

Notes de cours de calculabilité avancée

Yann Miguel

10 mars 2021

Table des matières

1	Introduction	2
2	Cours 1	3
3	Informations importantes	4

1 Introduction

La calculabilité est l'étude des limites du calcul.

Lemme:

L'ensemble des fonctions de $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ est en bijection avec $[0,1]$.

Lemme:

L'ensemble des programmes en \mathbb{P} est en bijection avec \mathbb{N} .

Théorème:

$|\mathbb{N}| < |[0,1]|$

Corollaire:

Il existe des fonctions de $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ qui ne sont pas calculables en \mathbb{P} .

2 Cours 1

Questions/Problèmes du jeu de la vie:

1. Garden of Eden: Une configuration sans antécédent. Question: Plus petit Garden of Eden dans le jeu de la vie?
2. Forteress: Peut se défendre contre tout. Peut servir à protéger une autre construction. Question: Plus petite forteresse possible dans le Game of Life?
3. Death Problem: Étant donné une config initial finie, est-ce que toutes les cellules vont mourir? (indécidable)

Définition:

un automate cellulaire est défini par:

1. La dimension de l'espace d
2. Un ensemble d'états finis S
3. Un voisinage N
4. Une fonction locale $f:S^m \rightarrow S$
5. Une configuration $c:\mathbb{Z}^d \rightarrow S$ évolue en c' avec, $\forall x \in \mathbb{Z}^d: c'(x) = f(c(x+n_1), \dots, c(x+n_m))$

3 Informations importantes

$$NF = \frac{DM + EF}{2}$$