Politechnika Warszawska

WYDZIAŁ MECHATRONIKI

Instytut Metrologii i Inżynierii Biomedycznej

Praca dyplomowa magisterska

na kierunku Inżynieria Biomedyczna
w specjalności Aparatura Medyczna

Narzędzie do modelowania szeregów czasowych pochodzących od systemów o nieliniowej dynamice metodą NARMAX

numer pracy według wydziałowej ewidencji prac {liczba}

Aleksander Cudny
Numer albumu 242830

promotor
dr inż. Miłosz Jamroży

Warszawa, 2017

Karta pracy (osobna kartka)

Streszczenie

TODO

Abstract

TODO

Oświadczenie o samodzielności pracy (osobny pdf)

Oświadczenie

Oświadczam, że zachowując moje prawa autorskie udzielam Politechnice Warszawskiej nieograniczonej w czasie, nieodpłatnej licencji wyłącznej do korzystania z przedstawionej dokumentacji niniejszej pracy dyplomowej w zakresie jej publicznego udostępniania i rozpowszechniania w wersji drukowanej i elektronicznej.

Warszawa, dn. ……..

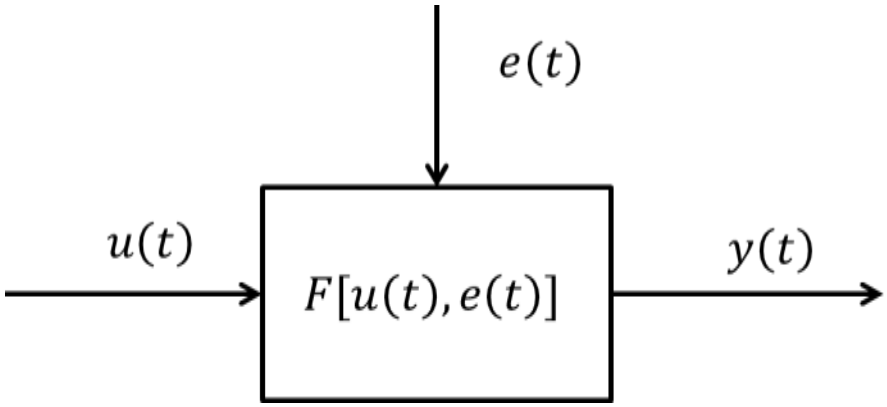
Aleksander Cudny

Spis treści

1. Wstęp teoretyczny

1.1 Modelowanie

Modelowanie to poszukiwanie matematycznego opisu danego systemu, który wiąże sygnały wejściowe z otrzymywanym sygnałem wyjściowym [1]. Opis ten może dotyczyć dziedziny czasu lub częstotliwości, oraz reagować na szum, który dodawany jest do wyjściowego sygnału. Przykładowy model systemu tego typu przedstawiony został na rysunku 1.



Rysunek 1. Przykładowy model systemu, gdzie: $u(t)$ – sygnał wejściowy, $e(t)$ - szum, $y(t)$ – sygnał wyjściowy, $F[]$ – funkcja charakteryzująca zależność pomiędzy sygnałem wejściowym i wyjściowym.

Szukana zależność, w przypadku ogólnym, posiada charakter nieliniowy, a jedynie w szczególnych przypadkach istnieje możliwość jej linearyzacji przy przyjęciu odpowiednich założeń. Cechy systemu liniowego to:

- addytywność - odpowiedź systemu na wymuszenie sumą dwóch sygnałów jest sumą odpowiedzi na każde z poszczególnych wymuszeń,
- skalowanie – odpowiedź systemu na wymuszenie pomnożone przez stałą jest równe odpowiedzi systemu na to wymuszenie pomnożone przez tą samą stałą.

Można oba te wymagania zapisać za pomocą następującej równoważności:

$$F[a \cdot u(t) + b \cdot w(t)] = a \cdot F[u(t)] + b \cdot F[w(t)]$$

gdzie: u, w – dowolne funkcje wejściowe, a, b – stałe.

Dla systemów nieliniowych, powyższe zależności NIE SĄ SPEŁNIONE, co utrudnia proces modelowania, ponieważ istnieje nieskończenie wiele funkcji nieliniowych. W przypadku sygnałów biomedycznych, badane systemy najczęściej pochodzą od systemów nieliniowych, co wymaga zastosowania metod modelowania nieliniowego. Przykładem takiej sytuacji może być zależność pomiędzy objętością wyrzutową serca i ciśnieniem tętniczym krwi, które są związane ze sobą trudną w identyfikacji zależnością nieliniową [2]. W niniejszej pracy skupiono się na modelowaniu sygnałów nieliniowych.

1.2 Przykłady znanych metod modelowania nieliniowego

1.2.1 Serie Volterry [3]

Jest to metoda charakteryzująca układ SISO (*ang. Single Input Single Output*), czyli system przyjmujący jeden sygnał wejściowy oraz zwracający jeden sygnał wyjściowy. Model ten zakłada, iż sygnał wyjściowy zależy od kombinacji przebiegu wejściowego oraz jego opóźnionej wersji:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^{n} u(t-\tau_i)\, d\tau_i, n \geq 1$$

gdzie: $h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$ – to funkcje parametryczne modelu, $u(t-\tau_i)$ – sygnał wejściowy opóźniony o stałą czasową τ_i.

Modelowanie tą metodą opiera się na doborze odpowiedniego rzędu modelu (n) oraz zestawu parametrów (h_n).

1.2.2 Szereg Wienera [4]

Model bazujący na szeregu Weinera jest rozszerzeniem modelu opartego o serie Volterry. Zakłada się, że funkcje parametryczne $h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$ są aproksymowane za pomocą skończonej liczby ortogonalnych względem siebie baz:

$$h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(i_1, \dots, i_n) \prod_{j=1}^{n} \psi_{i_j}(\tau_j)\, di_n, n \geq 1$$

gdzie: $\alpha(i_1, \dots, i_n)$ – współczynniki, $\psi_{i_j}(\tau_j)$ – bazy ortogonalne.

Bazy ortogonalne mogą być reprezentowane na przykład poprzez wielomiany Chebyshev'a lub Legendre'a. Pomimo, iż najczęściej nie są one związane bezpośrednio z modelowanym sygnałem, odpowiedni dobór parametrów pozwala na wiernie odtworzenie badanego sygnału.

1.3 Metoda NARMAX

Metoda NARMAX jest rodzajem uogólnienia podejść zaprezentowanych w rozdziale 1.2. NARMAX [5], jest akronimem od angielskiego: *nonlinear autoregressive moving average model with exogenous inputs*, co oznacza nieliniowy (N) model autoregresyjny (AR) ze średnią ruchomą (MA) oraz zewnętrznym wejściem (X). Oznacza to, iż wartość modelowanego sygnału w danej chwili może zależeć od:

- wartości sygnału w przeszłości (człon AR),
- wartości szumu z przeszłości (człon MA),
- wartości innego sygnału z możliwym opóźnieniem (człon X),

oraz wszystkie powyższe zależności mogą być nieliniowe. Dodatkowo, przyjmuje się, że modelowany sygnał jest dyskretny. W danej chwili czasu k, sygnał wyjściowy systemu może zostać zatem przedstawiony za pomocą następującego równania:

$$y(k) = F[y(k-1), y(k-2), \dots, y(k-n_y), u(k-d), u(k-d-1), \dots, u(k-d-n_u) e(k-1), e(k-2), \dots, e(k-n_e)] + e(k) \quad (1)$$

gdzie: F[] – nieznana funkcja (nieliniowa),

y(k - x) – wartości próbek sygnału w chwili czasowej x,

u(k - x) – wartości próbek sygnału sterującego w chwili czasowej x,

e(k - x) – wartości szumu w chwili czasowej x,

e(k) – nowa wartość szumu.

x∈{1, 2, …}

Schemat tego typu układu został przedstawiony na rysunku 2.

Rysunek 2. Schemat modelu typu NARMAX.

Filozofia NARMAX opracowana pod kierownictwem S. A. Billings'a [6] opiera się na pięciu krokach, których celem jest znalezienie odpowiedzi na powiązane z nimi pytania:

1) Wykrycie struktury – „Jakie człony znajdują się w modelu?"
2) Estymacja parametrów – „Jakie są wartości współczynników modelu?"
3) Walidacja modelu – „Czy model jest poprawny oraz nieobciążony?"
4) Predykcja – „Jak wygląda modelowany sygnał w przyszłości?"
5) Analiza – „Jakie są własności dynamiczne systemu?"

Istnieje kilka metod modelowania według filozofii NARMAX np. FROLS, MFROLS, każda z opiera się na powyższych zasadach, pomimo różnic w metodologii. Naczelnym celem tego zespołu algorytmów jest znalezienie najprostszego modelu poprawnie opisującego strukturę danego zjawiska, w celu opisania głównych zasad rządzących systemem. Metoda tego typu, powinna więc rozważać wiele potencjalnych elementów modelu, z których wybrane zostanie ten, który jest najbardziej adekwatny. W sytuacji, gdy analizowany będzie sygnał pochodzący z systemu liniowego, modelowanie zgodnie z filozofią NARMAX powinno zwrócić jako wynik model liniowy.

Problemem w takiej sytuacji jest zaproponowanie możliwych typów nieliniowości, które zostaną wzięte pod uwagę w trakcie modelowania. Ponieważ równanie (1) nie nakłada ograniczeń na funkcję $F[]$, liczba typów nieliniowości jest nieskończona. Na przykład:

- wielomian dowolnego stopnia,
- pierwiastek dowolnego stopnia,
- logarytm,
- sieć neuronowa,
- superpozycja powyższych metod,
- każda inna funkcja nieliniowa.

Z tego powodu, modelowanie nieliniowe zawsze niesie ze sobą możliwość nieświadomego popełniania błędu grubego. Ponieważ, jeśli badany system posiada nieliniowość która nie została założona, wynik modelowania nie będzie mógł być poprawny. W metodach typu NARMAX, jedynym ograniczeniem są założeń przyjęte przez modelującego. Zastosowanie tej filozofii zapewnia ocenę wszystkich założonych *a priori* nieliniowości jako potencjalnych elementów modelu.

1.4 OLS

W celu zaimplementowania metod typu NARMAX, opracowano estymator OLS (*ang. Orthogonal Least Squares*), czyli estymator ortogonalnej sumy najmniejszych kwadratów [5]. Główną ideą estymatora OLS jest wprowadzenie pomocniczego modelu, którego elementy są ortogonalne względem sygnału który jest modelowany, podobnie jak w Szeregu Weinera. Wtedy, kolejne człony modelu ortogonalnego mogą być kolejno wyznaczane, a następnie na ich podstawie mogą zostać obliczone parametry modelu szukanego. Iteracyjne powtarzanie kroków tej metody pozwala nie tylko na znalezienie nieobciążonych estymatorów modelu, ale także pokazania jaki wkład w końcowy wynik modelowania miał każdy z nich.

Rozważania należy rozpocząć od założenia ogólnego modelu:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{M} \theta_i p_i(k) + e(k) \tag{2}$$

gdzie: $y(k)$ – modelowana odpowiedź systemu dla $k = 1,2,\dots,N$; $p_i(k) = p_i(x(k))$ – regresor określony jako pewna kombinacja założonych wcześniej członów zawartych w wektorze: $\boldsymbol{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k)]^T$ dla $i = 1,2,\dots,M$; θ_i – parametry modelu; $e(k)$ – zewnętrzny szum lub błąd. W przypadku takiego modelu, regresory p_i są określane jako kombinacja opóźnionych wartości sygnału lub opóźnionych sygnałów zewnętrznych na przykład: $y(k-1), y(k-2), \dots, u(k-1), u(k-2), \dots$ i tak dalej. W przypadku ogólnym, funkcja opóźnionych członów modelu może przyjmować dowolną postać nieliniową. Dla modelu zakłada się także, że każdy regresor p_i jest niezależny od parametrów modelu θ_i, wobec czego:

$$\frac{\partial p_i}{\partial \theta_j} = 0, \text{ dla } i = 1,2,\dots,M, \text{ oraz } j = 1,2,\dots,M$$

Celem estymatora jest przekształcenie modelu określonego w równaniu (2) do modelu pomocniczego, którego elementy są ortogonalne względem siebie. Model tego typu posiada postać:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{M} g_i q_i(k) + e(k) \tag{3}$$

gdzie: g_i - parametry modelu; $q_i(k)$ ($i = 1,2,\dots,M$) – ortogonalne składowe modelu określającego sygnał o N próbkach. Ortogonalność przedstawiona jest wtedy jako:

$$\sum_{k=1}^{N} q_i(k) q_j(k) = \begin{cases} d_i = \sum_{k=1}^{N} q_i^2(k) \neq 0, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$

Procedura ortogonalizacyjna dla modelu z równania (1) może zostać podsumowana jako:

$$\begin{cases} q_1(k) = p_1(k) \\ q_2(k) = p_2(k) - a_{1,2}q_1(k) \\ q_3(k) = p_3(k) - a_{1,3}q_1(k) - a_{2,3}q_2(k) \\ \quad\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \\ q_m(k) = p_m(k) - \sum_{r=1}^{m-1} a_{r,m}q_r(k)\,, m = 2,3,\dots,M \end{cases}$$

gdzie:

$$a_{r,m} = \frac{\sum_{k=1}^{N} p_m(k)q_r(k)}{\sum_{k=1}^{N} {w_r}^2(k)}, \quad 1 \le r \le m-1$$

na tej podstawie:

$$g_i = \frac{\sum_{k=1}^{N} y(k)w_i(k)}{\sum_{k=1}^{N} {w_i}^2(k)}, \quad i = 1,2,\dots,M$$

wobec tego:

$$\begin{cases} \theta_M = g_M \\ \theta_{M-1} = g_{M-1} - a_{M-1,M}\theta_M \\ \theta_{M-2} = g_{M-2} - a_{M-2,M-1}\theta_{M-1} - a_{M-2,M}\theta_M \\ \quad\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \\ \theta_m = g_m - \sum_{j=m+1}^{M} a_{m,j}\theta_j\,, m = M-1, M-2, \dots, 1 \end{cases}$$

Pozwala to na podstawie założonych wcześniej regresorów opracować model złożony z ortogonalnych składowych, oraz z modelu tego typu odtworzyć model podstawowy.

1.5 ERR

Problemem w realizacji estymacji za pomocą OLS jest kryterium wyboru kolejnych regresorów do tworzonego modelu ortogonalnego. Pamiętając, że w modelu obecny jest także szum $\boldsymbol{e}$, energia (tudzież wariancja) systemu może zostać przedstawiona jako:

$$\frac{1}{N}\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{M} g_i^2\boldsymbol{q}_i^T\boldsymbol{q}_i + \frac{1}{N}\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{e}$$

gdzie: $\boldsymbol{y}$ – wektor modelowanego sygnału; g_i – współczynniki stojące przy elementach modelu zortogonalizowanego; $\boldsymbol{w}_i$ – wektor próbek elementy modelu zortogonalizowanego; $\boldsymbol{e}$ – wektor próbek szumu; N – liczba próbek sygnału.

W wyniku procedur ortogonalizacyjnych takich jak metoda Garm'a-Schidt'a czy metoda Householder [7], zostało określone, że:

$$1 = \frac{\sum_{i=1}^{M} g_i^2\boldsymbol{q}_i^T\boldsymbol{q}_i}{\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y}} + \frac{\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y}} = \sum_{i=1}^{M} ERR_i + ESR$$

gdzie: ERR_i – stopień redukcji błędu (*ang. Error Reduction Ratio*) danego elementu modelu; ESR – stosunek szumu do sygnału (*ang. Error to Signal Ratio*).

W takim wypadku, *ERR* może być stosowane jako kryterium oceny poprawności wybranego regresora jako elementu modelu, jak i poprawności całego modelu. Suma kolejnych wartości *ERR* może oznaczać koniec modelowania gdy $\sum_{i=1}^{M} ERR_i \to 1$. Porównanie poszczególnych wartości *ERR* dla różnych elementów modelu pokazuje, który z nich najbardziej wpłynął na sygnał wyznaczonego modelu.

Przykładem obrazującym potencjał estymatora OLS oraz wskaźnika *ERR* jest sygnał opisany przez S. A. Billings'a [6]. Określono liniowy model postaci:

$$y(k) = x_1(k) + x_2(k) + x_3(k) + e(k)$$

gdzie: x – pewne sygnały; $e(k), \eta(k)$ - szum;

Jednak w celu wprowadzenia trudności w identyfikacji tego systemu, założono, że szukany model jest postaci:

$$y(k) = \theta_1 x_1(k) + \theta_2 x_2(k) + \theta_3 x_3(k) + \theta_4 x_4(k) + e(k)$$

oraz wprowadzono dodatkowy sygnał x_4, który jest liniową kombinacją dwóch innych sygnałów oraz szumu $\eta(k)$:

$$x_4(k) = 0{,}25x_1(k) + 0{,}75x_2(k) + \eta(k)$$

Wartości sygnałów zebrano w tabeli 1. Rozpoczęto od wyznaczenia parametrów modelu metodą najmniejszych kwadratów. W wyniku zastosowania tej metody liniowej, otrzymano wektor parametrów postaci: $\boldsymbol{\theta} = [0{,}8569; 0{,}5363; 0{,}9873; 0{,}5977]^T$. Nie jest to poprawny zestaw parametrów dla modelu, a otrzymane różnice są znaczne. Dodatkowo, nierozwiązany został problem zmiennej x_4, która jedynie pozornie ma wpływ na sygnał.

Tabela 1. Wartości sygnałów dla przykładu z rozdziału 1.5.

Numer próbki (k)	x_1	x_2	x_3	x_4	y
1	9	-5	5	-1,53	9,08
2	1	-1	8	-0,39	7,87
3	2	-5	6	-3,26	3,01
4	8	-2	0	0,36	5,89
5	0	0	9	0,13	9,05

Następnie, zastosowano estymator OLS kolejno dla modelu dwu-, trzy- oraz czteroparametrowego, wyniki przedstawiono w tabeli 2. Analizując wartość *ESR*, stwierdzono że model dwuparametrowy nie jest modelem pełnym, gdyż odniesiony do sygnału zwraca błąd o wartości 5,36%. Model trzyparametrowy, nie dość że cechuje się niską wartością *ESR* równą 0,0086%, dodatkowo posiada wartości θ bardzo zbliżone do parametrów modelu początkowego (oscylują one wokół jedności). Natomiast model czteroparametrowy różni się wartością *ESR* niewiele od i tak niskiego ESR dla modelu poprzedniego. Można także wskazać, że wartość *ERR* dla parameru x_4 jest o cztery rzędy wielkości niższa niż *ERR* dla pozostałych zmiennych.

Wskazuje to na jej znikomy wkład w ostateczną wartość sygnału, oraz to że, model trzyparametrowy jest modelem wystarczającym.

Tabela 2. Wyniki modelowania metodą NARMAX dla przykładu z rozdziału 1.5.

Typ modelu	Wybrane zmienne	θ	ERR	$ESR = 1 - \sum ERR$
Dwuparametrowy	x_3	0,8194	0,7737	0,0536
	x_1	0,6013	0,1727	
Trzyparametrowy	x_3	0,9967	0,7737	0,000086
	x_1	1,0004	0,1727	
	x_2	0,9917	0,0535	
Czteroparametrowy	x_3	0,9873	0,7737	0,000081
	x_1	0,8569	0,1727	
	x_2	0,5363	0,0535	
	x_4	0,5977	0,000005	

1.6 FROLS

Wykorzystując estymator OLS oraz współczynnik *ERR*, opisano algorytm modelowania nieliniowego FROLS (*ang. Forward Regression with Orthogonal Least Squares*) [5], czyli algorytm regresji w przód wykorzystujący ortogonalną sumę najmniejszych kwadratów. Założono, iż wybór kolejnych regresorów dla estymatora OLS powinien być uwarunkowany najwyższą wartością *ERR* dla danego regresora. Pozwala to na wybór takiego członu modelu, który w najwyższym stopniu zmniejsza błąd modelowania, oraz na zaprzestanie modelowania gdy *ESR* będzie posiadało zadowalającą wartość. W kolejnych podrozdziałach zostaną przedstawione kolejne kroki w modelowaniu według algorytmu FROLS. Przebieg modelowania jest zgodny z filozofią NARMAX przedstawioną w rozdziale 1.3.

1.6.1 Krok 1. – Zbieranie danych

W celu wykonania modelowania wymagana jest akwizycja przebiegów sygnału badanego $y(k)$ oraz zewnętrznych sygnałów wejściowych $x(k)$, które mają wpływ na badany system. Sygnał powinien być zbierany jako dyskretny, lub do takiej formy zostać przekształcony. Dodatkowo, rejestrowany przebieg powinien posiadać jak najmniej szumów zewnętrznych oraz nie być poddawany filtracji, która może zaburzyć proces identyfikacji. Według autora metody, jeśli szum obecny w sygnale jest szumem białym o zerowej średniej, to nie wpływa on na wartość *ERR* [6] oraz proces identyfikacji.

1.6.2 Krok 2. – Określenie ram modelowania

Ponieważ liczba możliwych nieliniowości jest nieskończona, wymagane jest określenie *a priori* obszaru w jakim dokonywane są poszukiwania. Wymagania te można sformułować jako następujące pytania:

- Jakie jest maksymalne opóźnienie członu AR?
- Jakie jest maksymalne opóźnienie sygnałów zewnętrznych?
- Jakie nieliniowości są przewidywane oraz jaki jest ich maksymalny stopień?

Po podaniu odpowiedzi na te pytania, znane są możliwe człony modelu: $y(k-1)$, $y(k-2)$, …, $y(k-n_y)$, $u_i(k-1)$,$u_i(k-2)$, …, $u_i(k-n_{x_i})$, gdzie y – badany sygnał; u_i – jeden z zewnętrznych sygnałów wejściowych; n_y – określone maksymalne opóźnienie członu AR; n_{x_i} – maksymalne opóźnienie jednego z zewnętrznych sygnałów wejściowych. Znana jest także nieliniowość, jaka wiąże te człony, co pozwala na realizację następnego kroku.

1.6.3 Krok 3. – Wyznaczenie wektora regresorów

Znając ramy modelowania określone w poprzednim kroku, należy wyznaczyć wektor zawierający wszystkie możliwe regresory dla danego sygnału. Na przykład, szukany model posiada wyjście y, oraz jedno wejście u, określono że $n_y = n_x = 3$ oraz że nieliniowość to wielomian który jest maksymalnie drugiego stopnia. Wtedy, wektor regresorów będzie składał się ze wszystkich kombinacji elementów określonych w punkcie poprzednim, które mogą tworzyć nieliniowość tego typu. Wektor taki, oznaczony jako D, będzie można zapisać jako:

$$D = \left[y(k-1), \dots, y\left(k-n_y\right), u(k-1), \dots, u(k-n_x)\right] \cup$$
$$\left[y(k-1)y(k-1), \dots, y(k-1)y\left(k-n_y\right), y(k-1)u(k-1), \dots, y(k-1)u(k-n_x)\right] \cup$$
$$\vdots$$
$$\left[y\left(k-n_y\right)y(k-1), \dots, y\left(k-n_y\right)y\left(k-n_y\right), y\left(k-n_y\right)u(k-1), \dots, y\left(k-n_y\right)u(k-n_x)\right] \cup$$
$$\left[u(k-1)y(k-1), \dots, u(k-1)y\left(k-n_y\right), u(k-1)u(k-1), \dots, u(k-1)u(k-n_x)\right] \cup$$
$$\vdots$$
$$\left[u(k-n_x)y(k-1), \dots, u(k-n_x)y\left(k-n_y\right), u(k-n_x)u(k-1), \dots, u(k-n_x)u(k-n_x)\right]$$

Skomponowanie wektora tego typu stwarza więc problem obliczeniowy, który wraz ze zwiększeniem ram modelowania rośnie wykładniczo. Liczba regresorów jest określona zależnością:

$$M = \binom{n+l}{l} = \frac{(n+l)(n+l-1)\cdots(n+1)}{l!}$$

gdzie: $n = n_y + n_{x_1} + \cdots + n_{x_i}$, l – maksymalny stopień wielomianu branego pod uwagę. Na przykład, dla powyższego przypadku, liczba regresorów wynosi $M = 28$. Zwiększenie ram do $l = 3$, oraz $n = 5 + 5 = 10$ zwiększa liczbę regresorów do $M = 286$. Stanowi to wyzwanie dla mocy obliczeniowej komputera na którym modelowanie jest wykonywane oraz potencjalnie zwiększa znacząco czas obliczeń dla bardziej złożonych modeli.

