

Notes de cours d'Informatique Quantique

Yann Miguel

12 janvier 2021

Table des matières

1	Introduction	2
1.1	Espace d'Hilbert	2
1.2	Projecteurs	2
1.3	Calcul de produit de Kronecker	2
1.4	Notations	2
2	Cours 1	3
2.1	Espace produit tenseur	3
3	Informations importantes	4
3.1	Évaluation	4

1 Introduction

Dans l'informatique classique, l'unité de base est le bit. Dans l'informatique quantique, elle est nommée qubit, aussi noté qbit.

1.1 Espace d'Hilbert

Un espace vectoriel normé sur \mathbb{C} , complet pour la distance issue de sa norme, dont la norme est un vecteur x , $\|x\|$ découle d'un produit scalaire, ou Hermitien, par la formule:

$$\|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$$

On utilise des espaces d'Hilbert de dimension 2 car on possède un système à deux niveaux. Les vecteurs de ce système sont nommés **ket**. Chaque espace d'Hilbert est noté sur une base orthonormée. Comme tout vecteur de tout espace vectoriel, un vecteur générique $|\phi\rangle$ admet une décomposition en fonction de $|0\rangle$ et de $|1\rangle$.

1.2 Projecteurs

Pour une base orthonormée arbitraire, on peut définir les projecteurs suivants: $|0\rangle\langle 0|$ et $|1\rangle\langle 1|$. Les projecteurs sont idempotents, c'est à dire, $(|0\rangle\langle 0|)^2 = |0\rangle\langle 0|$.

1.3 Calcul de produit de Kronecker

$$|0\rangle\langle 0| = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes (1 \ 0) = 1.(1 \ 0) \text{ et } 0.(1 \ 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1.4 Notations

- $\langle v|w\rangle$: produit scalaire
- $|w\rangle\langle v|$: produit externe de Kronecker

2 Cours 1

En informatique quantique, il n'existe pas d'opération qui n'est pas inversable.

2.1 Espace produit tenseur

Soient H_1 et H_2 , deux espaces d'Hilbert. On peut définir un nouvel espace H , di espace produit tenseur.

Le produit tenseur est associatif et distributif.

Soit $|\phi_i\rangle$ une base de H_1 et $|\psi_i\rangle$ une base de H_2 . Le produit tenseur $|\phi_i\rangle \otimes |\psi_i\rangle$ est une base de $H = H_1 \otimes H_2$.

Pour les espaces fini, le produit tenseur est réalisé par le produit de Kronecker.

3 Informations importantes

Plutôt qu'un schéma traditionnel CM puis TD, ce cours se fera avec un système de CM et TD en parallèle.

3.1 Évaluation

2 devoirs maisons sur 3 points chacun, et une présentation sur le projet sur 14 points, le tout faisant une note sur 20.