se défendre contre tout. Peut servir à protéger une autre construction. Question: Plus petite forteresse possible dans le Game of Life?
3. Death Problem: Étant donné une config initial finie, est-ce que toutes les cellules vont mourir? (indécidable)

Définition:

un automate cellulaire est défini par:

1. La dimension de l'espace d
2. Un ensemble d'états finis S
3. Un voisinage N
4. Une fonction locale $f:S^m \rightarrow S$
5. Une configuration $c:\mathbb{Z}^d \rightarrow S$ évolue en c' avec, $\forall x \in \mathbb{Z}^d: c'(x) = f(c(x+n_1), \dots, c(x+n_m))$

Si les hypothèses physiques suivantes sont vraies:

1. les lois de la physique sont homogènes dans l'espace
2. les lois de la physique sont homogènes dans le temps
3. la vitesse de propagation de l'information est bornée
4. la densité d'information est bornée
5. il existe un état quiescent

alors, nous vivons dans un automate cellulaire.

3 Informations importantes

$$NF = \frac{DM + EF}{2}$$