1.6.4 Krok 4. – Wybór pierwszego elementu

Gdy wektor regresorów został określony, znana jest baza możliwych członów tworzonego modelu. Wybór pierwszego z nich wymaga wyznaczenia wartości ERR dla każdego elementu wektora $D = \{\boldsymbol{p}_1, \boldsymbol{p}_2, \dots, \boldsymbol{p}_m\}$, dla $m = 1,2, \dots, M$, gdzie M to liczba potencjalnych regresorów. Określając $\sigma = \boldsymbol{y}^T\boldsymbol{y}$, szukany jest indeks l_1, jako:

$$g_m = \frac{\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{p}_m}{\boldsymbol{p}_m^T\boldsymbol{p}_m}$$

$$ERR[m] = g_m^2(\boldsymbol{p}_m^T\boldsymbol{p}_m)/\sigma$$

$$l_1 = \arg\max_{1\le m\le M}\{ERR[m]\}$$

Znaleziony indeks l_1 odpowiadający regresorowi o najwyższym ERR, jest wtedy używany jako:

$$\boldsymbol{q}_1 = \boldsymbol{p}_{l_1}\ ;\ \ g_1 = g_{l_1}\ ;\ \ \ err[1] = ERR[l_1]\ \ ;\ \ \ D_1 = D - \boldsymbol{p}_{l_1}$$

1.6.5 Krok 5. – Wybór następnych elementów modelu

Następne kroki wykonywane są analogicznie do kroku pierwszego, z tą różnicą, że szukany jest indeks l_s, gdzie s jest aktualnym numerem kroku, a wektorem regresorów jest D_{s-1}, czyli wektor bez członów wybranych w krokach poprzednich. Wtedy, dla $m = 1,2, \dots, M-(s+1)$ oraz $m \neq l_1 \neq l_2 \neq \cdots \neq l_{s-1}$:

$$\boldsymbol{q}_m = \boldsymbol{p}_m - \sum_{r=1}^{s-1}\frac{\boldsymbol{p}_m^T\boldsymbol{q}_r}{\boldsymbol{q}_r^T\boldsymbol{q}_r}\boldsymbol{q}_r,\ \ \ \boldsymbol{p}_m \in D_{s-1}$$

$$g_m = \frac{\boldsymbol{y}^T\boldsymbol{q}_m}{\boldsymbol{q}_m^T\boldsymbol{q}_m}$$

$$ERR[m] = g_m^2(\boldsymbol{q}_m^T\boldsymbol{q}_m)/\sigma$$

$$l_s = \arg\max_{1\le m\le M-(s+1)}\{ERR[m]\}$$

oraz po znalezieniu l_s:

$$\boldsymbol{q}_s = \boldsymbol{q}_{l_s}\ ;\ \ g_s = g_{l_s}\ ;\ \ err[s] = ERR[l_s]\ \ ;\ \ D_s = D_{s-1} - \boldsymbol{p}_{l_s}\ ;\ \ a_{r,s} = \frac{\boldsymbol{q}_r^T\boldsymbol{p}_{l_s}}{\boldsymbol{q}_r^T\boldsymbol{q}_r}, r = 1,2,..,s-1$$

Krok ten jest powtarzany aż wartość ERR będzie zadowalająca:

$$ESR = 1 - \sum_{s=1}^{M_0} err[s] \le \rho$$

gdzie ρ jest pewną przyjętym kryterium np. $\rho \le 10^{-2}$, a M_0 liczbą wybranych regresorów.

1.6.6 Krok 6. – Wyznaczenie ostatecznego modelu

Gdy wybrano M_0 regresorów, konieczne jest wyznaczenie parametrów jakie znajdują się przy nich. Zakładając, że ze względu na niską wartość ESR, model ogólny oraz zortogonalizowany, są sobie równe:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{M} \theta_i p_i(k) + e(k) = \sum_{i=1}^{M} g_i w_i(k) + e(k)$$

Wtedy, znając wartości składników $a_{r,s}$ dla $1 \leq r < s \leq M_0$, prawdziwe jest równanie:

$$A\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{g}$$

gdzie: $\boldsymbol{g} = [g_1, g_2, \dots, g_g]$, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{M_0}]$, oraz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1M_0} \\ 0 & 1 & a_{21} & \cdots & a_{2M_0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & a_{M_0-1,M_0} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

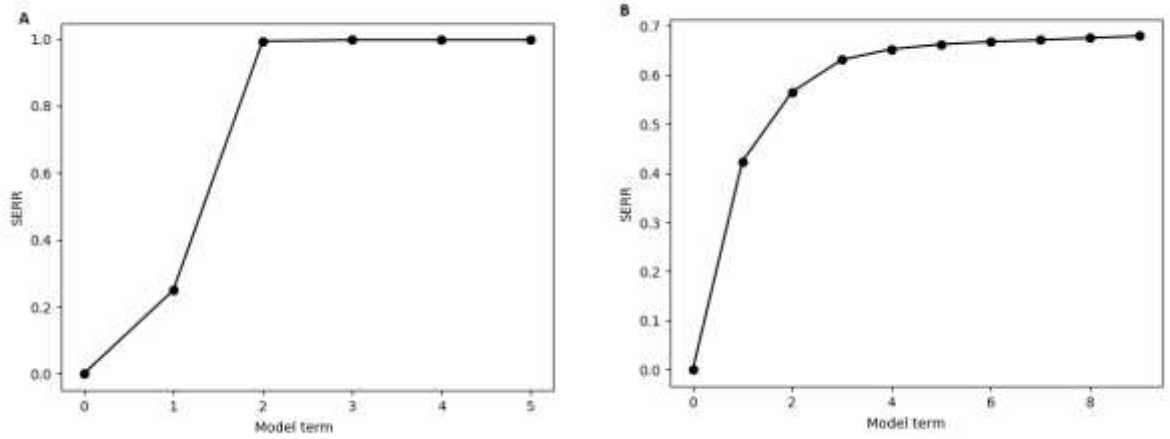
Rozwiązanie tego równania pozwala na otrzymanie parametrów modelu.

1.7 Zakończenie modelowania

Istotną decyzją jest moment zaprzestania dodawania kolejnych regresorów do modelu. Właściwy moment na jej podjęcie nie posiada ścisłej definicji, a raczej jest określony przez zbiór czynników, których superpozycja jest przesłanką do jej podjęcia. W przypadku metody NARMAX, jednym z podstawowych parametrów jest suma *ERR* dla modelu, nazywana *SERR*.

$$SERR = \sum ERR$$

Dwoma głównymi parametrami na podstawie których oceniany jest aktualny model są wartość *SERR* oraz jej przebieg podczas modelowania. Zakłada się, że dobrze dopasowany model posiada *SERR* wyższe niż 0,8, a najlepiej wyższe niż 0,95 [6]. Jednakże, dużo ważniejszym sygnałem do zaprzestania modelowania jest przebieg SERR, taki jak na rysunku 3.



Rysunek 3. Przykładowe przebiegi SERR. A – sytuacja oczywista, B – sytuacja nieoczywista.

Sygnałem do zaprzestania dodawania kolejnych regresorów jest spłaszczenie charakterystyki *SERR*. Moment rozpoczęcia wygładzenia się wykresu powinien zostać uznany za sygnał, iż aktualny model jest wystarczający. W sytuacji pierwszej (A) rysunku 3. widoczne jest gwałtowne spłaszczenie charakterystyki *SERR* po wyborze elementów 3. i 4. Wskazuje to na to, że poprawny model powinien posiadać jedynie człony 1. i 2. W przypadku wykresu drugiego (B) na rysunku 3., punkt ten jest trudniejszy do określenia i w związku z tym, poprawny model może

być zarówno cztero- jak i pięcioelementowy. Wtedy wymagane jest sprawdzenie poprawności potencjalnych modeli i wybrania tego, który najpomyślniej przejdzie walidację. W sytuacji, gdy *SERR* jest niskie, ale ustabilizowane, należy posiłkować się metodami walidacji modelu, oraz zastanowić się, czy inny czynnik nie wzięty pod uwagę nie ma wpływu na sygnał.

1.8 Metody walidacji modelu

Po wyznaczeniu zadowalającego modelu, wymagana jest weryfikacja, czy określony został poprawny model. W tym celu, poza ESR, stosowane są dwa mechanizmy:

- symulacja,
- autokorelacja różnic modelu i sygnału.

Symulacja, wymaga podzielenia danych na dwie części, z których do jednej z nich dopasowany jest model, natomiast druga służy jako wzór poprawnego przebiegu sygnału. Po wykonaniu modelowania, wyznaczane są przyszłe wartości próbek sygnału generowanego przez model. Wygenerowany sygnał porównywany jest następnie z zachowaną częścią sygnału. Zgodność obu przebiegów pozwala na ocenę poprawności modelu, tak jak na rysunku 4.

Autokorelacja różnic pozwala określić, czy w różnicach pomiędzy modelem a badanym sygnałem znajdują się istotne podobieństwa. Przyjęto [6], że z 95% dokładnością, korelacja wzajemna dwóch sygnałów nie posiada wartości istotnej statystycznie jeśli nie przekracza $\pm\frac{1{,}96}{\sqrt{N}}$, gdzie N to liczba próbek korelowanych sygnałów. Ograniczenie to nei dotyczy oczywiście opóźnienia równego zero, dla którego autokorelacja będzie posiadać najwyższą wartość. Przykładowe wykresy autokorelacji różnic dla poprawnego i błędnego modelu zostały przedstawione na rysunku 4.

Podane metody zostały zobrazowane przykładami błędnego oraz poprawnego modelowania. Wykresy z rysunku 4 zostały wykonane dla funkcji logistycznej postaci:

$$y = ry(k-1) - ry^2(k-1)$$

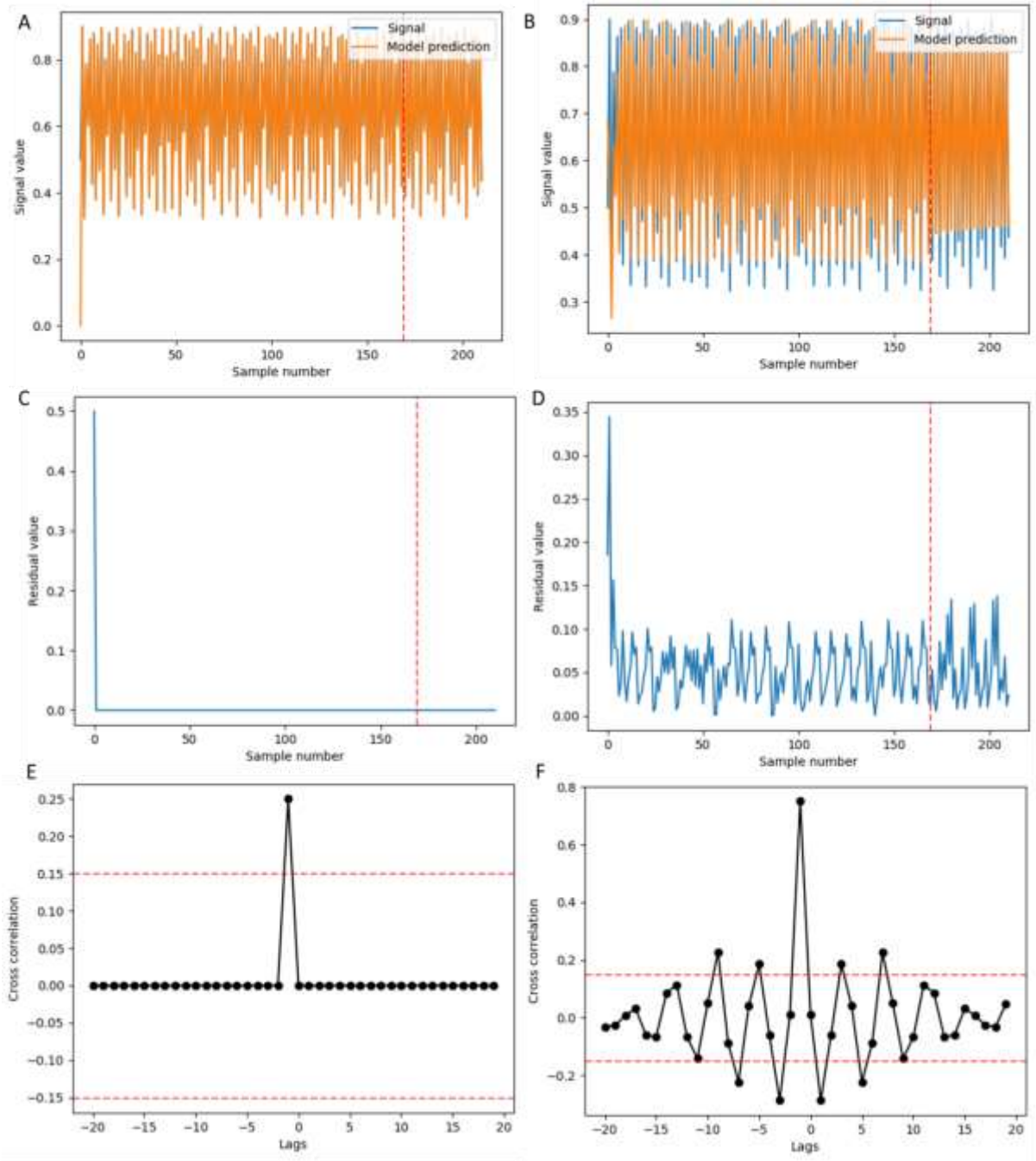
gdzie: r – stała. W wyniku modelowania otrzymano model poprawny:

$$y = 3{,}6012y(k-1) - 3{,}6012y^2(k-1)\ ;\quad ESR = 0{,}0032$$

oraz model błędny postaci:

$$y = 0{,}6855 + 0{,}3199y(k-4) - 0{,}5182y^2(k-1)\ ;\ ESR = 0{,}0095$$

W przypadku obu powyższych modeli, wartość ESR może zostać uznana za dostatecznie niską – błąd został zredukowany w więcej niż 99%. Jednak wyniki symulacji, oraz autokorelacji różnic pokazują znaczne rozbieżności w modelach i jednoznacznie potwierdzają poprawność modelu pierwszego.



Rysunek 4. Wykresy weryfikacji modelowania dla poprawnego i błędnego modelu funkcji logistycznej. Przedstawiono wykres symulacji (A, B) kolejno modelu poprawnego oraz błędnego. Na wykresach środkowych (C, D) przedstawiono różnice modelowania kolejno modelu poprawnego oraz błędnego. Na dolnych wykresach (E, F) przedstawiono wykres autokorelacji różnic kolejno z wykresów C oraz D. Na wykresach A, B, C i D pionową linią przerywaną zaznaczono rozpoczęcie danych otrzymanych w wyniku symulacji. Na wykresach E i F liniami poziomymi zaznaczono zakres wartości $\pm\frac{1,96}{\sqrt{N}}$, gdzie *N* to długość danych z wykresów A, B, C i D, które wyznaczają obszar wewnątrz którego wartości autokorelacji nie są istotne statystycznie z prawdopodobieństwem 95%.

1.9 Modyfikacja algorytmu FROLS

W trakcie implementacji algorytmu FROLS zauważono, iż istnieją sytuacje, kiedy kryterium najwyższego ERR nie prowadzi do wskazania poprawnego modelu. Przykładem takiej sytuacji jest modelowanie przebiegu funkcji logistycznej danej wzorem:

$$y = ry(k-1) - ry^2(k-1)$$

gdzie: r – stała, której pewne wartości warunkują generowanie przebiegów chaotycznych. System ten posiada dwa prawie równoważne komponenty. Wyznaczając wartości ERR dla różnych regresorów zauważono, następujące własności w pierwszym kroku:

$$p = y(k-1) \Leftrightarrow ERR = 0{,}4299$$

$$p = y^2(k-1) \Leftrightarrow ERR = 0{,}5676$$

$$p = y(k-4) \Leftrightarrow ERR = 0{,}88$$

gdzie: p – potencjalny regresor.

Wobec tego, istnieje prawdopodobieństwo, że jeśli dwa kolejne człony modelu posiadają równoważny wpływ na sygnał wyjściowy, inny regresor będzie posiadał wyższą wartość ERR niż każdy z nich z osobna. W takim wypadku, może zostać wybrany regresor błędny, pomimo iż poprawnie została wyznaczona wartość ERR. Wybór niepoprawnego regresora prowadzi do uznania go jako kolejny człon modelu ortogonalnego i tym samym uniemożliwia otrzymanie poprawnego wyniku modelowania.

Zaproponowano modyfikację kroku algorytmu FROLS, do postaci dwukrokowej. Zakładając, że aktualny krok modelowania wynosi s, szukany jest indeks l_s, a wektorem regresorów jest D_{s-1}, czyli wektor bez członów wybranych w krokach poprzednich. Wtedy, dla $m = 1,2,\dots,M-(s+1)$, oraz $m \neq l_1 \neq l_2 \neq \cdots \neq l_{s-1}$, wprowadzono nowy iterator $j = 1,2,\dots,M-s$, gdzie $j \neq l_1 \neq l_2 \neq \cdots \neq l_{s-1} \neq m$. Wtedy:

$$\boldsymbol{q}_m = \boldsymbol{p}_m - \sum_{r=1}^{s-1} \frac{\boldsymbol{p}_m^T \boldsymbol{q}_r}{\boldsymbol{q}_r^T \boldsymbol{q}_r} \boldsymbol{q}_r, \quad \boldsymbol{p}_m \in D_{s-1}$$

$$g_m = \frac{\boldsymbol{y}^T \boldsymbol{q}_m}{\boldsymbol{q}_m^T \boldsymbol{q}_m}$$

$$ERR[m] = g_m^2 (\boldsymbol{q}_m^T \boldsymbol{q}_m)/\sigma$$

następnie:

$$\boldsymbol{q}_j = \boldsymbol{p}_j - \sum_{r=1}^{s-1} \frac{\boldsymbol{p}_j^T \boldsymbol{q}_r}{\boldsymbol{q}_r^T \boldsymbol{q}_r} \boldsymbol{q}_r - \frac{\boldsymbol{p}_j^T \boldsymbol{q}_m}{\boldsymbol{q}_m^T \boldsymbol{q}_m} \boldsymbol{q}_m, \quad \boldsymbol{p}_m \in D_{s-1} - \boldsymbol{p}_m$$

$$g_j = \frac{\boldsymbol{y}^T \boldsymbol{q}_j}{\boldsymbol{q}_j^T \boldsymbol{q}_j}$$

$$ERR[j] = g_j^2 \left(\boldsymbol{q}_j^T \boldsymbol{q}_j\right)/\sigma$$

wybór następuje wtedy, gdy:

$$l_s = \arg\left(\max_{\substack{1 \le m \le M-(s+1) \\ 1 \le j \le M-s}} \{ERR[m] + ERR[j]\} \right)$$

Następnie krok jest finalizowany tak jak w rozdziale 1.6.5. W powyższej metodzie, każdy analizowany regresor traktowany jest jako potencjalna baza do wyboru następnego regresora. Wobec czego, wybór nie zostaje podjęty na podstawie wartości *ERR* jaka jest przypisana do danego regresora, ale na podstawie sumy *ERR* danego regresora, oraz tego który zostałby wybrany jako następny, gdyby aktualny regresor uznać za najlepszy. Metoda ta potencjalnie zwiększa czas obliczeń, pozwala jednak na usprawnienie procesu modelowania, co zostanie przedstawione w następnych rozdziałach.

2. Cel i zakres pracy

Celem niniejszej pracy jest implementacja oraz test oprogramowania umożliwiającego modelowanie szeregów czasowych, pochodzących od systemów o nieliniowej dynamice, metodą NARMAX [6] za pomocą algorytmu FROLS (*Forward Regression with Orthogonal Least Squares*) wykorzystując estymator OLS (*Orthogonal Least Squares*) oraz wskaźnik ERR (*Error Reduction Ratio*).

W pracy przedstawiono założenia teoretyczne modelowania metodą NARMAX, opis wykonanego oprogramowania, wyniki modelowania przykładowych sygnałów oraz wpływ ich parametrów na wyniki modelowania. Dodatkowo, w pracy zaproponowano modyfikację algorytmu która może potencjalnie usprawnić zastosowany algorytm.

Jako przykłady, modelowane będą przebiegi pochodzące od:

- liniowego systemu stochastycznego,
- nieliniowego systemu stochastycznego,
- funckji logistycznej.

Zbadany zostanie wpływ:

- szumu białego o różnej wartości amplitudy,
- długości rekordu danych,
- wyboru metody podstawowej lub zmodyfikowanej,

na wynik modelowania.

Opracowana metoda mogłaby w przyszłości posłużyć do modelowania sygnału pochodzącego na przykład ze stetoskopu elektronicznego, lub innego sygnału biomedycznego. Badania tego typu miałyby na celu określenie, czy istnieje ogólny model danego typu sygnału charakteryzujący osoby zdrowe. Model taki mógłby stanowić podstawę do wypracowania metody diagnostycznej, opartej o zgodność zarejestrowanego przebiegu z modelem określającym sygnał pochodzący od osoby zdrowej. Jest to jedynie perspektywa rozwoju która zostanie nakreślona na końcu niniejszej pracy.

3. Metodologia

3.1 Wymagane funkcjonalności oraz wybór technologii

Do realizacji założeń zawartych w rozdziale 2, wymagana jest implementacja oprogramowania które realizuje następujące funkcjonalności:

- Wczytanie przebiegu modelowanego sygnału oraz wejściowych sygnałów zewnętrznych do pamięci programu.
- Określenie ram modelowania: maksymalnego opóźnienia sygnałów, maksymalnego stopnia szukanego wielomianu, określenia jaka część danych zostanie zachowana do przeprowadzenia symulacji oraz wyboru pomiędzy metodą FROLS a jej zmodyfikowaną wersją.
- Rozpoczęcie oraz możliwość krokowego wykonywania algorytmu FROLS wraz z ciągłym monitorowaniem parametrów aktualnego modelu: wybranych członów, ich parametrów, wartości *ERR* dla każdego z członów oraz wartości sumy *ERR*, czyli wartości $1 - ESR$.
- Sporządzenie wykresów: różnic pomiędzy modelem a sygnałem, autokorelacji tych, symulacji przyszłych wartości sygnału modelu razem z zachowaną częścią sygnału oraz różnic pomiędzy symulacją modelu a badanym sygnałem.
- Zapis aktualnego modelu do pliku tekstowego.

Do realizacji wyżej wymienionych celów wykorzystano język *Python* 3.5 [8] wraz z rozszerzeniami:

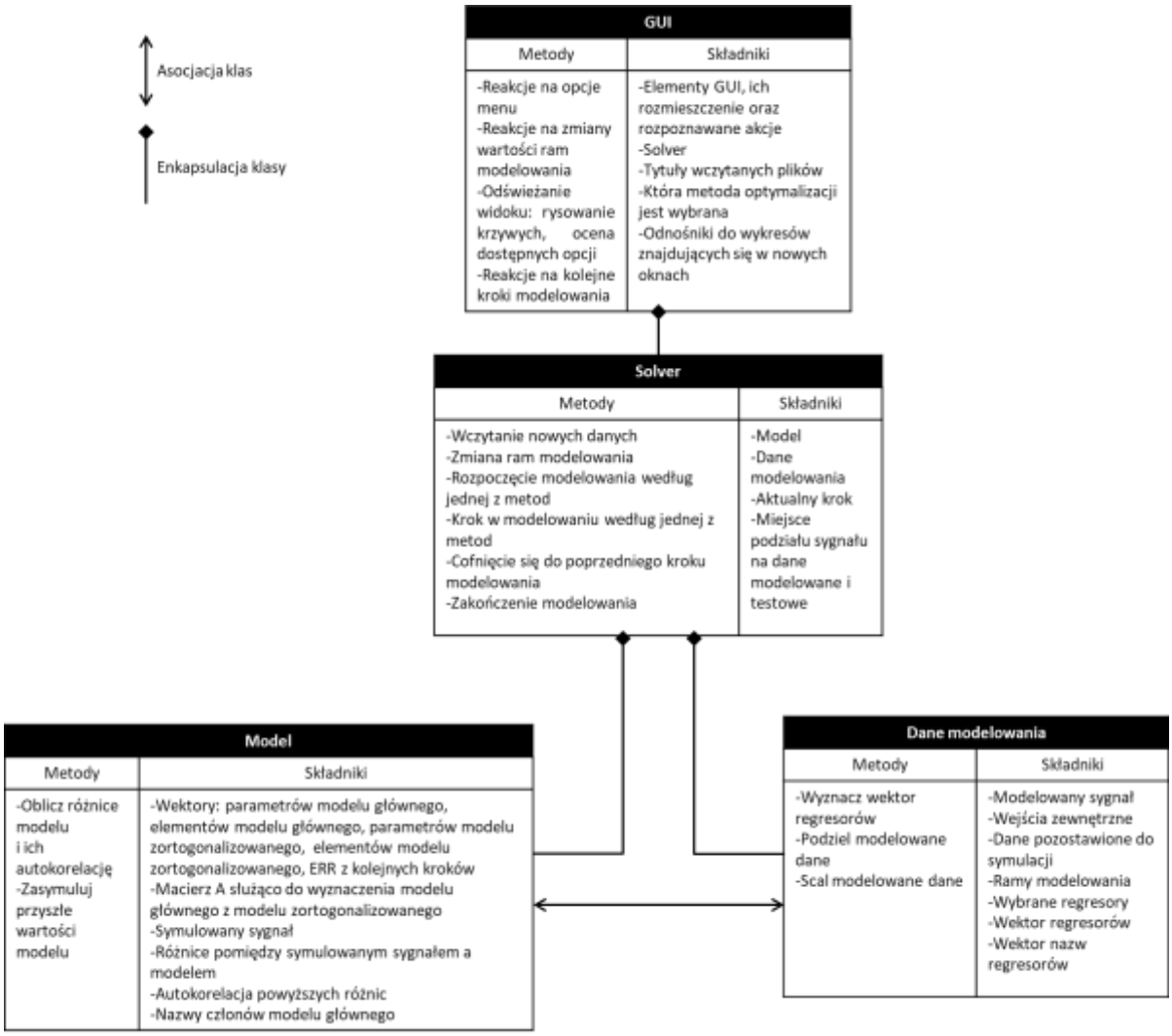
- *numpy* - zestaw funkcji do obliczeń numerycznych,
- *scipy* - zestaw wielu narzędzi naukowych, tutaj używane do wyznaczenia autokorelacji,
- *matplotliub* – biblioteka do sporządzania wykresów,
- *PyQt5* – biblioteka do tworzenia interfejsu graficznego.

Kod źródłowy został opracowany w środowisku *PyCharm 2017* [9], w którym także wygenerowane zostały przebiegi badanych funkcji. Zaimplementowane oprogramowanie jest dedykowane systemowi *Windows 10* pracującemu na procesorze o architekturze 64-bit.

3.2 Architektura

Zaproponowana została architektura składająca się z czterech głównych klas, której schemat został przedstawiony na rysunku 5. Tworzone oprogramowanie zostało podzielone na dwie odrębne części: interfejs graficzny (*GUI*) oraz rdzeń obliczeniowy (*Solver*). Pozwala to na uniezależnienie od siebie segmentu komunikacji z użytkownikiem oraz segmentu wykonywania obliczeń. Rdzeń programu posiada dzięki temu niezależność oraz możliwość niezależnego testowania. Niezależność tego typu wymaga, aby *Solver* był częścią składową *GUI*, użytkowaną według sygnałów pobranych od użytkownika. *Solver* posiada możliwość edycji modelowanych sygnałów oraz modyfikacji ram modelowania. Pozwala także na rozpoczęcie, krokowe wykonywanie i finalizację modelowania metodą NARMAX według algorytmu FROLS lub zmodyfikowanego algorytmu FROLS. Sam rdzeń, zawiera w sobie dwie dodatkowe klasy: *Model* oraz *Dane modelowania*, które są ze sobą ściśle powiązane. Każda z nich może funkcjonować osobno, jednak stawią swoje dopełnienie i nie powinny być użytkowane oddzielnie. W klasie

Model znajdują się parametry tworzonego modelu, jak i wyniki modelowania o których mowa w rozdziale 1.6. Posiada ona także metody pozwalające na wyznaczenie różnic pomiędzy sygnałem i modelem, oraz na obliczenie autokorelacji tych. Klasa *Dane modelowania* zawiera natomiast elementy które są wymagane do przeprowadzenia modelowania, jednak nie są bezpośrednimi składnikami modelu. Są to: modelowany sygnał, zewnętrzne sygnały wejściowe, ramy modelowania, wektor regresorów, wybrane regresory oraz związane z regresorami ich nazwy. Metody tej klasy pozwalają na wyznaczenie wektora regresorów na podstawie sygnałów wejściowych, podziału sygnałów wejściowych na dane modelowane oraz dane do symulacji, a także na scalenie uprzednio podzielonych danych.



Rysunek 5. Architektura (diagram klas) projektowanego systemu.

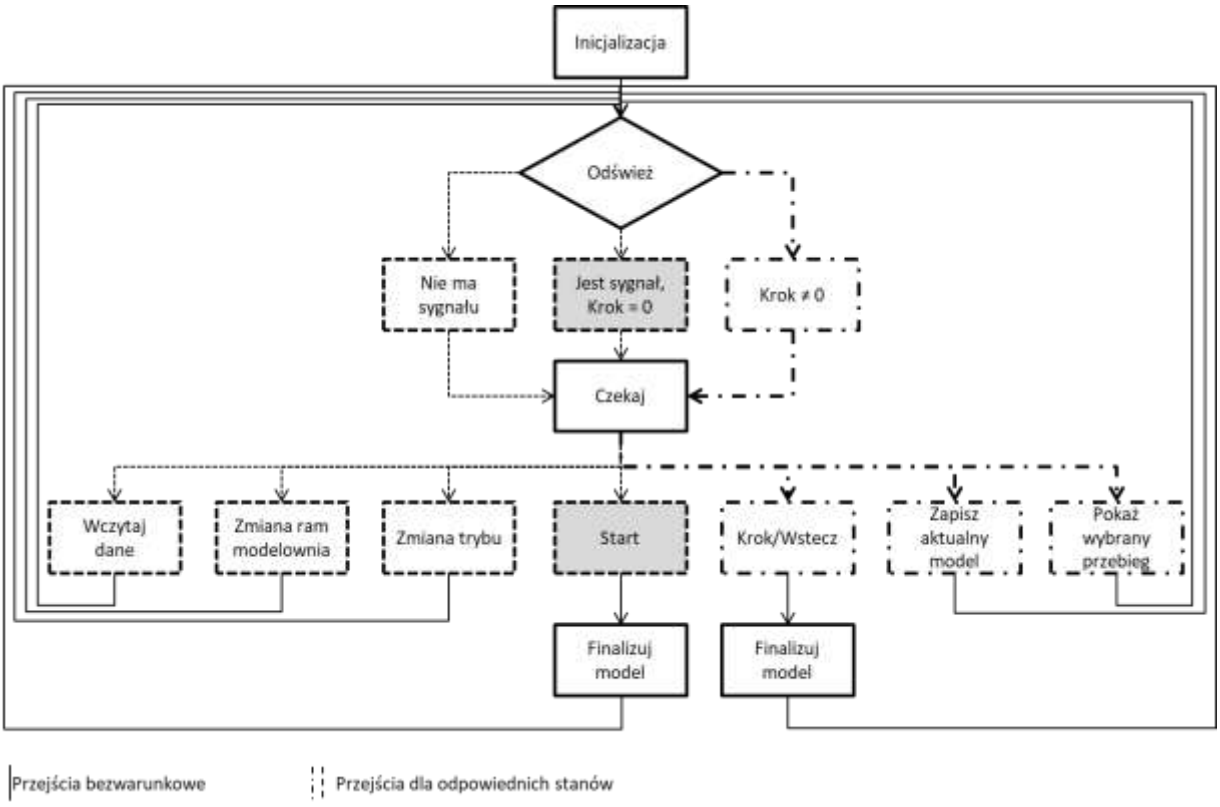
3.3 Główna pętla działania programu

Główna pętla działania programu, przedstawiona na rysunku 6, skupia się na wykonywaniu kroków modelowania w odpowiedniej sekwencji jednocześnie wypisując na ekran aktualne wartości parametrów modelowania. Wspomnianym wypisywaniem zajmuje się funkcja *Odśwież*, która zostanie opisana w późniejszych rozdziałach dotyczących interfejsu graficznego. Każda interakcja użytkownika z programem kończy się wywołaniem tej funkcji,

w celu pokazania aktualnego stanu programu poprzez *GUI*. Najważniejszym skutkiem jej ziamplementowania jest podział działania programu na trzy główne stany:

- Stan początkowy – w pamięci nie ma sygnału, modelowanie nie zostało rozpoczęte
- Stan gotowości – program posiada wczytany sygnał, jednak modelowanie nie zostało rozpoczęte
- Stan modelowania – rozpoczęto modelowanie

W każdym ze stanów użytkownik mam możliwość wykonania różnych akcji, które są adekwatne do aktualnego momentu procesu modelowania. W stanie początkowym, użytkownik posiada możliwość zmiany parametrów modelowania, oraz wczytania modelowanego sygnału. Wartości te zapisywane są w elemencie klasy *Dane modelowania*, który odpowiada za przechowywanie tego typu wartości. Gdy modelowany sygnał zostanie wczytany, program przechodzi do stanu gotowości, co daje użytkownikowi możliwość rozpoczęcia modelowania. Wtedy, użytkownik dalej ma możliwość wykonywania komend ze stanu początkowego. Gdy modelowanie zostanie rozpoczęte, program przechodzi do stanu modelowania i poprzednie funkcjonalności zostają zablokowane dla użytkownika. W zamian, może on kontynuować modelowanie, zapisać aktualny model, lub wykreślić żądany przebieg: różnic pomiędzy modelem a sygnałem modelowanym, autokorelacji tych różnic, porównania symulacji modelu z pozostawionymi danymi testowymi oraz różnic tego porównania. Każdy przebieg zostanie przedstawiony w nowym oknie, wraz z odpowiednią etykietą oraz oznaczeniami. Użytkownik ma także możliwość cofnięcia się do poprzedniego kroku, co pozwala na przywrócenie poprzednich stanów programu i edycji określonych wcześniej parametrów.



Rysunek 6. Główna pętla działania programu (diagram stanów).

Każdy krok modelowania: pierwszy, następny lub cofnięcie się, wywołuje funkcję finalizującą model. Zostaje ona wywołana w celu przekształcenia modelu ortogonalnego

w model właściwy, wyznaczenia jego parametrów, różnic pomiędzy modelem a modelowanym sygnałem, autokorelacji tych różnic oraz symulacji przyszłych próbek modelu. Obliczenia te zapewniają możliwość nadzorowania działania programu i jego krokowego wykonywania.

3.4 System zapisu regresorów

Ważnym elementem programu jest system zapisu regresorów oraz kontrola ich pozycji. Algorytm FROLS wymaga analizy wszystkich dostępnych regresorów, które są kombinacjami opóźnionych sygnałów mających wpływ na sygnał zwracany przez model. Kombinacje te ulegają zmianie przy każdym sygnałe, czy innych ramach modelowania. Regresory są jedynie wektorami próbek, które są nierozróżnialne bez znajomości ich wcześniejszego rozmieszczenia. Wobec czego, w celu rozróżnienia oraz lokalizacji regresorów, równolegle z wektorem zawierającym próbki sygnałów konstruowany jest wektor nazw, który obrazuje to, jakie regresory znajdują się w pamięci programu. Przykładowa relacja pomiędzy tymi wektorami została zaprezentowana w tabeli 3. Operacje na tych wektorach są zawsze identyczne, oraz wykonywane są jednocześnie w celu śledzenia informacji o tym, jakie wektory znajdują się w pamięci programu. Wobec tego, kiedy w niniejszej pracy opisywane jest dodanie lub usunięcie elementu z wektora regresorów, konieczne jest też wykonanie równolegle takiej samej akcji na wektorze nazw regresorów.

Nazwy regresorów zawierają kombinację sygnałów na podstawie których zostały wyznaczone, na przykład jeśli regresor p jest postaci: $p(k) = y^2(k-1) \cdot x_1(k-3)$, to zostanie on oznaczony jako: „y-1, y-1, x1-3”. Oznaczenie tego typu pozwala zidentyfikować odpowiedni regresor oraz odtworzyć formułę według której został obliczany, co zostanie później użyte w symulacji modelowanego sygnału.

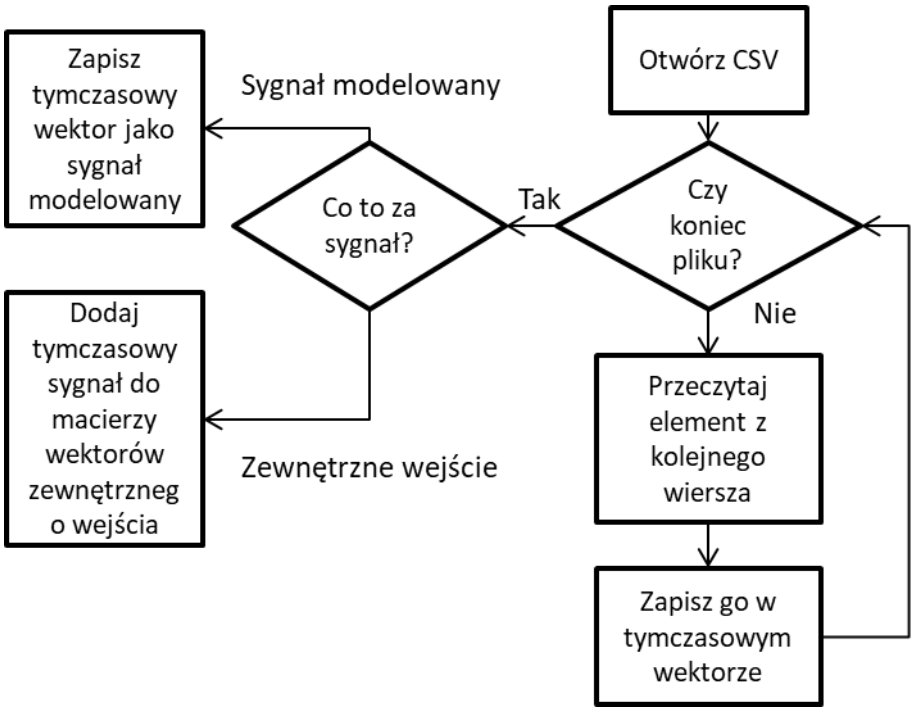
Tabela 3. Przykładowy układ struktury wektora regresorów oraz wektora nazw regresorów.

Wektor regresorów	Wektor nazw
⋮	⋮
$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$	„y-1”
$\{0, 0{,}1, 2, 3, 4, \dots\}$	„y-2”
$\{11, 12, 13, 14{,}15{,}16, \dots\}$	„x1-0”
$\{0, 0{,}1, 4, 9, 16, \dots\}$	„y-2, y-2”
$\{0, 12{,}26, 42, 60, 80, \dots\}$	„y-1, x1-1”
⋮	⋮

3.5 Poszczególne procedury

3.5.1 *Solver.*Wczytanie danych

Wczytywanie danych, przedstawione schematycznie na rysunku 7., wygląda tak samo dla sygnału modelowanego jak i zewnętrznych sygnałów wejściowych. Wymagany jest plik o rozszerzeniu .csv, który w każdej nowej linijce ma zapisaną kolejną wartość danego wektora. Program wczytuje plik tego typu do pamięci, a następnie każdą odczytaną wartość zapisuje w wektorze tymczasowym. Po zakończeniu odczytu, w zależności do tego jaki sygnał był wczytywany, tymczasowy wektor zapisywany jest jako modelowany sygnał albo dodawany jest do macierzy wektorów zewnętrznych wejść.



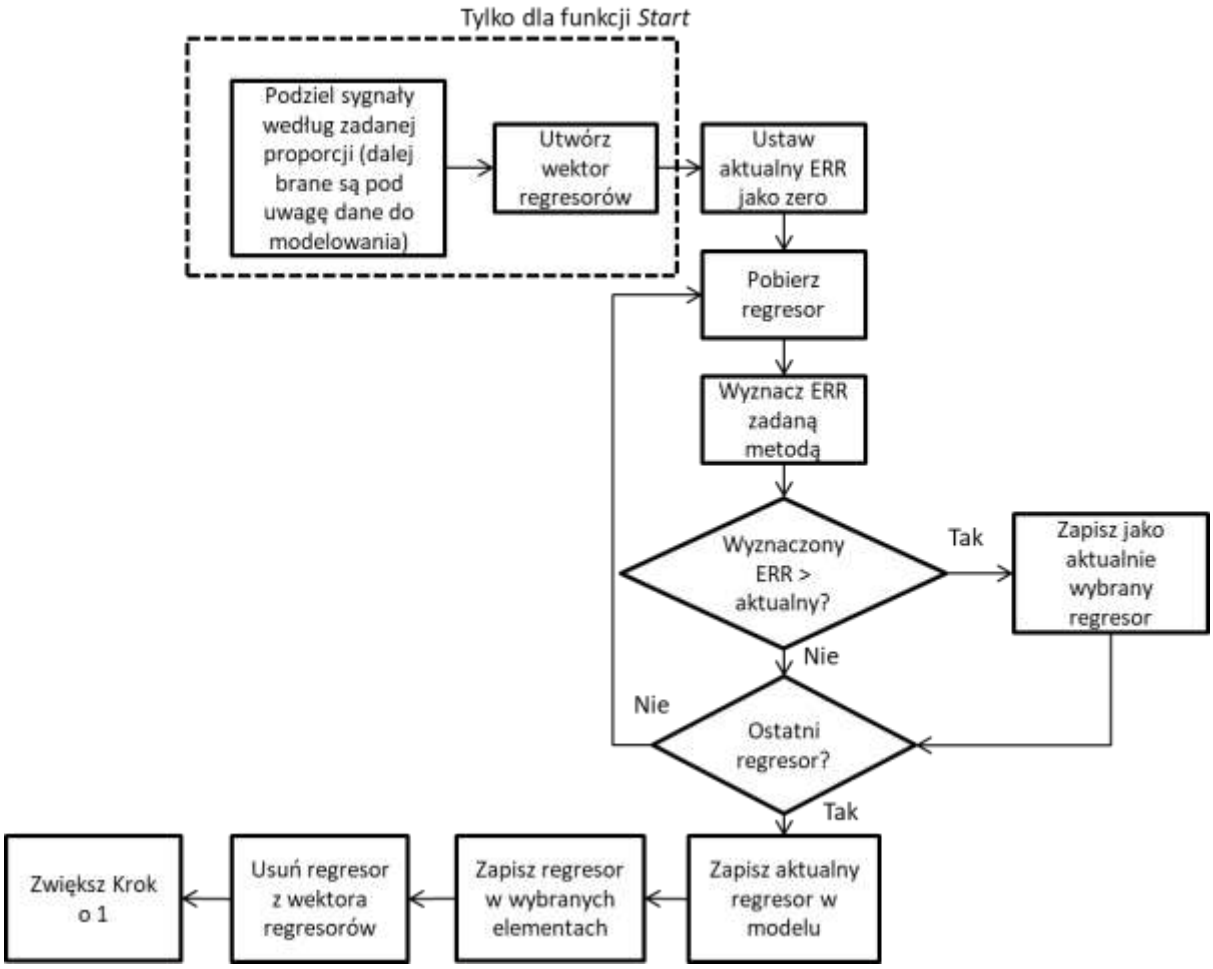
Rysunek 7. Algorytm odczytywania danych.

3.5.2 *Solver.*Start oraz *Solver.*Krok

Rozpoczęcie modelowania przebiega tak samo dla obu wariantów algorytmu FROLS, z wyjątkiem zmian w wyznaczaniu wartości *ERR*, które zostały opisane w rozdziale 1.9. Algorytm, przedstawiony na rysunku 8., rozpoczyna się podziałem sygnałów na dane testowe oraz dane pozostawione do porównania z przyszłą symulacją. Następnie, na podstawie sygnałów znajdujących się w pamięci programu, tworzony jest wektor regresorów, wraz z którym równolegle tworozny jest werktor nazw regresorów. Aktualna najwyższa wartość *ERR* zostaje przyjęta jako zero i rozpoczynana jest praca pętli. Wewnątrz niej, program pobiera regresor na podstawie maksymalnego *ERR.* Współczynnik obliczany według formuły z rozdziału 1.91.6.4 lub 1.9, w zależności od wybranej wcześniej metody. Następnie otrzymana wartość porównywana jest z aktualnie zapamiętaną. Jeśli wartość wyznaczona jest wyższa niż zapamiętana, aktualny regresor zostaje przyjęty jako najlepszy i zostaje zapisany w pamięci podręcznej. Po przeanalizowaniu wszystkich dostępnych regresorów, ten który jest aktualnie

przechowywany w pamięci uznany zostaje jako najlepszy i zostaje włączony do modelu. Regresor ten zostaje następnie usunięty z wektora regresorów, a także zapisany w wektorze regresorów wybranych, w razie ewentualnego cofnięcia kroku przez użytkownika. Dodatkowo, na koniec licznik kroków zostaje zwiększony o 1.

W wypadku funkcji *Krok*, która jest wykonywana dopiero jeśli uprzednio wywołana została funkcja *Start*, pomijane są dwa pierwsze kroki, ponieważ dane zostały już podzielone, a wektor regresorów został już skomponowany. Poza tą różnicą, wybór następnego regresora przebiega tak samo.



Rysunek 8. Algorytm wykonywania kroku modelowania – wyboru następnego regresora.

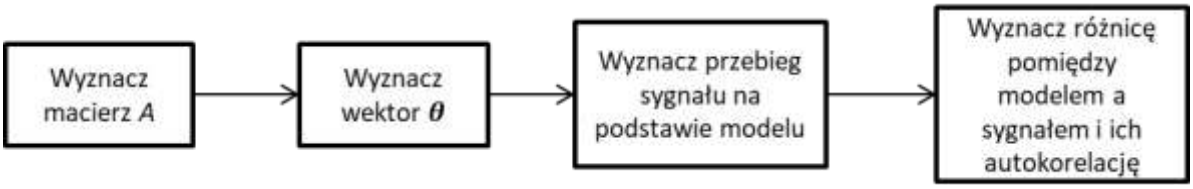
3.5.3 *Solver.*Finalizuj model

Finalizacja modelu odbywa się po każdorazowym wyborze nowego regresora będącego komponentem modelu. Schemat algorytmu tej metody przedstawiono na rysunku 9. Każdorazowe przeprowadzanie tych obliczeń po zakończeniu kroku nie obciąża znacząco pamięci programu. Umożliwia późniejszą analizę poprawności aktualnie skomponowanego modelu raz ocenę, czy wymagany jest wybór następnych regresorów. Procedura rozpoczyna się od wyznaczenia macierzy A według formuły z rozdziału 1.6.6. Macierz ta zostaje następnie użyta do rozwiązania równania $A\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{g}$, w celu wyznaczenia wektora parametrów modelu $\boldsymbol{\theta}$. Równanie zostaje rozwiązane za pomocą funkcji *linalg.solve()* z biblioteki *numpy*, która

wykorzystuje odwracanie macierzy A. Mając parametry modelu, wyznaczany jest jego przebieg według formuły:

$$y_{mod}(k) = \sum_{i=1}^{M} \theta_i p_i(k)$$

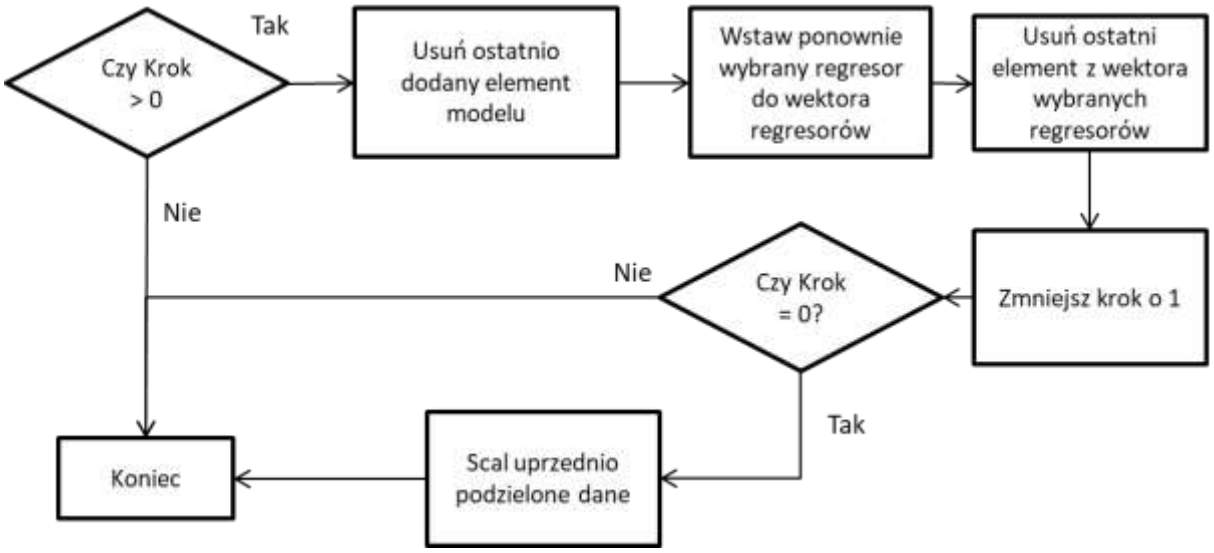
Szum jest w tym wypadku nieznany i pomijany, ponieważ nie wpływa on bezpośrednio na charakter modelu. Finalnie, wyznaczane są różnice pomiędzy sygnałem, a przebiegiem wygenerowanym przez model, oraz autokorelacja tych różnic.



Rysunek 9. Algorytm finalizacji modelu.

3.5.4 *Solver.*Wstecz

Funkcja odpowiadająca za powrót do poprzedniego kroku modelowania której algorytm znajduje się na rysunku 10 wywoływana jest jedynie wtedy, gdy aktualny krok jest większy od zera. Oznacza to, że istnieje stan do którego można powrócić. Procedura usuwa ostatnio dodany człon do modelu z wektorów $\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{g}, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{err}$; obliczana jest na nowo macierz A oraz usuwany jest ostatni element z wektora wybranych regresorów. Finalnie, wartość aktualnego kroku jest zmniejszana o jeden. Jeśli po tej zmianie krok jest równy zero, dane testowe oraz dane do modelowania są scalane, gdyż może zajść potrzeba ich modyfikacji .



Rysunek 10. Algorytm powrotu do poprzedniego etapu modelowania.

3.5.5 *Dane modelowania.*Wyznacz wektor regresorów

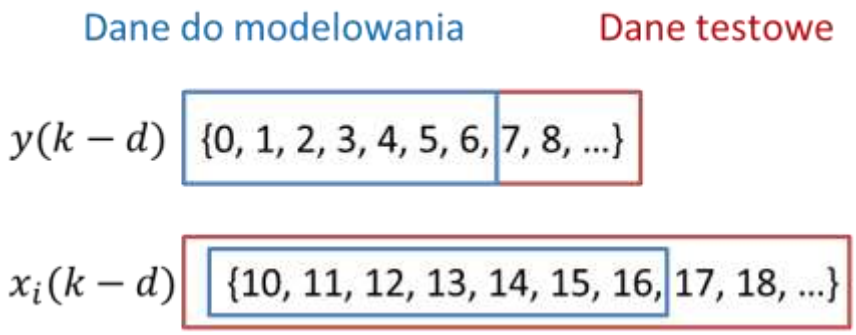
Wektor regresorów wyznaczany jest dwuetapowo, równolegle dla wektora nazw oraz wektora regresorów. Pierwszy etap składa się z generacji bazy regresorów na podstawie znanych sygnałów oraz ich opóźnień. Wtedy generowane są sygnały pierwszego stopnia, na przykład: $y(k-1), y(k-2), x_i(k-0)$ i tym podobne. Następnie, za pomocą funkcji *combinations_with_replacement* generowana jest wariacja z powtórzeniami dla kolejnych poziomów wielomianu. W pierwszej iteracji powstają więc zmienne rzędu drugiego, w drugiej rzędu trzeciego aż do maksymalnego rzędu określonego przez użytkownika. Po wygenerowaniu wariacji, wektory sygnałów są mnożone przez siebie i zapisywane w wyjściowym wektorze. Wektor nazw regresorów nie wymaga mnożenia, zachowuje więc on formę elementów wymienionych po przecinku, tak jak w tabeli 3. Finalnie, do wektora dodawany jest także sygnał skomponowany z samych próbek o wartości 1, nazwany „const.". Oznacza on składową stałą, której wartość regulowana jest poprzez parametr który zostanie jej przypisany.

3.5.6 *Dane modelowania.*Podziel/scal dane

Podział danych znajdujących się w pamięci programu wykonywany jest w miejscu określonym przez użytkownika poprzez odpowiedni ułamek. Indeks który zostanie uznany jako indeks graniczny obliczany jest za pomocą formuły:

$$Indeks \approx podany\ ułamek \cdot długość\ danych$$

gdzie zaokrąglenie wykonywanie jest do liczby naturalnej. Następnie wszystkie sygnały: modelowany oraz wejścia zewnętrzne, dzielone są na dane służące do modelowania oraz na dane testowe. Schematycznie, podział ten został przedstawiony na rysunku 11.



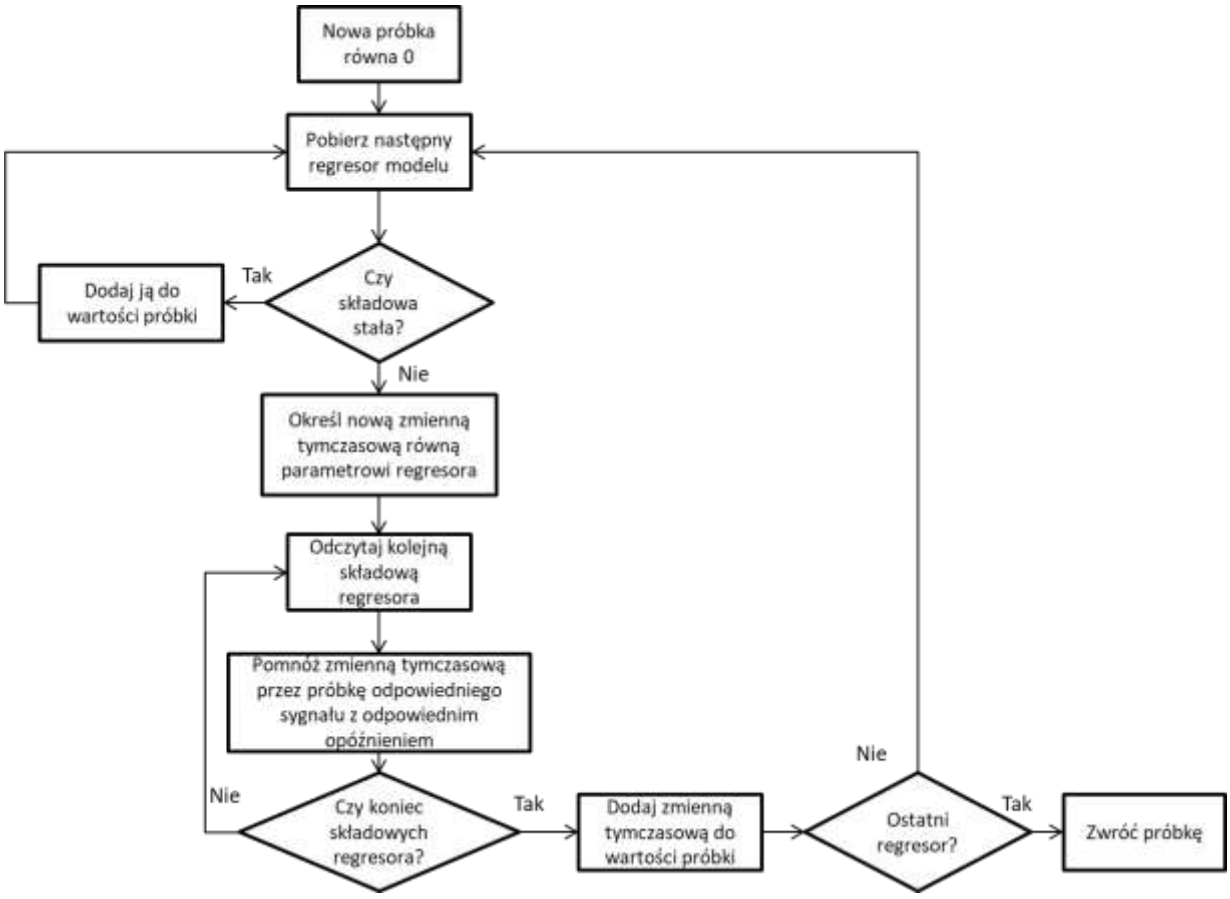
Rysunek 11. Schemat podziału sygnałów na dane służące do modelowania oraz dane testowe.

Dane do modelowania są początkowymi częściami wektorów do wyznaczonego indeksu. wektorów sygnałów od pierwszego elementu do elementu o wyznaczonym indeksie. Sytuacja ta jest taka sama dla sygnału modelowanego oraz dla sygnałów wejść zewnętrznych. Różnice dotyczą danych które zostają pozostawione jako testowe. W przypadku modelowanego sygnału, dane testowe są pozostałą częścią pierwotnego wektora, ponieważ służą jedynie do porównania z wynikiem symulacji. Dane wejściowe wykorzystywane są przy przeprowadzaniu symulacji, wobec czego wymagane jest posiadanie w pamięci ich pełnego przebiegu. Z tego powodu, jako dane testowe zapisywany jest pełny przebieg sygnałów wejść zewnętrznych.

3.5.7 *Model.*Symulacja

Symulacja danych wykonywana jest próbka po próbce, inaczej niż w wypadku wyznaczania wartości sygnału według aktualnego modelu. Tak jak zostało to opisane w rozdziale 3.5.3, obliczenie wartości sygnału według danego modelu, wymaga wykonania znanych operacji na wektorach. W celu symulacji przyszłych wartości sygnału, wymagany jest odczyt nazw regresorów z pamięci modelu. Następnie, znając wymagane opóźnienia, iteracyjnie wyznaczana jest wartość kolejnej próbki. Schemat tego algorytmu został przedstawiony na rysunku 12.

Wyznaczanie wartości kolejnej próbki, rozpoczyna się od zainicjowania jej wartości jako zero. Następnie, kolejno pobierane są nazwy regresorów z aktualnego modelu, gdzie wiadomo, że każdy regresor może składać się z kilku członów na przykład: $y(k-1)\cdot y(k-2)$. Na początku sprawdzane jest, czy regresor nie jest składową stałą, która zawsze występuje samotnie. Wtedy, parametr składowej stałej dodawany jest do wartości próbki i pobierany jest następny regresor. W przeciwnym wypadku, inicjowana jest nowa zmienna tymczasowa, o wartości równej parametrowi danego regresora. Następnie, w zagnieżdżonej pętli, tymczasowa zmienna mnożona jest przez odpowiednie próbki sygnałów odczytane według członów regresora. W wyniku działania tej pętli, zmienna tymczasowa będzie posiadała wartość iloczynu odpowiednich próbek składających się na regresor, oraz parametru znajdującego się przy nim.



Rysunek 12. Algorytm wyznaczania kolejnej próbki w sygnale symulowanym.

Po wyznaczeniu wartości kontrybucji danego regresora do wartości próbki w danej chwili, jest ona dodawana do wartości próbki która jest aktualnie obliczana. Procedura ta jest

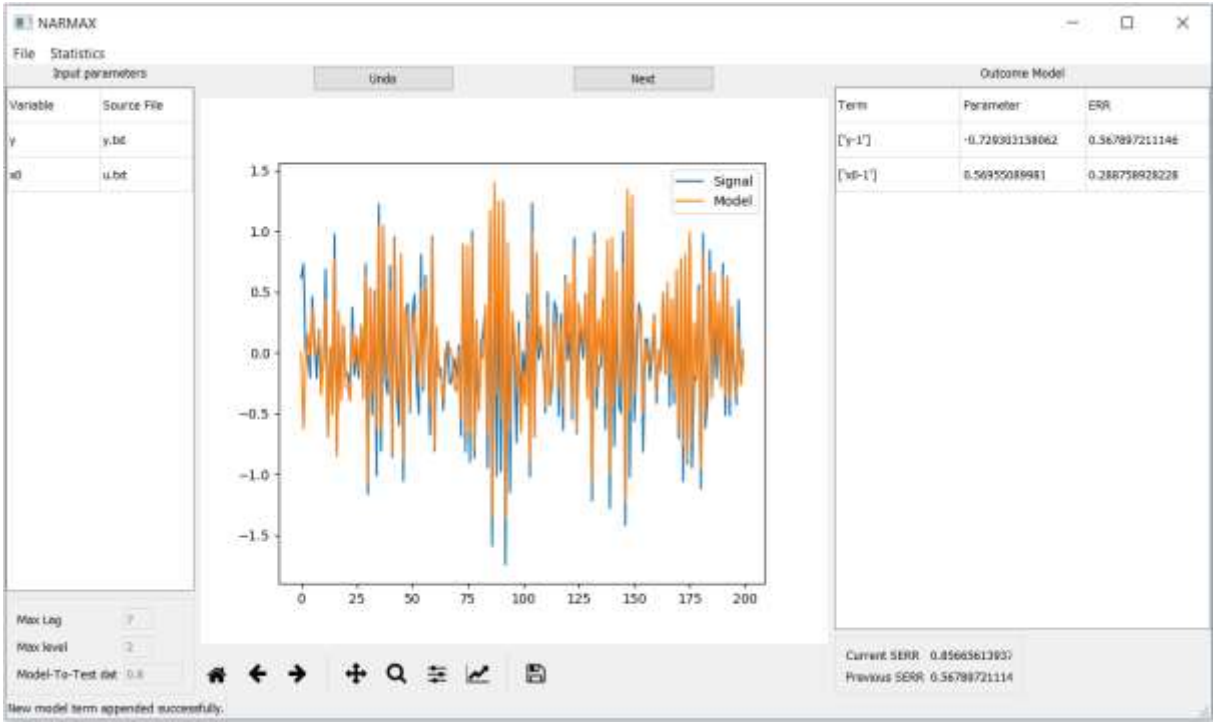
powtarzana dla każdego regresora, w wyniku czego wyznaczona zostaje wartość próbki w danej chwili. Algorytm generuje tyle próbek, ile posiadają dane pozostawione do testów. Istnieje wtedy możliwość ich porównania oraz określenia różnic pomiędzy symulacją a danymi testowymi.

3.6 Interfejs graficzny

Interfejs graficzny (*GUI*) opracowany został za pomocą biblioteki *PyQt5* [10], przedstawiony został na rysunku 13. Można wyróżnić w nim trzy główne bloki:

- lewy (parametrów modelowania),
- środkowy (sterowania modelowaniem),
- prawy (wyników modelowania.

Lewy blok służy do modyfikacji maksymalnego opóźnienia, maksymalnego poziomu nieliniowości oraz miejsca podziału danych na część używaną do modelowania oraz dane testowe. Blok środkowy służy do wykreślenia przebiegu sygnału modelowanego oraz tego który jest wyjściem aktualnego modelu. Dodatkowo znajdują się w nim przyciski pozwalające na wykonywanie kolejnych kroków modelowania oraz manipulacji wykresem. W bloku prawym przedstawione są szczegóły aktualnego modelu: wybrane regresory, ich parametry oraz *ERR*. Dodatkowo podana jest *SERR* dla modelu, oraz to jaka była wartość tej sumy w poprzedni kroku. *GUI* posiada również menu, pasek stanu komunikujący użytkownikowi operacje które są wykonywane przez program. W menu użytkownik może wybrać takie akcje jak: wczytanie sygnału, zapis aktualnego modelu do pliku .txt, czy wyświetlenie wyników testowania aktualnego modelu.



Rysunek 13. Interfejs graficzny programu.

3.6.1 Funkcja *Odśwież*

GUI pokazywane jest za pomocą funkcji *Odśwież*, która jest wywoływana po każdej akcji wykonanej przez program, tak jak na rysunku 6. Określa ona trzy główne sytuacje wymagające dostosowania interfejsu graficznego:

1. brak wczytanego sygnału modelowanego,
2. sygnał modelowany został wczytany, ale aktualny krok jest równy zero,
3. krok jest różny od zera.

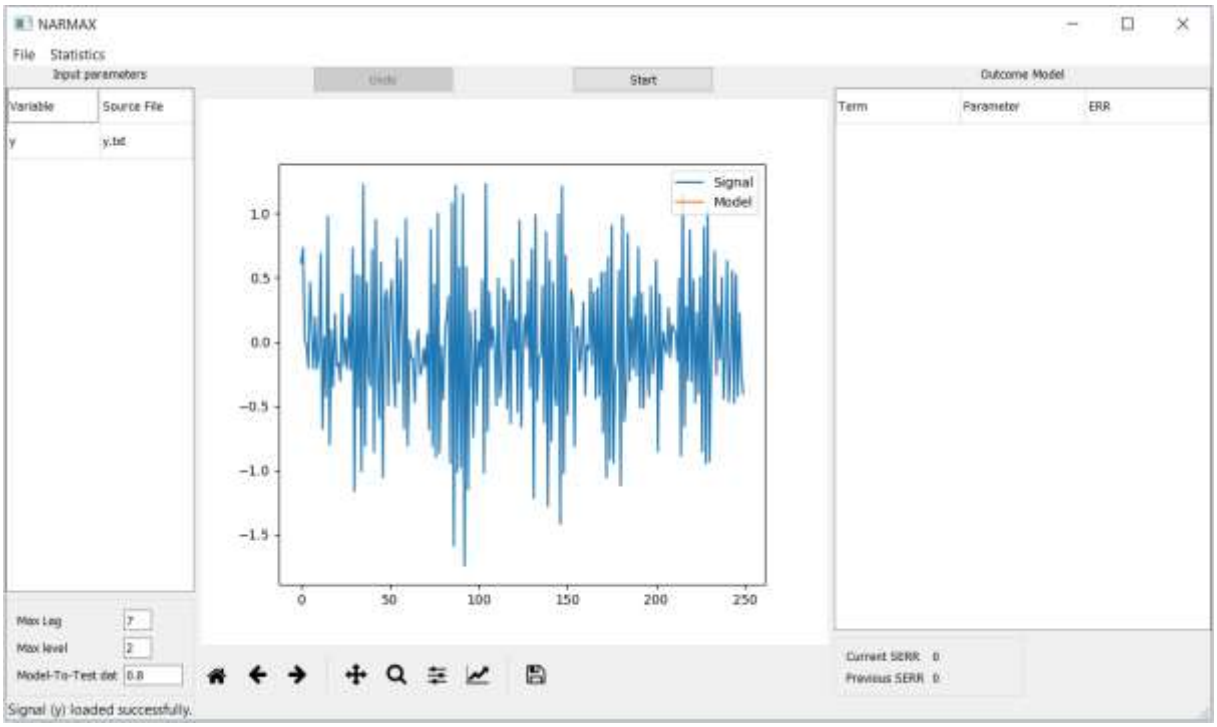
W sytuacji początkowej, istnieje możliwość doboru parametrów modelowania w lewym dolnym rogu, jednak przyciski: „Start” oraz „Wróć” są nieaktywne. W menu, dostępne są jedynie polecenia:

- „Wybór trybu” - oznacza wybór wariantu algorytmu FROLS,
- „Wczytaj sygnał”.

Po wczytaniu sygnału, krok jest dalej równy zero, więc poprzednio możliwe akcje są dalej dostępne, ale dodatkowo, możliwy jest wybór akcji:

- „Wczytaj wejście zewnętrzne”
- „Start”

Wczytanie wejść zewnętrznych zostaje umożliwione dopiero po wczytaniu sygnału modelowanego, w celu sprawdzenia długości wczytywanych danych. Najważniejszy jest sygnał modelowany. Jeśli wczytywany sygnał wejść zewnętrznych jest zbyt długi, zostaje on skrócony tak, aby jego długość odpowiadała modelowanemu sygnałowi. Gdy jest on za krótki, nie zostaje on zapisany, a użytkownik otrzymuje stosowny komunikat. Interfejs po wczytaniu sygnału przedstawiony został na rysunku 14.



Rysunek 14. Wygląda *GUI* po wczytaniu sygnału.

Po naciśnięciu przycisku „Start”, wykonywany jest pierwszy krok, wobec czego wartość zmiennej *Krok* jest różna od zera, i wyświetlany jest trzeci wariant *GUI*. Dla niego, akcje:

- „Wybór trybu”,
- „Wczytaj sygnał”,
- „Wczytaj wejście zewnętrzne”,
- modyfikacje parametrów modelowania

Są nieaktywne, gdyż zmiana parametrów modelowania w jego trakcie jest niewskazana i prowadzi do powstawania błędów. Możliwe stają się za to akcje:

- „Zapisz” – zapisuje parametry modelu do pliku .txt,
- „Wykreśl autokorelację różnic modelu”,
- „Wykreśl przebieg różnic modelu”,
- „Wykreśl przebieg symulacji aktualnego modelu”,
- „Wykreśl przebieg różnic pomiędzy symulacją a danymi testowymi”,
- „Wykreśl przebieg SERR”,
- przycisk „Wstecz” staje się aktywny,
- przycisk „Start” zmienia tekst na „Następny krok”.

Dodatkowo, niezależnie od aktualnego stanu, program wyświetla elementy aktualnego modelu w prawym panelu. Jeśli ich nie ma, pola pozostają puste, jednak nie wymaga to wprowadzenia zależności od stanu programu. To samo dotyczy wykreślenia przebiegu sygnału oraz wyjścia aktualnego modelu. Próba ich wykreślenia jest zawsze podejmowana, lecz jeśli zmienne zawierające ich wartości są puste, żaden przebieg nie jest rysowany.

4. Wyniki

Za pomocą programu wykonane zostało modelowanie dla trzech sygnałów:

- Liniowego sygnału stochastycznego: $y(k) = y(k-1) - y(k-2) - x(k-1) + e(k)$, gdzie $x(k)$ pochodzi z rozkładu równomiernego z zakresu $(-1,1)$, a $e(k)$ – szum pochodzący z rozkładu Gaussa o zerowej średniej.
- Nieliniowego sygnału stochastycznego: $y(k) = -0{,}6y(k-1) - 0{,}15y^2(k-2) + 0{,}5x(k-1) - 0{,}25x(k-2) + e(k)$, gdzie $x(k)$ pochodzi z rozkładu równomiernego z zakresu $(-1,1)$, a $e(k)$ – szum pochodzący z rozkładu Gaussa o zerowej średniej.
- Funkcji logistycznej: $y(k) = 3{,}5y(k-1) - 3{,}5y^2(k-1) + e(k)$, gdzie $e(k)$ – szum pochodzący z rozkładu Gaussa o zerowej średniej.

Każdy sygnał modelowana za pomocą algorytmu FROLS, opisanej w rozdziale 1.6, oraz za pomocą zmodyfikowanego algorytmu FROLS, opisanego w rozdziale 1.9.

Dla każdego z sygnałów zbadano wpływ wybranej metody, obecności szumu, oraz długości sygnału na wynik modelowania. Wygenerowano sygnały dla szumu $e(k)$ o wariancji równej:

- 0,05
- 0,1
- 0,2
- 0,4
- 0,5

Wyjątkiem był przypadek funkcji logistycznej, dla którego szum o wariancji wyższej niż 0,04 powodował utratę stabilności i gwałtowne dążenie wartości sygnału do nieskończoności. Z tego powodu, dla funkcji logistycznej wygenerowano przebiegi do których dodany szum posiadał wariancję dziesięciokrotnie mniejszą. Pominięto również szum o wariancji równej 0,05, gdyż przebiegi stawały się niestabilne już po ok. 100 próbkach.

Według autorów metody [6], powinna ona działać poprawnie dla sygnału o długości 300-500 próbek. Wobec czego, zdecydowano się na zbadanie sygnałów o następujących długościach (podanych w liczbie próbek):

- 200
- 300
- 500
- 700
- 1000

Dla wszystkich 75 sygnałów przeprowadzono modelowanie z przyjętymi parametrami:

- Maksymalne opóźnienie – 7
- Maksymalny stopień nieliniowości – 3
- Punkt podziału danych na dane testowe oraz dane modelowania – 0,8

W każdym wypadku modelowanie prowadzono do momentu otrzymania $SERR > 0{,}95$, lub gdy przebieg SERR ulegał spłaszczeniu. Jeśli wybrana liczba regresorów do wyznaczenia modelu przekroczyła dziesięć, modelowanie uznawano za zakończone niepowodzeniem, bez względu na wartość *SERR*. Modelowanie uznawano także za poprawne, jeśli analiza autokorelacji różnic modelu oraz symulacji dały wynik pozytywny.

Wyniki modelowań zestawiono w tabelach 4., 5., 6., 7. oraz 8. Każda tabela dotyczy modelowania jednego sygnału za pomocą danego algorytmu. W każdej tabeli wpisano otrzymane końcowe wartości *SERR* oraz średnie procentowe odchylenia wyznaczonych parametrów od ich wartości rzeczywistych (δ). Kolorem zielonym zaznaczono sytuacje, gdy opracowany model był poprawny poprawny, a kolorem czerwonym błędne wyniki modelowania. Kolorem żółtym oznaczono sytuacje niejednoznaczne, których wynik nie daje się zakwalifikować do żadnej ze wcześniejszych grup. Dodatkowo, kolejnymi literami oznaczono grupy przypadków, które będą następnie omawiane.

Tabela 4. Wyniki modelowania sygnału liniowego niezmodyfikowanym algorytmem FROLS.

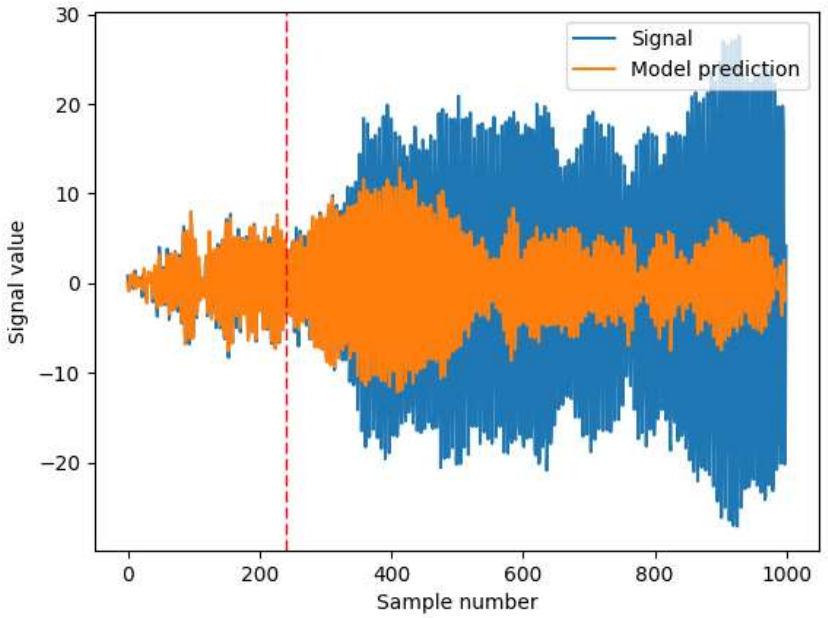
	Wariancja dodanego szumu				
Długość sygnału	0,05	0,1	0,2	0,4	0,5
200	SERR=0,9945	SERR =0,9909	SERR =0,9844	SERR =0,9581	SERR =0,9537
300	SERR =0,9975	SERR =0,9930	SERR =0,9570	SERR =0,9574	SERR =0,9975
500	SERR =0,9790	SERR =0,9701	SERR =0,9827	SERR =0,9837	SERR =0,9689
700	SERR =0,9898	ERR=0,9850	ERR=0,9898	ERR=0,9937	ERR=0,9838
1000	SERR =0,9945	SERR =0,9838	SERR =0,9886	SERR =0,9953	SERR =0,9880

Podczas modelowania sygnału liniowego niezmodyfikowaną metodą FROLS (tabela 4.), program w żadnym z wypadków nie znalazł odpowiedniego modelu. W każdym z nich, pierwszym wybieranym regresorem był $(y-3)$, którego *ERR* wynosiło ok. 0,8, wobec czego każdy następny model, pomimo nasycenia *SERR* oraz jego wysokiej wartości, był modelem błędnym i nie był w stanie zwrócić poprawnej symulacji danych wyjściowych. Sytuacja ta była motywacją do modyfikacji algorytmu.

Tabela 5. Wyniki modelowania sygnału liniowego zmodyfikowanym algorytmem FROLS.

	Wariancja dodanego szumu				
Długość sygnału	0,05	0,1	0,2	0,4	0,5
200	SERR=0,9946 *A*	SERR=0,9953 *B* δ=1,02%	SERR=0,9947 *B* δ=0,91%	SERR=0,9784 *C* δ=3,27%	SERR =0,9699 *C* δ=3,19%
300	SERR=0,9699 *B* δ=3,19%	SERR=0,9964 *B* δ=1,13%	SERR=0,9968 *B* δ=3,52%	SERR=0,9732 *C* δ=1,58%	SERR=0,9765 *C* δ=2,80%
500	SERR=0,9998 *B* δ=0,19%	SERR=0,9993 *B* δ=0,55%	SERR=0,9988 *D* δ=0,91%	SERR=0,9972 *D* δ=1,23%	SERR=0,9933 *D* δ=1,40%
700	SERR=0,9999 *B* δ=0,09%	SERR=0,9997 *D* δ=0,56%	SERR=0,9993 *D* δ=0,60%	SERR=0,9989 *D* δ=1,48%	SERR=0,9966 *D* δ=1,60%
1000	SERR=0,9999 *D* δ=0,01%	SERR=0,9997 *D* δ=0,47%	SER =0,9993 *D* δ=0,75%	SERR=0,9992 δ=1,43%	SERR=0,9975 *D* δ=1,32%

Gdy modelowano sygnał liniowy zmodyfikowaną metodą FROLS, jedynie w jednym przypadku (A) program błędnie wybrał regresor $(y-3)$ jako pierwszy. W przypadkach poprawnego modelowania (B) wszystkie metody weryfikacji potwierdziły poprawność modeli oraz otrzymane parametry zgadzają się co do wartości z założonym sygnałem. Dla wyników oznaczonych literą C, otrzymany model posiadał poprawne parametry, jednak symulacje modelu były niepoprawne. Przykład takiego przebiegu przedstawiono na rysunku 15. Wobec tego, pomimo iż model posiada poprawne parametry, nie można uznać go za w pełni poprawny. Dla przebiegów oznaczonych literą D, przebieg *SERR* wskazałby na wybranie jedynie modelu dwuelementowego, z pominięciem członu $x(k-1)$. Doprowadziłoby to do wyboru modelu błędnego. Jednak gdyby był to następny wybrany człon, modelowanie przebiegłoby poprawnie i dałoby pozytywny wynik. Z tego powodu, nie można uznać tego modelowania za w pełni błędne, gdyż istnieje szansa że znaleziony model byłby poprawny, jednak nie jest to pewne.



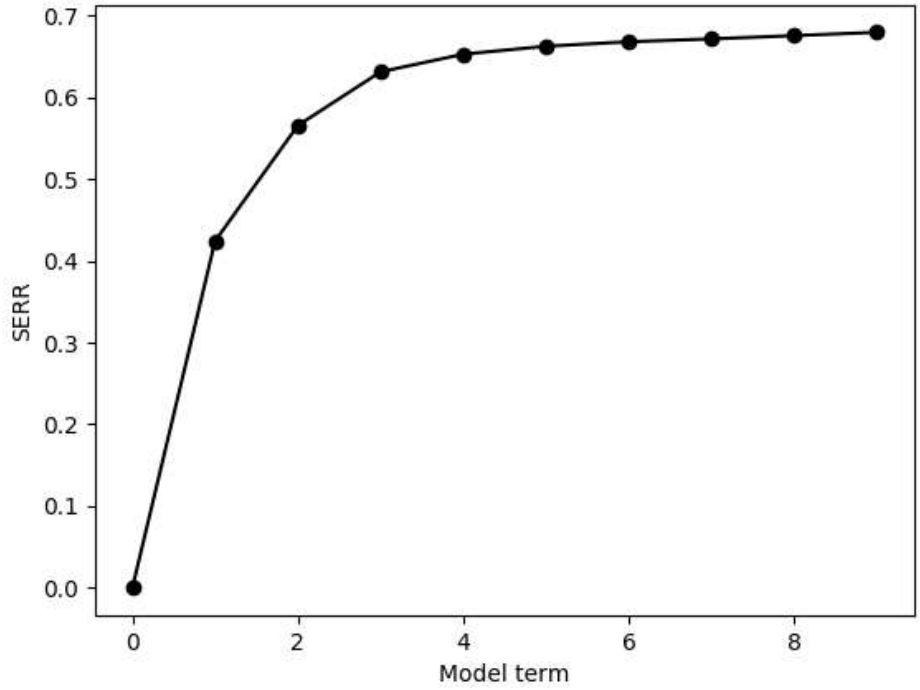
Rysunek 15. Błędna predykcja wyniku modelowania sygnału liniowego za pomocą zmodyfikowanego algorytmu FROLS.

Tabela 6. Wyniki modelowania sygnału nieliniowego algorytmem FROLS (wyniki były takie same dla obu wariantów algorytmu).

	Wariancja dodanego szumu				
Długość sygnału	0,05	0,1	0,2	0,4	0,5
200	SERR=0,9649 *A* δ=1,51%	SERR=0,9454 *A* δ=6,56%	SERR=0,8789 *C* δ=11,37%	SERR=0,7142 *D*	SERR=0,8027 *D*
300	SERR=0,9709 *A* δ=1,84%	SERR=0,9458 *A* δ=3,94%	SERR=0,8713 *B* δ=0,84%	SERR=0,7078 *D*	SERR=0,6292 *E* δ=10,46%
500	SERR=0,9784 *A* δ=1,03%	SERR=0,9532 *A* δ=4,50%	SERR=0,8720 *B* δ=4,02%	SERR=0,6892 *E* δ=12,49%	SERR=0,6526 *E* δ=10,59%
700	SERR=0,9808 *A* δ=0,82%	SERR=0,9554 *A* δ=2,67%	SERR=0,8720 *B* δ=5,35%	SERR=0,6683 *E* δ=6,12%	SERR=0,6117 *E* δ=10,01%
1000	SERR=0,9841 *A* δ=0,54%	SERR=0,9576 *A* δ=2,02%	SERR=0,8734 *B* δ=1,45%	SERR=0,6848 *E* δ=2,76%	SERR=0,6129 *E* δ=8,31%

Wyniki modelowania sygnału nieliniowego są takie same dla obu badanych metod, gdyż we wszystkich przypadkach wybrane regresory były identyczne, oraz posiadały te same wartości *ERR*. W większości przypadków, modelowanie dało wynik pozytywny. Dla sygnałów oznaczonych literą A, otrzymano poprawny wynik, potwierdzony metodami weryfikacji. Dla sygnałów oznaczonych literą B, wybrany model był poprawny, poprawne były także symulacje wykonywane za pomocą tego modelu, jednak końcowa wartość *SERR* była niska, co mogłoby budzić wątpliwości. Ostatecznie, otrzymano właściwy model, który poprawnie przeszedł weryfikację. W przypadku C, pojawia się niejasność związana z gładkim nasyceniem krzywej *SERR*, co nie wskazuje na konkretną liczbę wymaganych regresorów. Jednak analiza wszystkich

modeli wokół przegięcia charakterystyki mogłaby doprowadzić do otrzymania modelu poprawnego. Dla przypadków oznaczonych literą D, modelowanie nie przyniosło zakładanego skutku, gdyż z wykresu *SERR* nie można było wskazać poprawnej długości modelu. Dla przypadków oznaczonych literą E, sytuacja była podobna, jednak występowało niewielkie przegięcie charakterystyki SERR, które mogłoby być przesłanką do miejsca poszukiwania poprawnego modelu i daje szanse jego otrzymania. Przykład przebiegu tego typu przedstawiony został na rysunku 16.



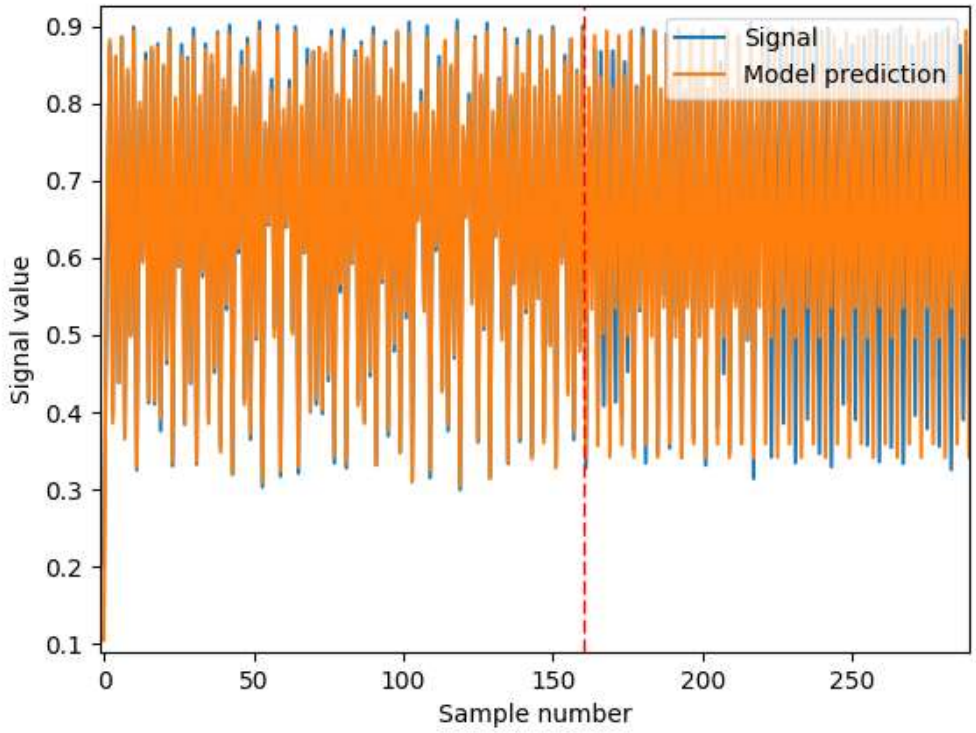
Rysunek 16. Przykładowy przebieg SERR dla sygnału nieliniowego z szumem o wariancji 0,5.

Tabela 7. Wyniki modelowania sygnału funkcji logistyczne za pomocą niezmodyfikowanego algorytmu FROLS.

	Wariancja dodanego szumu			
Długość sygnału	0,005	0,01	0,02	0,04
200	SERR =0,9997	SERR =0,9995	SERR =0,9988	SERR =0,9957
300	SERR =0,9998	SERR =0,9996	SERR =0,9989	SERR =0,9963
500	SERR =0,9998	SERR =0,9996	SERR =0,9990	SERR =0,9967
700	SERR =0,9998	SERR =0,9997	SERR =0,9991	SERR =0,9966
1000	SERR =0,9999	SERR =0,9997	SERR =0,9991	SERR =0,9965

W przypadku wyników modelowania funkcji logistycznej za pomocą niezmodyfikowanej metody FROLS, żadne modelowanie nie zwróciło poprawnego wyniku. Program wybierał regresor $(y-4)$ jako pierwszy, co prowadziło do wskazania błędnego modelu, pomimo wysokich wartości *SERR*. Spowodowane to było jego wysoką wartością ERR, która zwykle wynosiła ≈0,8, czyli znacznie więcej niż pozostałe. Następnie wybierana była składowa stała, a po niej poprawne elementy modelu. Po ich wyborze, wykres SERR wskazywał na zaprzestanie

modelowania, a parametr stojący przy $(y-4)$ był z reguły niewielki (≈0,005) w porównaniu do parametrów znajdujących się przy rzeczywistych regresorach tworzących model (pomiędzy 3 a 3,5). Wybierany model był błędny pomimo to i jego weryfikacja nie przebiegala pomyślnie. Przykład symulacji otrzymanego wyniku przedstawiono na rysunku 17.



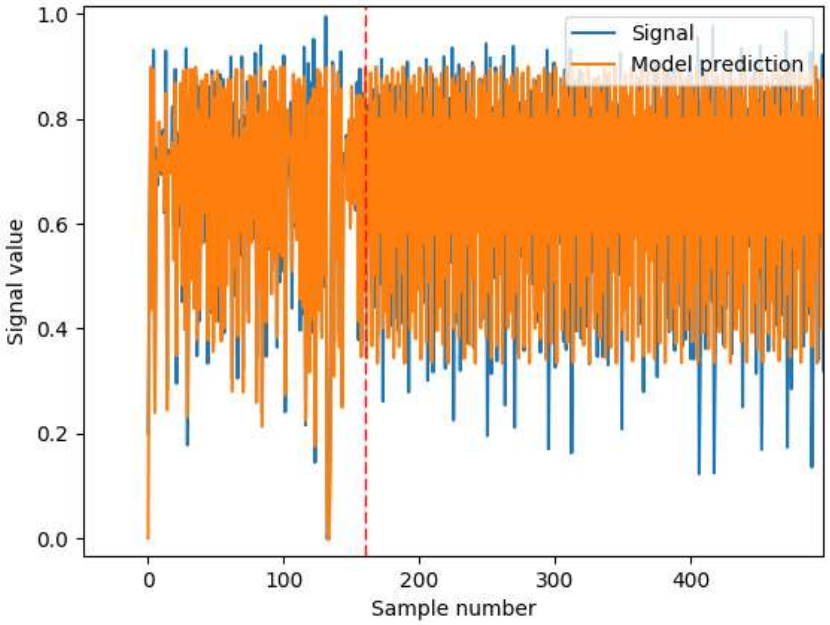
Rysunek 17. Wynik symulacji modelu opracowanego na podstawie sygnału funkcji logistycznej za pomocą niezmodyfikowanej metody FROLS.

Tabela 8. Wyniki modelowania sygnału funkcji logistycznej za pomocą zmodyfikowanego algorytmu FROLS.

	Wariancja dodanego szumu			
Długość sygnału	0,005	0,01	0,02	0,04
200	SERR =0,9994 *A* δ=0,18%	SERR =0,9992 *A* δ=0,03%	SERR =0,9985 *A* δ=0,10%	SERR =0,9952 *B* δ=0,53%
300	SERR =0,9996 *A* δ=0,06%	SERR =0,9994 *A* δ=0,11%	SERR =0,9988 *A* δ=0,01%	SERR =0,9961 *B* δ=0,94%
500	SERR =0,9997 *A* δ=0,03%	SERR =0,9996 *A* δ=0,11%	SERR =0,9989 *A* δ=0,31%	SERR =0,9965 *B* δ=0,47%
700	SERR =0,9998 *A* δ=0,06%	SERR =0,9996 δ=0,11%	SERR =0,9990 *A* δ=0,24%	SERR =0,9965 *B* δ=0,33%
1000	SERR =0,9998 *A* δ=0,06%	SERR =0,9997 *A* δ=0,08%	SERR =0,9991 *A* δ=0,03%	SERR =0,9964 *B* δ=0,26%

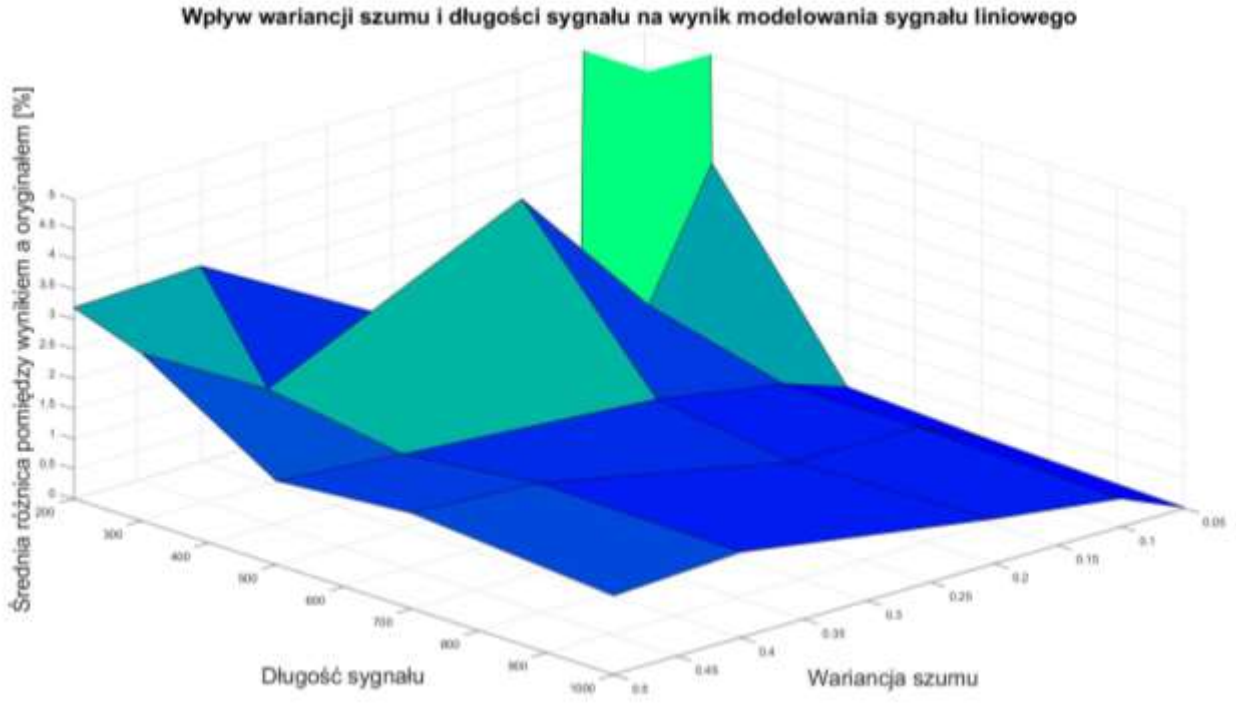
W przypadku modelowania sygnałów pochodzących od funkcji logistycznej zmodyfikowanym algorytmem FROLS, w przypadkach oznaczonych literą A, metoda zwracała poprawny model, który poprawnie przechodził weryfikację. Dla przypadków oznaczonych literą

B, otrzymywany model był poprawny, jednak symulacje znacznie odbiegały od przebiegów rzeczywistych, przykład przedstawiono na rysunku 18. Wobec tego, pomimo poprawności otrzymanego modelu, nie można uznać go za w pełni poprawny.

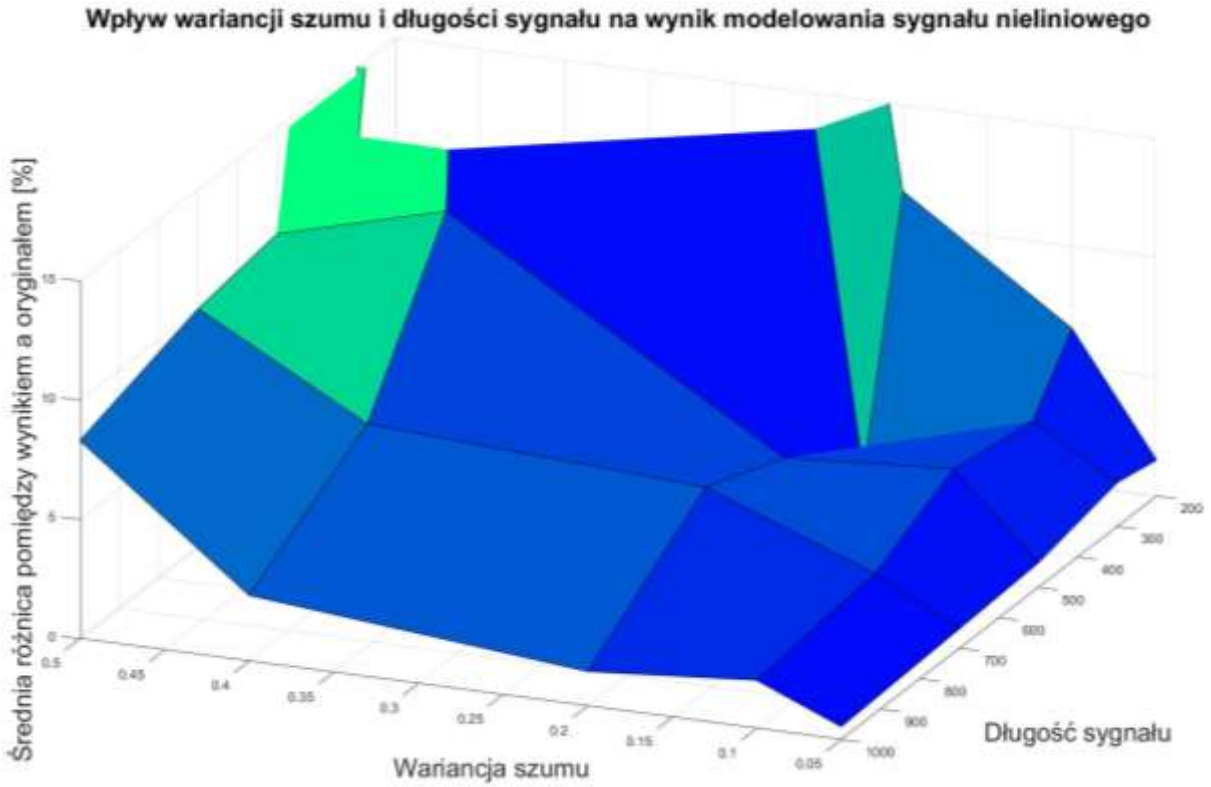


Rysunek 18. Wynik symulacji modelu opracowanego na podstawie sygnału funkcji logistycznej za pomocą zmodyfikowanej metody FROLS dla szumu o wariancji 0,04.

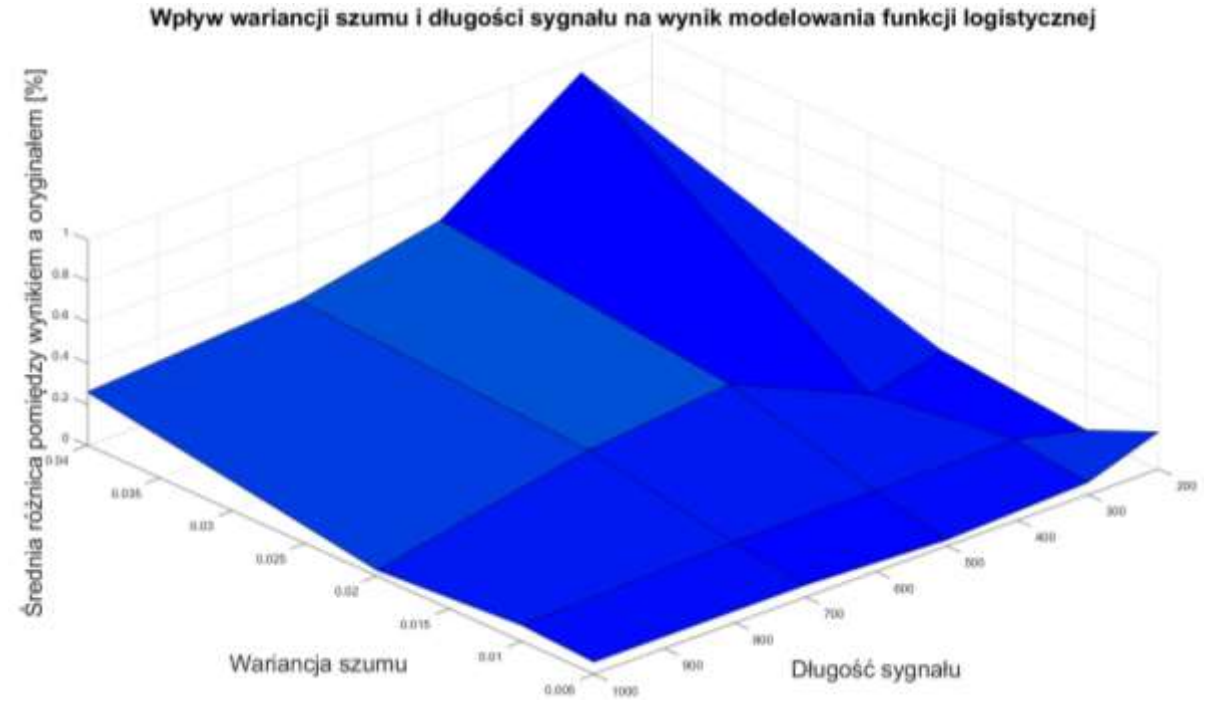
Wartości różnic pomiędzy wyznaczonym modelem a oryginalnym przedstawiono na rysunkach 19., 20. i 21, w celu zobrazowania wpływu wariancji szumu oraz długości sygnału na wynik modelowania. W przypadkach gdy model wyznaczony został błędnie, przyjęto bardzo wysoką wartość różnicy, znacznie poza skalą. Dla wyników błędnych, przyjęto bardzo wysoką wartość błędu, dążącą do nieskończoności.



Rysunek 19. Wyniki modelowania z tabeli 5 przedstawione w formie wykresu trójwymiarowego.



Rysunek 20. Wyniki modelowania z tabeli 6 przedstawione w formie wykresu trójwymiarowego.



Rysunek 21. Wyniki modelowania z tabeli 8 przedstawione w formie wykresu trójwymiarowego.

4.1.1 Analiza czasu poszukiwania

W celu ewaluacji szybkości wykonywania użytych algorytmów, zmierzono średni czas poszukiwania kolejnego regresora dla trzech wybranych długości sygnału. Według warunków podanych na początku rozdziału, oraz formuły z rozdziału 1.6.3, liczba potencjalnych regresorów będzie równa:

$$M = \binom{7+7+3}{3} = 680$$

Dla zmodyfikowanego algorytmu FROLS, przeszukiwanie odbywa się dwukrotnie, wobec czego dla niego:

$$M' = M^2 = 462400$$

Każdy regresor wymaga przeanalizowania, wobec czego spodziewano się, że czas wykonywania algorytmu zmodyfikowanego będzie zdecydowanie dłuższy. Wyniki przedstawiono w tabeli . Przedstawione wyniki są rezultatem uśrednienia dwudziestu pomiarów. Dane zbierano w trakcie modelowania sygnału nieliniowego. Modelowanie wykonywano za pomocą komputera wyposażonego w procesor Intel® Core™ i7-6700K CPU @ 4.00GHz.

Tabela 9. Wyniki pomiarów czasu wykonywania algorytmu FROLS oraz jego zmodyfikowanej wersji dla maksymalnego opóźnienia równego 7 oraz maksymalnego stopnia nieliniowości równego 3. Sygnał posiada jedno wejście.

Długość badanego sygnału	Średni czas wykonywania algorytmu FROLS [s]	Średni czas wykonywania zmodyfikowanego algorytmu FROLS [s]
1000	$0{,}015 \pm 0{,}005$	$85{,}012 \pm 3{,}475$
500	$0{,}013 \pm 0{,}004$	$47{,}027 \pm 2{,}930$
200	$0{,}012 \pm 0{,}004$	$24{,}306 \pm 2{,}955$

5. Analiza wyników

Na podstawie rysunków 19., 20. i 21, oraz tabel 5., 6. i 8, można ocenić wpływ długości modelowanego sygnału, wariancji dodanego szumu oraz stopnia skomplikowania modelu na wynik modelowania.

Badane sygnały pochodziły od modeli dwu-, trzy- oraz czteroczłonowych. Wraz ze wzrostem skomplikowania systemu wzrastała liczba błędnych przypadków modelowania. Z drugiej strony, liczba sytuacji niepewnych była wyższa dla modelowania systemu trzyelementowego, niż systemu czteroelementowego. Niewątpliwie, ma to wpływ na wyniki modelowania. W celu wyciągnięcia konkretnych wniosków na temat wpływu tego warunku na wynik modelowania wymagane jest przeprowadzenie dalszych badań w tym temacie.

W przypadku wszystkich otrzymanych wyników, wzrost wariancja dodanego szumu powodowała większą rozbieżność pomiędzy otrzymanym wynikiem, a rzeczywistymi parametrami modelu. Jest to zrozumiałe, gdyż szum o wyższej wariancji wprowadza większe zaburzenia do sygnału. Dodatkowo, wszystkie badane sygnały posiadają człon AR, co sprawia że

szum ma wpływ nie tylko na wartość sygnału w danej chwili, ale także na przyszłe wartości sygnału. Dla wszystkich typów modeli można wykreślić granicę wariancji szumu, dla której większość modelowań przebiega poprawnie. W przypadku sygnałów liniowego oraz nieliniowego, szum o wariancji wyższej lub równej 0,4 warunkował pełne lub częściowe niepowodzenie modelowania. Dla funkcji logistycznej wartość ta wynosi 0,04. W przypadku modelowań poprawnych, szum o wyższej wariancji wpływał na wzrost różnic pomiędzy otrzymanym wynikiem a rzeczywistym modelem. Jednak, dla poprawnych wyników różnica ta zawierała się w przedziale (0,01; 5,35)%, zwykle będąc niższą niż 1%. W przypadku sytuacji niepewnych, różnice te zawierały się w przedziale (0,01; 12,49)%, zwykle osiągając wartości niższe niż 3%.

Wpływ długości badanego sygnału na wynik modelowania był odwrotny niż wpływ wariancji dodanego szumu. Wzrost długości sygnału skutkował mniejszymi rozbieżnościami pomiędzy otrzymanym wynikiem a modelem rzeczywistym. W przypadku sygnałów liniowego oraz nieliniowego, można wskazać minimalną długość sygnału, która skutkuje znacznie lepszym wynikiem modelowania. Jest to zgodne z tezą przedstawioną przez autorów metody [6], mówiącą o minimalnych 300-500 próbkach sygnału w celu wykonania poprawnego modelowania. Dla sygnałów o długości 500 próbek lub dłuższych, jeśli stosowano metodę zmodyfikowaną, nie otrzymano błędnego wyniku.

Można także zaobserwować, że negatywny wpływ wariancji szumu na wynik modelowania jest większy niż pozytywny wpływ zwiększania długości sygnału. Pokazuje to tabela 5., gdzie widoczna jest granica pomiędzy wynikami poprawnymi oraz niepewnymi. Wzrost wariancji szumu wprowadzał znaczne zaburzenia do sygnału, których skompensowanie przez wydłużenie sygnału modelowanego nie było wystarczające by przeprowadzić poprawne modelowanie. W sytuacji, gdyby te wpływy były równoważne, granica ta byłaby zarazem przekątną tabeli. W tym przypadku, granica jest przesunięta w stronę niższych wartości wariancji szumu, co oznacza jego wyższy wpływ na wynik modelowania.

Ważnym parametrem jest także czas wykonywania jednego kroku modelowania przez program w zależności od wybranej wersji algorytmu, zawarty w tabeli 9. Czas wykonywania kroku w przypadku algorytmu zmodyfikowanego jest równy kilkanaście milisekund niezależnie od długości sygnału. Dla algorytmu zmodyfikowanego, czas wykonywania jest dłuższy nawet 5667 razy, w ramach jednego kroku. Wobec tego, dopasowanie pięciu elementów do modelu w przypadku metody zmodyfikowanej zajmie od $(121{,}530 \pm 14{,}775)s$ do $(425{,}060 \pm 17{,}375)s$, w zależności od długości danych.

6. Wnioski

Wyniki przedstawione w rozdziale 4, pozwalają stwierdzić, że modyfikacja metody w znacznym stopniu usprawniła jej działanie. W przypadku modelowania sygnału liniowego oraz funkcji logistycznej, wykorzystanie niezmodyfikowanego algorytmu FROLS nie prowadziło do otrzymania poprawnego modelu. Mogło to wynikać z faktu, że model składał się z członów o równoważnych parametrach, zatem kontrybucja każdego z nich do sygnału wyjściowego była podobna. Skutkowało to zbliżonymi wartościami *ERR*, które dopiero w sumie okazywały się posiadać znaczącą wartość. Każde z nich pojedynczo posiadało niższy ERR niż inne regresory, pomimo iż nie były one składnikami modelu. Wybór innego regresora jako pierwszego prowadził wobec tego do wyznaczenia błędnego modelu ortogonalnego, który następnie prowadził do porażki całego procesu modelowania. Niezmodyfikowany algorytm FROLS w sytuacji sprzyjającej, to znaczy gdy parametry modelu znacznie różnią się od siebie, daje identyczne wyniki jak jego zmodyfikowana wersja. Wobec tego, zastosowanie zmodyfikowanego algorytmu jest bardziej uniwersalne.

Ponadto, długość badanego sygnału oraz wariancja dodanego szumu mają istotny wpływ na wynik modelowania. W celu uzyskania najlepszych wyników, konieczne jest zadbanie o wysoką jakość zbierania próbek badanego sygnału w celu wyeliminowania negatywnego wpływu szumu na otrzymany wynik. Należy jednocześnie paiętać, że filtracja sygnału po jego rejestracji jest niewskazana, ponieważ zaburza ona poszukiwany model [6]. Nakłada to wysokie wymagania co do jakości systemu zbierającego sygnał który ma zostać poddany modelowaniu. Wskazane jest także zbieranie jak najdłuższych przebiegów, co pozwoli skompensować negatywny wpływ szumu na badany sygnał. Dodatkowo, na podstawie otrzymanych wyników zaleca się modelowanie sygnałów o długości co najmniej 500 próbek.

Należy wziąć także pod uwagę, że długi sygnał będzie zwiększał czas modelowania, co pokazały wyniki badań. Modyfikacja wprowadzona do algorytmu wydłuża czas wykonywania jednego kroku o cztery rzędy wielkości. Jeśli czas modelowania odgrywa rolę w danym przypadku, wskazane jest wykorzystanie metody niezmodyfikowanej, pamiętając o jej ograniczeniach. Możliwym scenariuszem wydaje się początkowe poszukiwanie modelu za pomocą metody zmodyfikowanej, aby następnie śledzenie jego zmian za pomocą metody niezmodyfikowanej, która jest syzbsza. Otrzymany czas nie stanowi jednak znacznej przeszkody w modelowaniu i pozwala w czasie kilkudziesięciu minut doprowadzić do otrzymania wyniku.

Odnotowania wymaga także fakt, iż w przypadku sygnału liniowego, modelowanie metodą nieliniową doprowadziło do otrzymania modelu liniowego. Jest to zgodne z filozofią NARMAX oraz zapewnia swojego rodzaju bufor bezpieczeństwa. Gdy modelowany jest sygnał pochodzący z systemu o nieznanej naturze, istnieje prawdopodobieństwo, że szukany model jest liniowy. Zastosowanie metody NARMAX, pomimo iż jest ona dedykowana poszukiwaniu modeli nieliniowych, jest w stanie także pełnić rolę narzędzia do modelowania liniowego w metodach ARMAX.

Wobec przedstawionych wyników wykorzystanie metody NARMAX do analizy sygnałów biomedycznych wydaje się posiadać pewne zalety. Korzystając ze zmodyfikowanego algorytmu FROLS, istnieje możliwość opracowania modelu sygnału pochodzącego od osoby zdrowej. Model taki, mógłby służyć jako potencjalny klasyfikator stanu zdrowia. Klasyfikacja mogłaby opierać się o porównanie modelu otrzymanego na podstawie zarejestrowanego sygnału biomedycznego z ogólnym modelem określającym przebieg pochodzący od osoby zdrowej. Jednak działanie tego typu powinno zostać poparte większą ilością badań w celu potwierdzenia niniejszej hipotezy.

7. Dyskusja

Opracowany program spełnia przyjęte założenia i realizuje metodę, która w większości przypadkach poprawnie wyznaczyła parametry modelowanego sygnału. Jednakże, istnieje wiele innych algorytmów zgodnych z filozofią NARMAX, które mógłby lepiej spełnić to zadanie. Przykładem jest metoda MFROLS [6], która dopasowuje model do wielu sygnałów pochodzących z tego samego systemu. Dodatkowo, istnieją algorytmy identyfikacji źródeł szumu oraz ich wpływu na sygnał [6], które także mogą zostać wykorzystane w celu przeprowadzenia pełniejszego modelowania. Interesujące byłoby też zbadanie wpływu stopnia skomplikowania modelu na wynik modelowania, oraz przeprowadzenia modelowania dla sygnałów rzeczywistych. Dodatkowo, pozytywnie na jakość wyników modelowania wpłynęłyby dodatkowe metody walidacji modelu oraz określenia końca modelowania.

Wykonane oprogramowanie mogłoby zostać zrealizowanie za pomocą struktury wielowątkowej, co skróciłoby czas obliczeń. Inną opcją jest implementacja metody na procesorze graficznym za pomocą środowiska *CUDA*, co potencjalnie mogłoby nawet zniwelować różnice pomiędzy dwoma wariantami algorytmu.

8. Bibliografia

[1] G. Mzyk, PARAMETRYCZNA IDENTYFIKACJA SYSTEMÓW O ZŁOŻONEJ STRUKTURZE (rozprawa doktorska)., Wrocław: Politechnika Wrocławska, 2002.

[2] M. A. Aboamer, A. T. Azar, K. Wahba i A. S. A. Mohamed, „Linear model-based estimation of blood pressure and cardiac output for Normal and Paranoid cases.," *Neural Computing and Applications,* tom 25, nr 6, pp. 1223 -1240, 2014.

[3] S. A. Billings i B. Zhang, „Volterra series truncation and kernel estimation of nonlinear systems in the frequency domain," *Mechanical Systems and Signal Processing,* tom 84 (2017), pp. 39-57, 2016.

[4] S. d. Silva, „Non-linear model updating of a three-dimensional portal frame based on Wiener series.," *International Journal of Non-Linear Mechanics,* tom 46 (2011), pp. 312-320, 2010.

[5] S. A. Billings, M. J. Korenberg i S. Chen, „Identification of non-linear output affine sustems using an orthogonal least-squares algorithm.," *International Journal of Systems Science,* tom 19(8), pp. 1559-1568, 1988.

[6] S. A. Billings, Nonlinear System Identification: NARMAX Methods in the Time, Frequency, and Spatio-Temporal Domains., Sheffield: John Wiley & Sons, 2013.

[7] S. Chen, S. A. Billings i W. Luo, „Orthogonal least squares methods and their application to non-linear system identification.," *Internal Journal of Control,* tom 50(5), pp. 1873-1896, 1989.

[8] „Dokumentacja Środowiska Python 3.6," 06 2017. [Online]. Available: https://docs.python.org/3/.

[9] „Strona producenta oprogramowania PyCharm - firma JetBrains," 06 2017. [Online]. Available: https://www.jetbrains.com/pycharm/. [Data uzyskania dostępu: 06 2017].

[10] „Dokumentacja biblioteki PyQt5," 06 2017. [Online]. Available: https://pypi.python.org/pypi/PyQt5/5.8.2.

9. Wykaz symboli i skrótów

TODO

10. Spis rysunków

11. Spis tabel

Załącznik A – Kod źródłowy programu

model.py

```
import numpy
from scipy import signal

#this clas contains all model parameters


class Model:
    beta = [] #parameters of the model terms
    A = [] #matrix for the calculation of teh parameters
    G = [] #parameters for the orthogonalised terms
    Q = [] #orthogonalised terms
    P = [] #actual model terms
    ERR = [] #error reduction ratio, how a certain orthogonalised term reduced the error of the modeling
    simulatedY = numpy.array([])
    residuals = numpy.array([])
    corrResRes = numpy.array([]) #auto correlation between modelling residuals
    modelTermsNames = []

    def calculateStatistics(self, y): #basically residuals and auto correlation of residuals
        if self.P:
            self.residuals = numpy.subtract(y, self.simulatedY)
            self.corrResRes = signal.correlate(self.residuals, self.residuals, mode='same') #/ len(y)
            mean = numpy.mean(self.residuals)
            coefficient = sum(numpy.power(numpy.subtract(self.residuals, mean), 2))
            self.corrResRes = numpy.divide(self.corrResRes, coefficient)

        else:
            self.residuals = numpy.array([])
            self.corrResRes = numpy.array([])

    def simulate(self, X, length): #generate signal from external inputs for a certain amoutn of samples
        simulation = self.simulatedY.tolist() #start with the signal already computed (it's in the solver)
        signalLength = len(simulation) #for indexing purpose
        for k in range(length):
            sample = 0 #new sample that will be added
            for number, terms in enumerate(self.modelTermsNames):
                if terms[0][0] == 'c': #if a term is a constant, it is just addded to the sample value
                    sample = sample + self.beta[number]
                else:
                    termSample = self.beta[number] #another variable for multiplying different regressors in a term
                                                   #start with the poarameter that is next to the term
                    for name in terms:
                        if name[0] == 'y':     #decipher the regressor name from resources
                            lag = int(name[-1])
                            termSample = termSample*simulation[-lag] #get appropriate value and multiply it to the value
                        else:
                            lag = int(name[-1]) #as above, but external input is already present, so it has the demanded
                            #  length, so its index should start with the base length of the signal, plus steps that
                            #were already done, minus lag concluded from the term
                            termSample = termSample * X[int(name[1])][signalLength+k-lag]
                    sample = sample + termSample #sum all inputs for the sample

            simulation.append(sample)
        simulation = numpy.array(simulation)
        return simulation
```

modellingresources.py

```
import numpy
import itertools
from scipy import signal

#it's a class that contains all teh required data for the modelling
#it is able to calculate other useful stuff, but in general it's a base for modelling

class Data:
    y = numpy.array([]) #signal
    corrSigSig = numpy.array([]) #cross correlation of the signal derivative and its derivative squared
    simData = numpy.array([]) #part fo data left for testing
    X = [] #an array of signals which are considered for modelling as inputs
    fullX = [] #same signals as above, but longer for testing
    sigma = 0 #sigma of the signal (standard d
    maxLevel = 2 #maximal level of he nonlinearity. Due to simple processing it cannot be higher than 9
    maxLag = 7 #maximal lag of the regressors. Due to simple processing it cannot be higher than 9
    regressors = []
    names = []

    deletedRegressors = [] #variables used as a backup if user would like to undo
    deletedNames = []
    deletedIndexes = []

    def combine_all(self): #generation of the regressor matrix along with the similar matrix with regressor names
        arrays = []  #base regressor vectors and names, which later are combined
        baseNames = []
        for lag in range(1, self.maxLag+1): #for every possible lag of y, starting from 1
            rolled = numpy.roll(self.y, lag).tolist() #move signal accordingly
            rolled[:lag] = [0]*lag #empty the first samples
            arrays.append(rolled)
            baseNames.extend(['y-'+str(lag)])
        for inputNumber, inputVar in enumerate(self.X): #same for external input, but it can has 0 lag
            for lag in range(0, self.maxLag+1):
                rolled = numpy.roll(inputVar, lag).tolist()
                rolled[:lag] = [0] * lag
                arrays.append(rolled)
                baseNames.extend(['x' + str(inputNumber) + '-' + str(lag)])
        temp = [1]*len(self.y) #generate regressor for the constant term
        self.regressors = [temp] #append constant term at the beginning, because it is not supposed to be mixed
        self.names = ['const']

        for i in range(1, self.maxLevel + 1): #mixing depending on the level
            els = [list(x) for x in itertools.combinations_with_replacement(arrays, i)] #combine regressors with

# replacements for current level
            if i > 1: #when there are multiple regressors to multiply
                out = []
                for regresor in els: #multiply differen regresser independently from their quantity. Regressor has muliple arrays
                                     #zip combines corresponding elements which are later multiplied
                    out.append([numpy.prod(numpy.array(x)) for x in zip(*regresor)])
                self.regressors.extend(out)
```

```
        else:#regressors are single, so there is no need to multiply
            out = []
            for regresor in els:
                out.append(regresor[0])
            self.regressors.extend(out)
        els = [list(x) for x in itertools.combinations_with_replacement(baseNames, i)] #names are just shu
        # ffled and

#appended
        self.names.extend(els)

    self.regressors = numpy.array(self.regressors) #regressors shoudl be numpy elements

  def divide_data_set(self, percentage): #divide data for future testing
      if not len(self.simData): #when there is data
          where = round(len(self.y)*percentage) #find an index of the split
          self.simData = self.y[where:]
          self.y = self.y[0:where]
          self.sigma = self.y @ self.y #calculate standard deviation afterwards
          for indeks in range(len(self.X)): #split the external data
              self.fullX.append(self.X[indeks]) #data for testing should be original size
              self.X[indeks] = self.X[indeks][0:where] #data for modeling should be shorter

  def concatenateDataSet(self): #as above, but other direction
      if len(self.simData):
          self.y = numpy.concatenate((self.y, self.simData), axis=0)
          self.simData = numpy.array([])
          self.sigma = self.y @ self.y
          for indeks in range(len(self.X)):
              self.X[indeks] = self.fullX[indeks]
          self.fullX = []

  def calculateCorrSigSig(self):      #calculate derivative of the signal, its derivative square and cross corelation
                                      # between them
      if len(self.y):  #if tehre is sginal
          derY = numpy.diff(self.y)
          derYsq = numpy.power(derY, 2)
          self.corrSigSig = signal.correlate(derY, derYsq, mode='same')# / len(self.y)
      else:
          self.corrSigSig = numpy.array([])
```

solver.py

```
import numpy
from model import Model
from modellingResources import Data
import time

class Solver:
  model = Model()
  resources = Data()
  currentStep = 0
  modelTestDataRatio = 0.8

  def insert_y(self, newy):
      self.resources.y = numpy.array(newy)
      self.resources.sigma = newy @ newy
      self.resources.calculateCorrSigSig()

  def insert_x(self, newx): #it should be assured, that external input is inserted AFTER the signal (y), in order to
                            #assure proper data length
      if len(newx) > len(self.resources.y):
          newx = newx[:len(self.resources.y)]
          self.resources.X.append(numpy.array(newx))
      elif len(newx) < len(self.resources.y):
          print("Provided data is too short")
      else:
          self.resources.X.append(numpy.array(newx))

  def chagne_max_lag(self, newmaxlag): #it should be assured that these value is provided with integers
      self.resources.maxLag = newmaxlag

  def change_max_level(self, newmaxlevel):#it should be assured that these value is provided with integers
      self.resources.maxLevel = newmaxlevel

  def start(self): #start of the one-step-ahead prediction method
      start = time.clock()
      if len(self.resources.y): #when there is data

self.resources.divide_data_set(self.modelTestDataRatio) #divide data into the test and moddeling set
          self.resources.combine_all()        #generate a regressor matrix
          max = 0 #initialise
          whichRegresorToEliminate = 0
          tempG = 0
          tempQ = 0
          tempP = 0
          tempERR = 0
          tempName = ''
          for i, regresor in enumerate(self.resources.regressors):
              regresor = numpy.array(regresor) #assure that regressor is a numpy type and cosider it as an orthogonal
                                               #model element
              g = (numpy.transpose(self.resources.y) @ regresor) / (numpy.transpose(regresor) @ regresor) #calculate
                                  #corresponding parameter to the term
              ERR = g ** 2 * ((numpy.transpose(regresor) @ regresor) / self.resources.sigma) #error reduction ratio
              if ERR > max:#if it's the highest err, consider the term chosen
                  max = ERR
                  tempG = g
                  tempQ = regresor
                  tempP = regresor
                  tempERR = ERR
                  tempName = self.resources.names[i]
                  whichRegresorToEliminate = i
          self.model.G.append(tempG)     #after looping through all the regressors, the best one is chosen and appended
          self.model.Q.append(tempQ)
          self.model.P.append(tempP)
          self.model.ERR.append(tempERR)

self.model.modelTermsNames.append(tempName)


self.resources.deletedIndexes.append(whichRegresorToEliminate) #save for an undo case
          self.resources.deletedNames.append(tempName)

self.resources.deletedRegressors.append(self.resources.regressors[whichRegresorToEliminate])

          #delete chosen regressor
          self.resources.regressors = numpy.delete(self.resources.regressors, whichRegresorToEliminate, 0)
          del self.resources.names[whichRegresorToEliminate]

          self.currentStep = self.currentStep + 1
          self.finish() #method which calculates model from the chosen terms
          end = time.clock()
          print(end - start)

      else:
          print('There is no input to the model')

  def step(self): #user needs to assure that function "start" was invoked before
      start = time.clock()
```

```
        max = 0
        whichRegresorToEliminate = 0
        tempG = 0
        tempQ = 0
        tempP = 0
        tempERR = 0
        tempName = ''
        for i, regresor in enumerate(self.resources.regressors): #as above
            q = regresor #accept the base of the next orthogonal contribution as the regressor
            for qr in self.model.Q: #calculate the orthogonalised base from the previous terms
                q = q - (((numpy.transpose(regresor) @ qr) / (numpy.transpose(qr) @ qr)) * qr)
            g = (numpy.transpose(self.resources.y) @ q) / (numpy.transpose(q) @ q)
            ERR = g ** 2 * ((numpy.transpose(q) @ q) / self.resources.sigma)
            if ERR > max:
                max = ERR
                tempG = g
                tempQ = q
                tempP = regresor
                tempERR = ERR
                tempName = self.resources.names[i]
                whichRegresorToEliminate = i

        self.model.G.append(tempG)
        self.model.Q.append(tempQ)
        self.model.P.append(tempP)
        self.model.ERR.append(tempERR)


self.resources.deletedIndexes.append(whichRegresorToEliminate)
        self.resources.deletedNames.append(tempName)

self.resources.deletedRegressors.append(self.resources.regressors[whichRegresorToEliminate])

        self.model.modelTermsNames.append(tempName)
        self.resources.regressors = numpy.delete(self.resources.regressors, whichRegresorToEliminate, 0)
        del self.resources.names[whichRegresorToEliminate]
        self.currentStep = self.currentStep + 1
        self.finish()
        end = time.clock()
        print(end - start)

    def start2(self): #as above, jutro method is little different inside
        if len(self.resources.y):
            start = time.clock()

self.resources.divide_data_set(self.modelTestDataRatio)
            self.resources.combine_all()
            max = 0
            whichRegresorToEliminate = 0
            tempG = 0
            tempQ = 0
            tempP = 0
            tempERR = 0
            tempName = ''
            for i, regresor in enumerate(self.resources.regressors):
                regresor = numpy.array(regresor)
                g = (numpy.transpose(self.resources.y) @ regresor) / (numpy.transpose(regresor) @ regresor)
                ERR = g ** 2 * ((numpy.transpose(regresor) @ regresor) / self.resources.sigma)

                for regresor2 in self.resources.regressors: #after regressor is calculated it is also considered as a base for the next choice
                    q = regresor2 - (((numpy.transpose(regresor2) @ regresor) / (numpy.transpose(regresor) @ regresor)) * regresor)
                    if not sum(q): #if it is the same regressor it is abandonned
                        continue
                    g2 = (numpy.transpose(self.resources.y) @ q) / (numpy.transpose(q) @ q)
                    ERR2 = ERR + g2 ** 2 * ((numpy.transpose(q) @ q) / self.resources.sigma)#ERR@ is calculated as a
                    #sum of error reduction ratios of the first choice, and the choice that would come afterwards

                    if ERR2 > max:
                        max = ERR2
                        tempG = g
                        tempQ = regresor
                        tempP = regresor
                        tempERR = ERR
                        tempName = self.resources.names[i]
                        whichRegresorToEliminate = i

            self.model.G.append(tempG)
            self.model.Q.append(tempQ)
            self.model.P.append(tempP)
            self.model.ERR.append(tempERR)


self.resources.deletedIndexes.append(whichRegresorToEliminate)
            self.resources.deletedNames.append(tempName)

self.resources.deletedRegressors.append(self.resources.regressors[whichRegresorToEliminate])


self.model.modelTermsNames.append(tempName)
            self.resources.regressors = numpy.delete(self.resources.regressors, whichRegresorToEliminate, 0)
            del self.resources.names[whichRegresorToEliminate]
            self.currentStep = self.currentStep + 1
            self.finish()
            end = time.clock()
            print(end-start)
        else:
            print('There is no input to the model')

    def step2(self): #user needs to assure that function "start2" was invoked before
        start = time.clock()
        max = 0
        whichRegresorToEliminate = 0
        tempG = 0
        tempQ = 0
        tempP = 0
        tempERR = 0
        tempName = ''
        for i, regresor in enumerate(self.resources.regressors):
            q = regresor
            for qr in self.model.Q:
                qr = numpy.array(qr)
                q = q - (((numpy.transpose(regresor) @ qr) / (numpy.transpose(qr) @ qr)) * qr)
            g = (numpy.transpose(self.resources.y) @ q) / (numpy.transpose(q) @ q)
            ERR = g ** 2 * ((numpy.transpose(q) @ q) / self.resources.sigma)

            for regresor2 in self.resources.regressors:
                q2 = regresor2 #as in the function "step" but with the two-step methodology
                for qr in self.model.Q:
                    q2 = q2 - (((numpy.transpose(regresor2) @ qr) / (numpy.transpose(qr) @ qr)) * qr)
                q2 = q2 - (((numpy.transpose(regresor2) @ q) / (numpy.transpose(q) @ q)) * q)
                if not sum(q2):
                    continue
                g2 = (numpy.transpose(self.resources.y) @ q2) / (numpy.transpose(q2) @ q2)
                ERR2 = ERR + g2 ** 2 * ((numpy.transpose(q2) @ q2) / self.resources.sigma)

            if ERR2 > max:
```

```
            max = ERR
            tempG = g
            tempQ = q
            tempP = regresor
            tempERR = ERR
            tempName = self.resources.names[i]
            whichRegresorToEliminate = i

        self.model.G.append(tempG)
        self.model.Q.append(tempQ)
        self.model.P.append(tempP)
        self.model.ERR.append(tempERR)


self.resources.deletedIndexes.append(whichRegresorToEli
minate)
        self.resources.deletedNames.append(tempName)

self.resources.deletedRegressors.append(self.resources.re
gressors[whichRegresorToEliminate])

        self.model.modelTermsNames.append(tempName)
        self.resources.regressors =
numpy.delete(self.resources.regressors,
whichRegresorToEliminate, 0)
        del self.resources.names[whichRegresorToEliminate]
        self.currentStep = self.currentStep + 1
        self.finish()
        end = time.clock()
        print(end-start)
    def finish(self):
        self.model.A = numpy.zeros([len(self.model.Q),
len(self.model.Q)]) #matrix used for transition between
                                #orthogonalised bases and
regressors. It has zeros belowe the main diagonal
        for r, qTerm in enumerate(self.model.Q):
            self.model.A[r, r] = 1 #ones at the main diagonal
            for c, pTerm in enumerate(self.model.P[(r +
1):]):#apropriate terms above the main diagonal
                c = c + r + 1
                self.model.A[r, c] = ((numpy.transpose(qTerm)
@ pTerm) / (numpy.transpose(qTerm) @ qTerm))
        self.model.beta = numpy.linalg.solve(self.model.A,
numpy.array(self.model.G)) #model terms parameters are
                                        #calculated from
the A matrix and orthogonalised parameters
        self.model.simulatedY = numpy.array([])
        for k in range(len(self.model.P)):
            if not k: #first element is treated as a base
                self.model.simulatedY =
numpy.multiply(self.model.beta[k], self.model.P[k])
            else: #next, bases and regressors are multiplied
by each other and added to the signal
                self.model.simulatedY =
numpy.add(self.model.simulatedY,
numpy.multiply(self.model.beta[k], self.model.P[k]))
        self.model.calculateStatistics(self.resources.y)
#statisticas are mainly residuals of the mdoel and its corr

    def reset(self): #never used function, but maybe it
could be useful someday
        self.model = Model()
        self.resources = Data()
        self.currentStep = 0
        self.modelTestDataRatio = 0.8

    def undo(self): #come back a ster
        if self.currentStep: #are there any steps that can be
undone? (philosophical question)
            self.model.G.pop()#pop elements that are usually
added as a result of a modelling step
            self.model.P.pop()
            self.model.Q.pop()
            self.model.ERR.pop()
            self.model.modelTermsNames.pop()
            self.finish() #calculate model accordingly to the
current values

            restoredIndex =
self.resources.deletedIndexes.pop() #obtain elemenets
that where deleted after a modelling
                                        # step
            resoteredName =
self.resources.deletedNames.pop()
            resotredRegresor =
self.resources.deletedRegressors.pop()

            self.resources.names.insert(restoredIndex,
resoteredName) #put them back on their place
            tempRegs = self.resources.regressors.tolist()
            tempRegs.insert(restoredIndex, resotredRegresor)
            self.resources.regressors =
numpy.array(tempRegs)

            self.currentStep = self.currentStep - 1 #reduce
step

            if not self.currentStep: #if user came back to the
step 0
                self.resources.concatenateDataSet()
#concatenate modellingand test data
```

design.py

```
import ntpath
from solver import *
import numpy
import csv
from PlotCorrelationWindow import *
from PlotSignalPredictionWindow import *
from PlotResiduals import *
from PlotSERR import *
from PyQt5 import QtWidgets, QtCore

class NARMAX_MainWindow(object):
    def setupUi(self, MainWindow):
        MainWindow.setObjectName("NARMAX")
        MainWindow.resize(1280, 720)

        ########
        self.mainSolver = Solver() #variables
        self.yTitle = '' #name of the file containing the
signal(y)
        self.xTitles = [] #array with the external inputs (x)
        self.mode = 2 #mode is automatically set as 2-step
        self.plotsWindows = [] #storage for handles of the
plots generated in new windows
        ########
        self.initiate_layout(MainWindow)
        self.connectSignalsAndSlots()
        self.refresh()

    def initiate_layout(self, MainWindow):

        self.centralwidget =
QtWidgets.QWidget(MainWindow)  # central widget ini
        self.centralwidget.setObjectName("centralwidget")

self.centralwidget.setMinimumSize(QtCore.QSize(800,
600))

        self.horizontalLayout =
QtWidgets.QHBoxLayout(self.centralwidget) #main layout
is horizontal

self.horizontalLayout.setSizeConstraint(QtWidgets.QLayout
.SetDefaultConstraint)
        self.horizontalLayout.setContentsMargins(0, 0, 0, 0)

self.horizontalLayout.setObjectName("horizontalLayout")
        self.centralwidget.setLayout(self.horizontalLayout)

        self.verticalLayout = QtWidgets.QVBoxLayout() #left
column of
widgets################################
########
        self.leftLabel = QtWidgets.QLabel("Input
parameters")
        self.leftLabel.setAlignment(QtCore.Qt.AlignCenter)
        self.verticalLayout.addWidget(self.leftLabel)

        self.tableWidget1 =
QtWidgets.QTableWidget(self.centralwidget) #table with
uploaded data
        self.tableWidget1.setObjectName("tableWidget")
```

```
        self.tableWidget1.setColumnCount(2)
        self.tableWidget1.setRowCount(2)
        self.tableWidget1.horizontalScrollBar().hide()
        self.tableWidget1.horizontalHeader().hide()
        self.tableWidget1.verticalHeader().hide()

self.tableWidget1.horizontalHeader().setSectionResizeMode(QtWidgets.QHeaderView.Stretch)
        self.verticalLayout.addWidget(self.tableWidget1)
        self.tableWidget1.setMaximumWidth(200)

        self.Parameters = QtWidgets.QGroupBox() #box with editable parameters of modelling
        self.Parameters.setMaximumWidth(200)
        self.maxLagLabel = QtWidgets.QLabel('Max Lag')
        self.maxLevelLabel = QtWidgets.QLabel('Max level')
        self.modelTestRatioLabel = QtWidgets.QLabel('Model-To-Test data ratio')

        self.maxLagEdit = QtWidgets.QLineEdit('7')
        self.maxLevelEdit = QtWidgets.QLineEdit('2')
        self.modelTestRatioEdit = QtWidgets.QLineEdit('0.8')
        self.maxLagEdit.setMaximumWidth(30)
        self.maxLevelEdit.setMaximumWidth(30)

        self.grid = QtWidgets.QGridLayout()
        self.grid.addWidget(self.maxLagLabel, 1, 0)
        self.grid.addWidget(self.maxLagEdit, 1, 1)
        self.grid.addWidget(self.maxLevelLabel, 2, 0)
        self.grid.addWidget(self.maxLevelEdit, 2, 1)
        self.grid.addWidget(self.modelTestRatioLabel, 3, 0)
        self.grid.addWidget(self.modelTestRatioEdit, 3, 1)
        self.grid.setAlignment(QtCore.Qt.AlignRight)
        self.Parameters.setLayout(self.grid)
        self.verticalLayout.addWidget(self.Parameters)


self.horizontalLayout.addLayout(self.verticalLayout)#####################################################

        self.verticalLayout2 = QtWidgets.QVBoxLayout() #central column of widgets

        self.horizontalButtonLayout = QtWidgets.QHBoxLayout() #buttons for modelling steps
        self.startNextButton = QtWidgets.QPushButton("Start")
        self.undoButton = QtWidgets.QPushButton("Undo")
        self.startNextButton.setMaximumWidth(150)
        self.undoButton.setMaximumWidth(150)

self.horizontalButtonLayout.addWidget(self.undoButton)

self.horizontalButtonLayout.addWidget(self.startNextButton)
        self.undoButton.setEnabled(False)
        self.startNextButton.setEnabled(False)

        self.fig = plt.figure() #plot area with toolbar
        self.canvas = FigureCanvas(self.fig)
        self.axes = self.fig.add_subplot(111)
        self.toolbar = NavigationToolbar(self.canvas, self)
        self.canvas.setObjectName("graphicsView")


self.verticalLayout2.addLayout(self.horizontalButtonLayout)
        self.verticalLayout2.addWidget(self.canvas)
        self.verticalLayout2.addWidget(self.toolbar)


self.horizontalLayout.addLayout(self.verticalLayout2)#####################################################

        self.verticalLayout3 = QtWidgets.QVBoxLayout() #right column of widdgets

self.verticalLayout3.setObjectName("verticalLayout_2")
        self.rightLabel = QtWidgets.QLabel("Outcome Model")
        self.rightLabel.setAlignment(QtCore.Qt.AlignCenter)
        self.verticalLayout3.addWidget(self.rightLabel)

        self.tableWidget3 = QtWidgets.QTableWidget(self.centralwidget) #calculated model parameters
        self.tableWidget3.setObjectName("tableWidget")
        self.tableWidget3.setColumnCount(3)
        self.tableWidget3.setRowCount(1)
        self.tableWidget3.horizontalScrollBar().hide()
        self.tableWidget3.horizontalHeader().hide()
        self.tableWidget3.verticalHeader().hide()

self.tableWidget3.horizontalScrollBar().setEnabled(True)
        self.tableWidget3.setItem(0, 0, QtWidgets.QTableWidgetItem("Term"))
        self.tableWidget3.setItem(0, 1, QtWidgets.QTableWidgetItem("Parameter"))
        self.tableWidget3.setItem(0, 2, QtWidgets.QTableWidgetItem("ERR"))

self.tableWidget3.horizontalHeader().setSectionResizeMode(QtWidgets.QHeaderView.Stretch)
        self.tableWidget3.resizeColumnsToContents()
        self.tableWidget3.setMaximumWidth(400)
        self.verticalLayout3.addWidget(self.tableWidget3)

        self.Statistics = QtWidgets.QGroupBox() #statistics about the model
        self.Statistics.setMaximumWidth(200)

        self.curreentSERRlabel = QtWidgets.QLabel('Current SERR')
        self.prevSERRvalue = QtWidgets.QLabel('0')
        self.curSERRlabel = QtWidgets.QLabel('Previous SERR')
        self.curSERRvalue = QtWidgets.QLabel('0')

        self.grid2 = QtWidgets.QGridLayout()
        self.grid2.addWidget(self.curreentSERRlabel, 1, 0)
        self.grid2.addWidget(self.prevSERRvalue, 1, 1)
        self.grid2.addWidget(self.curSERRlabel, 2, 0)
        self.grid2.addWidget(self.curSERRvalue, 2, 1)

        # self.grid2.setAlignment(QtCore.Qt.AlignRight)
        self.Statistics.setLayout(self.grid2)

        self.verticalLayout3.addWidget(self.Statistics)

        self.horizontalLayout.addLayout(self.verticalLayout3)

MainWindow.setCentralWidget(self.centralwidget)#set the layout##################################################

        self.statusbar = QtWidgets.QStatusBar(MainWindow) #status bar
        self.statusbar.setObjectName("statusbar")
        self.statusLabel = QtWidgets.QLabel("Ready.")
        self.statusbar.addWidget(self.statusLabel)


        self.menubar = QtWidgets.QMenuBar(MainWindow)#menu
#####################################################
        self.menubar.setObjectName("menubar")
        self.menuFile = QtWidgets.QMenu(self.menubar)
        self.menuFile.setObjectName("menuFile")

        self.menuStatistics = QtWidgets.QMenu(self.menubar)
        self.menuStatistics.setObjectName("menuStatistics")

        self.menuCorrelation = QtWidgets.QMenu(self.menubar)

self.menuCorrelation.setObjectName("menuCorrelation")

        self.actionCorrResRes = QtWidgets.QAction(MainWindow)
```

```
self.actionCorrResRes.setObjectName("actionCorrResRes")
        self.actionCorrSigSig                                   =
QtWidgets.QAction(MainWindow)

self.actionCorrSigSig.setObjectName("actionCorrSigSig")

        self.actionPlotResiduals                                =
QtWidgets.QAction(MainWindow)

self.actionPlotResiduals.setObjectName("actionPlotResidual
s")

        self.actionPlotPrediction                               =
QtWidgets.QAction(MainWindow)

self.actionPlotPrediction.setObjectName("actionPlotPredicti
on")

        self.actionPlotPredictionResiduals                      =
QtWidgets.QAction(MainWindow)

self.actionPlotPredictionResiduals.setObjectName("actionPl
otPredictionResiduals")

        self.actionPlotSERR                                     =
QtWidgets.QAction(MainWindow)

self.actionPlotSERR.setObjectName("actionPlotSERR")


self.menuCorrelation.addAction(self.actionCorrResRes)

self.menuCorrelation.addAction(self.actionCorrSigSig)
        self.menuStatistics.addMenu(self.menuCorrelation)

self.menuStatistics.addAction(self.actionPlotResiduals)

self.menuStatistics.addAction(self.actionPlotPrediction)

self.menuStatistics.addAction(self.actionPlotPredictionResi
duals)
        self.menuStatistics.addAction(self.actionPlotSERR)

        self.actionUpload = QtWidgets.QAction(MainWindow)
        self.actionUpload.setObjectName("actionUpload")
        self.actionUpload_input                                 =
QtWidgets.QAction(MainWindow)

self.actionUpload_input.setObjectName("actionUpload_inp
ut")
        self.actionClearInputs                                  =
QtWidgets.QAction(MainWindow)

self.actionClearInputs.setObjectName("actionClearInputs")

        self.actionSave = QtWidgets.QAction(MainWindow)
        self.actionSave.setObjectName("actionSave")

        self.menuChooseMode                                     =
QtWidgets.QMenu(self.menubar)

self.menuChooseMode.setObjectName("actionChooseMode
")

        self.actionOneStepMode                                  =
QtWidgets.QAction(MainWindow)

self.actionOneStepMode.setObjectName("actiononeStepMo
de")

        self.actionTwoStepMode                                  =
QtWidgets.QAction(MainWindow)

self.actionTwoStepMode.setObjectName("actionTwoStepM
ode")


self.menuChooseMode.addAction(self.actionOneStepMode)

self.menuChooseMode.addAction(self.actionTwoStepMode)

        self.menuFile.addAction(self.actionUpload)
        self.menuFile.addAction(self.actionUpload_input)
        self.menuFile.addAction(self.actionClearInputs)
        self.menuFile.addMenu(self.menuChooseMode)
        self.menuFile.addAction(self.actionSave)

        self.menubar.addAction(self.menuFile.menuAction())

self.menubar.addAction(self.menuStatistics.menuAction())

        MainWindow.setMenuBar(self.menubar)
        MainWindow.setStatusBar(self.statusbar)

        self.retranslateUi(MainWindow)#initialisation  of  the
gui

QtCore.QMetaObject.connectSlotsByName(MainWindow)

    def retranslateUi(self, MainWindow): #add labels to the
menu
        _translate = QtCore.QCoreApplication.translate

MainWindow.setWindowTitle(_translate("MainWindow",
"MainWindow"))
        self.menuFile.setTitle(_translate("MainWindow",
"File"))

self.menuChooseMode.setTitle(_translate("MainWindow",
"Choose mode"))

self.menuStatistics.setTitle(_translate("MainWindow",
"Statistics"))

self.menuCorrelation.setTitle(_translate("MainWindow",
"Cross-Correlation"))
        self.actionUpload.setText(_translate("MainWindow",
"Upload signal (y)"))

self.actionUpload_input.setText(_translate("MainWindow",
"Upload input (x)"))

self.actionClearInputs.setText(_translate("MainWindow",
"Clear inputs"))
        self.actionSave.setText(_translate("MainWindow",
"Save"))

self.actionCorrSigSig.setText(_translate("MainWindow",
"Correlation SigSig"))

self.actionCorrResRes.setText(_translate("MainWindow",
"Correlation ResRes"))

self.actionPlotResiduals.setText(_translate("MainWindow",
"Model residuals"))

self.actionOneStepMode.setText(_translate("MainWindow",
"One step mode"))

self.actionTwoStepMode.setText(_translate("MainWindow",
"Two step mode"))

self.actionPlotPrediction.setText(_translate("MainWindow",
"Model-based prediction"))

self.actionPlotPredictionResiduals.setText(_translate("Main
Window", "Model-based prediction residuals"))

self.actionPlotSERR.setText(_translate("MainWindow",
"Plot SERR"))
        self.actionTwoStepMode.setCheckable(True)
        self.actionTwoStepMode.setChecked(True)
        self.actionOneStepMode.setCheckable(True)
        self.actionOneStepMode.setChecked(False)

    def connectSignalsAndSlots(self):
        self.actionUpload.triggered.connect(self.loadY)
        self.actionUpload_input.triggered.connect(self.loadX)

self.actionClearInputs.triggered.connect(self.clearInputs)

self.maxLagEdit.textChanged.connect(self.optimizationPar
amtereChange)
```

```
self.maxLevelEdit.textChanged.connect(self.optimizationParamtereChange)

self.modelTestRatioEdit.textChanged.connect(self.optimizationParamtereChange)
        self.startNextButton.clicked.connect(self.startStep)
        self.undoButton.clicked.connect(self.undo)

self.actionSave.triggered.connect(self.saveModelAsCSV)

self.actionOneStepMode.triggered.connect(self.modeChangedToOne)

self.actionTwoStepMode.triggered.connect(self.modeChangedToTwo)

self.actionCorrResRes.triggered.connect(self.plotCorrResRes)

self.actionCorrSigSig.triggered.connect(self.plotCorrSigSig)

self.actionPlotResiduals.triggered.connect(self.plotResiduals)

self.actionPlotPrediction.triggered.connect(self.plotPrediction)

self.actionPlotPredictionResiduals.triggered.connect(self.plotPredictionResiduals)
        self.actionPlotSERR.triggered.connect(self.plotSERR)

    def loadY(self):
        try:
            dlg = QtWidgets.QFileDialog()  #file dialog
            data_filename, _ = dlg.getOpenFileName(self, "Open file", None, "Text files (*.txt *.csv)")
            with open(data_filename, 'r') as opened_file: #read csv as a single column
                _, self.yTitle = ntpath.split(opened_file.name) #remember title in order to show it
                self.tableWidget1.setItem(0, 1, QtWidgets.QTableWidgetItem(self.yTitle))
                read = csv.reader(opened_file)  # open csv
                temp = []
                for row in read:
                    temp.append(float(row[0]))
                self.mainSolver.insert_y(numpy.array(temp))

        except:
            pass

        self.refresh()
        self.statusLabel.setText("Signal (y) loaded successfully.")
        self.statusLabel.setStyleSheet('color: black')

    def loadX(self):
        try:
            dlg = QtWidgets.QFileDialog()
            data_filename, _ = dlg.getOpenFileName(self, "Open file", None, "Text files (*.txt *.csv)")
            with open(data_filename, 'r') as opened_file:
                _, title = ntpath.split(opened_file.name)
                read = csv.reader(opened_file)  # open csv
                temp = []
                for row in read:
                    temp.append(float(row[0]))
                if len(temp) > len(self.mainSolver.resources.y):
                    temp = temp[:len(self.mainSolver.resources.y)]

self.mainSolver.insert_x(numpy.array(temp))
                self.xTitles.append(title)
                self.showMessage("Warning", "Provided data was too long, it was adjustet to the length of the signal.")
            elif len(temp) < len(self.mainSolver.resources.y):
                self.showMessage("Warning", "Provided data is too short.")
            else:

self.mainSolver.insert_x(numpy.array(temp))
                self.xTitles.append(title)
                self.statusLabel.setText("Input (x) loaded successfully.")
                self.statusLabel.setStyleSheet('color: black')

        except:
            pass

        self.refresh()


    def optimizationParamtereChange(self):#when optimisation parameters changed, they are checked
        try:
            newMaxLag = int(self.maxLagEdit.text())
            self.statusLabel.setText("New Max Lag accepted.")
            self.statusLabel.setStyleSheet('color: black')
        except:
            newMaxLag = 1
            self.statusLabel.setText("Warning! Strange parameter, Max Lag changed to 1 instead!")
            self.statusLabel.setStyleSheet('color: red')
        try:
            newMaxLev = int(self.maxLevelEdit.text())
            self.statusLabel.setText("New Max Level accepted.")
            self.statusLabel.setStyleSheet('color: black')
        except:
            newMaxLev = 1
            self.statusLabel.setText("Warning! Strange parameter, Max Level changed to 1 instead!")
            self.statusLabel.setStyleSheet('color: red')
        try:
            newRatio = float(self.modelTestRatioEdit.text())
            if newRatio > 0.9:
                self.statusLabel.setText("Warning! Ratio cannot be higher than 0.9. Changed to the max value instead.")
                self.statusLabel.setStyleSheet('color: red')
                newRatio = 0.9
            else:
                if newRatio < 0.1:
                    self.statusLabel.setText(
                        "Warning! Ratio cannot be lower than 0.1. Changed to the max value instead.")
                    self.statusLabel.setStyleSheet('color: red')
                    newRatio = 0.1
                else:
                    self.statusLabel.setText("New Ratio accepted.")
                    self.statusLabel.setStyleSheet('color: black')
        except:
            newRatio = 0.8
            self.statusLabel.setText("Warning! Strange parameter, Ratio changed to 0.8 instead!")
            self.statusLabel.setStyleSheet('color: red')

        self.mainSolver.chagne_max_lag(newMaxLag)
        self.mainSolver.change_max_level(newMaxLev)
        self.mainSolver.modelTestDataRatio = newRatio


        self.refresh()

    def refresh(self): #main plotting function, shows/hides stuff accordingly

        self.tableWidget1.clear() #beginning always consists of writing tables
        self.tableWidget3.clear()
        self.axes.cla()

        self.tableWidget3.setItem(0, 0, QtWidgets.QTableWidgetItem("Term"))
        self.tableWidget3.setItem(0, 1, QtWidgets.QTableWidgetItem("Parameter"))
        self.tableWidget3.setItem(0, 2, QtWidgets.QTableWidgetItem("ERR"))
```

```
self.tableWidget3.setRowCount(self.mainSolver.currentStep + 1)
        for index in range(self.mainSolver.currentStep):
            self.tableWidget3.setItem(1 + index, 0,
QtWidgets.QTableWidgetItem(str(self.mainSolver.model.modelTermsNames[index])))
            self.tableWidget3.setItem(1 + index, 1,
QtWidgets.QTableWidgetItem(str(self.mainSolver.model.beta[index])))
            self.tableWidget3.setItem(1 + index, 2,
QtWidgets.QTableWidgetItem(str(self.mainSolver.model.ERR[index])))
        setItemsReadOnly(self.tableWidget3)#tabels are only to read

        self.tableWidget1.setRowCount(len(self.xTitles) + 2)
        self.tableWidget1.setItem(0, 0,
QtWidgets.QTableWidgetItem("Variable"))
        self.tableWidget1.setItem(0, 1,
QtWidgets.QTableWidgetItem("Source File"))
        self.tableWidget1.setItem(1, 0,
QtWidgets.QTableWidgetItem("y"))
        self.tableWidget1.setItem(1, 1,
QtWidgets.QTableWidgetItem(self.yTitle))
        for num, path in enumerate(self.xTitles):
            self.tableWidget1.setItem(2 + num, 0,
QtWidgets.QTableWidgetItem("x" + str(num)))
            self.tableWidget1.setItem(2 + num, 1,
QtWidgets.QTableWidgetItem(path))
        setItemsReadOnly(self.tableWidget1)#tabels are only to read

        self.axes.plot(self.mainSolver.resources.y.tolist(),
label='Signal') #plot stuff

self.axes.plot(self.mainSolver.model.simulatedY.tolist(),
label='Model')
        plt.legend(loc=1)
        self.canvas.draw()

        if not self.mainSolver.currentStep:  ##Step == 0,
most of the things are hidden
            self.actionUpload.setEnabled(True)
            self.actionCorrResRes.setEnabled(False)
            self.actionPlotResiduals.setEnabled(False)
            self.actionPlotPrediction.setEnabled(False)

self.actionPlotPredictionResiduals.setEnabled(False)
            self.actionPlotSERR.setEnabled(False)

            self.actionSave.setEnabled(False)
            self.menuChooseMode.setEnabled(True)

            self.startNextButton.setText('Start')
            self.prevSERRvalue.setText('0')
            self.curSERRvalue.setText('0')

            self.maxLagEdit.setEnabled(True)
            self.maxLevelEdit.setEnabled(True)
            self.modelTestRatioEdit.setEnabled(True)
            self.undoButton.setEnabled(False)

            if not (self.mainSolver.resources.y.size):  #step
== 0, but y data is loaded
                self.startNextButton.setEnabled(False)
                self.actionUpload_input.setEnabled(False)
                self.actionClearInputs.setEnabled(False)
                self.actionCorrSigSig.setEnabled(False)
            else:
                self.startNextButton.setEnabled(True)
                self.actionUpload_input.setEnabled(True)
                self.actionClearInputs.setEnabled(True)
                self.actionCorrSigSig.setEnabled(True)

        else: #step != 0, data must have been loaded before
            self.actionCorrSigSig.setEnabled(True)
            self.actionCorrResRes.setEnabled(True)
            self.actionPlotResiduals.setEnabled(True)
            self.actionUpload.setEnabled(False)
            self.actionUpload_input.setEnabled(False)
            self.actionClearInputs.setEnabled(False)
            self.actionSave.setEnabled(True)
            self.actionPlotPrediction.setEnabled(True)

self.actionPlotPredictionResiduals.setEnabled(True)
            self.actionPlotSERR.setEnabled(True)
            self.menuChooseMode.setEnabled(False)

            self.startNextButton.setText('Next')

self.prevSERRvalue.setText(str(sum(self.mainSolver.model.ERR)))

self.curSERRvalue.setText(str(sum(self.mainSolver.model.ERR[:-1])))

            self.maxLagEdit.setEnabled(False)
            self.maxLevelEdit.setEnabled(False)
            self.modelTestRatioEdit.setEnabled(False)
            self.undoButton.setEnabled(True)
            self.startNextButton.setEnabled(True)

    def startStep(self): #next step or start according to current state
        if not self.mainSolver.currentStep:
            if self.mode == 2:
                self.mainSolver.start2()
            else:
                self.mainSolver.start()
        else:
            if self.mode == 2:
                self.mainSolver.step2()
            else:
                self.mainSolver.step()

        self.statusLabel.setText("New model term appended successfully.")
        self.statusLabel.setStyleSheet('color: black')

        self.refresh()

    def undo(self):
        if self.mainSolver.currentStep:
            self.mainSolver.undo()
            self.statusLabel.setText("Last term deleted successfully.")
            self.statusLabel.setStyleSheet('color: black')
        self.refresh()

    def saveModelAsCSV(self):
        try:
            options = QtWidgets.QFileDialog.Options()
            options |= QtWidgets.QFileDialog.DontUseNativeDialog
            fileName, _ = QtWidgets.QFileDialog.getSaveFileName(self, "QFileDialog.getSaveFileName()", "",
                                                    "All Files (*);;Text Files (*.txt *.csv)",

options=options)

            with open(fileName, 'w') as f:
                writer = csv.writer(f)
                for row in range(self.tableWidget3.rowCount()):
                    rowdata = []
                    for column in range(self.tableWidget3.columnCount()):
                        item = self.tableWidget3.item(row, column)
                        if item is not None:
                            rowdata.append(str(item.text()))
                        else:
                            rowdata.append('')
                    writer.writerow(rowdata)
                for row in range(self.tableWidget1.rowCount()):
                    rowdata = []
                    for column in range(self.tableWidget3.columnCount()):
```

```
                item = self.tableWidget3.item(row, column)
                if item is not None:
                    rowdata.append(str(item.text()))
                else:
                    rowdata.append('')
            writer.writerow(rowdata)
        self.statusLabel.setText("Data saved successfully.")
        self.statusLabel.setStyleSheet('color: black')

    except:
        pass

def modeChangedToOne(self):
    self.actionTwoStepMode.setChecked(False)
    self.actionOneStepMode.setChecked(True)
    self.mode = 1
    self.statusLabel.setText("Method changed successfully.")
    self.statusLabel.setStyleSheet('color: black')

def modeChangedToTwo(self):
    self.actionTwoStepMode.setChecked(True)
    self.actionOneStepMode.setChecked(False)
    self.mode = 2
    self.statusLabel.setText("Method changed successfully.")
    self.statusLabel.setStyleSheet('color: black')

def showMessage(self, title, message):
    messageBox = QtWidgets.QMessageBox()

messageBox.setIcon(QtWidgets.QMessageBox.Information)
    messageBox.setWindowTitle(title)
    messageBox.setText(message)

messageBox.setStandardButtons(QtWidgets.QMessageBox.Ok)
    messageBox.exec_()

def clearInputs(self):
    self.mainSolver.resources.X = []
    self.xTitles = []
    self.refresh()
    self.statusLabel.setText("Inputs cleared successfully.")
    self.statusLabel.setStyleSheet('color: black')

def plotCorrResRes(self): #plot autocorrelation of residuals
    self.plotSignalInNewWindow("Cross correlation between residuals and themselves",

self.mainSolver.model.corrResRes)

def plotSERR(self):  # plot autocorrelation of residuals
    self.plotsWindows.append(
        PlotSERR("SERR", self.mainSolver.model.ERR, 0))
    self.plotsWindows[-1].show()

def plotCorrSigSig(self):
    self.plotSignalInNewWindow("Cross correlation between signal derivative and its square",

self.mainSolver.resources.corrSigSig)

def plotResiduals(self):

self.plotsWindows.append(PlotCorrelationWindow("Calculated model residuals", self.mainSolver.model.residuals))
    self.plotsWindows[-1].show()

def plotPrediction(self):
    simY = self.mainSolver.model.simulate(self.mainSolver.resources.fullX, len(self.mainSolver.resources.simData))
    testY = numpy.concatenate((self.mainSolver.resources.y, self.mainSolver.resources.simData), axis=0)
    self.plotsWindows.append(PlotSignalPredictionWindow("Signal prediction vs test data", testY, simY, len(self.mainSolver.resources.y)))
    self.plotsWindows[-1].show()

def plotPredictionResiduals(self):
    simY = self.mainSolver.model.simulate(self.mainSolver.resources.fullX, len(self.mainSolver.resources.simData))
    testY = numpy.concatenate((self.mainSolver.resources.y, self.mainSolver.resources.simData), axis=0)
    self.plotsWindows.append(
        PlotResiduals("Model prediction residuals", numpy.abs(numpy.subtract(simY, testY)),
                      len(self.mainSolver.resources.y)))
    self.plotsWindows[-1].show()

def plotSignalInNewWindow(self, title, sig):

self.plotsWindows.append(PlotCorrelationWindow(title, sig))
    self.plotsWindows[-1].show()


def setItemsReadOnly(QTableWidget):
    rows = QTableWidget.rowCount()
    columns = QTableWidget.columnCount()
    for i in range(rows):
        for j in range(columns):
            item = QTableWidget.item(i, j)
            item.setFlags(QtCore.Qt.ItemIsEnabled)
```

PlotSERR.py

```
from PyQt5 import QtWidgets
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.backends.backend_qt5agg import FigureCanvasQTAgg as FigureCanvas
from matplotlib.backends.backend_qt5agg import NavigationToolbar2QT as NavigationToolbar

class PlotSERR(QtWidgets.QWidget):
    def __init__(self, name, signal, pos):
        QtWidgets.QWidget.__init__(self)
        self.fig = plt.figure() #this windows is made of only a plot, its toolbar and a text on the top
        self.canvas = FigureCanvas(self.fig)
        self.axes = self.fig.add_subplot(111)
        self.toolbar = NavigationToolbar(self.canvas, self)
        self.initLayout(name, signal)

    def initLayout(self, name, signal):
        self.title = QtWidgets.QLabel(name)
        vbox = QtWidgets.QVBoxLayout()
        vbox.addWidget(self.title)
        vbox.addWidget(self.canvas)
        vbox.addWidget(self.toolbar)

        tmpToPlot = []

        for sample in range(len(signal)+1):
            tmpToPlot.append(sum(signal[0:sample]))
        self.axes.plot(tmpToPlot, 'ko', tmpToPlot, 'k')
        # self.axes.plot(tmpToPlot)
        plt.xlabel('Model term')
        plt.ylabel('SERR')
        self.canvas.draw()
        self.setLayout(vbox)
        self.show()
```

PlotSignalPredictionWindow.py

```
from PyQt5 import QtWidgets
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.backends.backend_qt5agg import FigureCanvasQTAgg as FigureCanvas
from matplotlib.backends.backend_qt5agg import NavigationToolbar2QT as NavigationToolbar

class PlotSignalPredictionWindow(QtWidgets.QWidget):
    def __init__(self, name, testData, simulatedData, pos):
        QtWidgets.QWidget.__init__(self)
```

```
        self.fig = plt.figure() #this windows is made of only a plot, its toolbar and a text on the top
        self.canvas = FigureCanvas(self.fig)
        self.axes = self.fig.add_subplot(111)
        self.toolbar = NavigationToolbar(self.canvas, self)
        self.initLayout(name, testData, simulatedData, pos)

    def initLayout(self, name, testData, simulatedData, pos):
        self.title = QtWidgets.QLabel(name)
        vbox = QtWidgets.QVBoxLayout()
        vbox.addWidget(self.title)
        vbox.addWidget(self.canvas)
        vbox.addWidget(self.toolbar)

        self.axes.plot(testData, label='Signal')
        self.axes.plot(simulatedData, label='Model prediction')
        if pos:#if a position is provided, a vertical line is ploted in order to distinguish model from the simulation
            plt.axvline(x=pos, linewidth=1, color='r', linestyle='--')
        plt.legend(loc=1)
        plt.xlabel('Sample number')
        plt.ylabel('Signal value')
        self.canvas.draw()
        self.setLayout(vbox)
        self.show()
```

PlotCorrelationWindow.py

```
from PyQt5 import QtWidgets
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.backends.backend_qt5agg import FigureCanvasQTAgg as FigureCanvas
from matplotlib.backends.backend_qt5agg import NavigationToolbar2QT as NavigationToolbar
from math import sqrt

class PlotCorrelationWindow(QtWidgets.QWidget):
    def __init__(self, name, signal):
        QtWidgets.QWidget.__init__(self)
        self.fig = plt.figure()#this windows is made of only a plot, its toolbar and a text on the top
        self.canvas = FigureCanvas(self.fig)
        self.axes = self.fig.add_subplot(111)
        self.toolbar = NavigationToolbar(self.canvas, self)
        self.initLayout(name, signal)

    def initLayout(self, name, signal):

        upperLimit = 1.96/sqrt(len(signal)) #there limits are considered as 95% certainty areas for the correlation to
                                            #not show non-linearities or poor modelling
        lowerLimit = -upperLimit

        self.title = QtWidgets.QLabel(name)
        vbox = QtWidgets.QVBoxLayout()
        vbox.addWidget(self.title)
        vbox.addWidget(self.canvas)
        vbox.addWidget(self.toolbar)

        middle = round(len(signal)/2) #middle of the signal, since correlation is calculated from zero to both sides

        x = list(range(-20, 20)) #the area of interest
        y = []
        for i in x:
            y.append(signal[middle+i+1])

        self.axes.plot(x, y, 'ko', x, y, 'k')
        plt.xlabel('Lags')
        plt.ylabel('Cross correlation')
        plt.axhline(y=upperLimit, linewidth=1, color='r', linestyle='--')
        plt.axhline(y=lowerLimit, linewidth=1, color='r', linestyle='--')
        self.canvas.draw()
        self.setLayout(vbox)
        self.show()
```

PlotResiduals.py

```
from PyQt5 import QtWidgets
import matplotlib.pyplot as plt
from matplotlib.backends.backend_qt5agg import FigureCanvasQTAgg as FigureCanvas
from matplotlib.backends.backend_qt5agg import NavigationToolbar2QT as NavigationToolbar

class PlotResiduals(QtWidgets.QWidget):
    def __init__(self, name, signal, pos):
        QtWidgets.QWidget.__init__(self)
        self.fig = plt.figure() #this windows is made of only a plot, its toolbar and a text on the top
        self.canvas = FigureCanvas(self.fig)
        self.axes = self.fig.add_subplot(111)
        self.toolbar = NavigationToolbar(self.canvas, self)
        self.initLayout(name, signal, pos)

    def initLayout(self, name, signal, pos):
        self.title = QtWidgets.QLabel(name)
        vbox = QtWidgets.QVBoxLayout()
        vbox.addWidget(self.title)
        vbox.addWidget(self.canvas)
        vbox.addWidget(self.toolbar)

        self.axes.plot(signal)
        if pos:#if a position is provided, a vertical line is ploted in order to distinguish model from the simulation
            plt.axvline(x=pos, linewidth=1, color='r', linestyle='--')
        plt.xlabel('Sample number')
        plt.ylabel('Residual value')
        self.canvas.draw()
        self.setLayout(vbox)
        self.show()
```

main.py

```
import design
from PyQt5 import QtWidgets
import sys

class NARMAX(QtWidgets.QMainWindow, design.NARMAX_MainWindow):
    def __init__(self, parent=None):
        super(NARMAX, self).__init__(parent)
        self.setupUi(self)

def main():
    app = QtWidgets.QApplication(sys.argv)  # A new instance of QApplication
    form = NARMAX()                 # We set the form to be our ExampleApp (design)
    form.setWindowTitle("NARMAX")
    form.show()                     # Show the form
    app.exec_()                     # and execute the app

if __name__ == '__main__':              # if we're running file directly and not importing it
    main()
```