

# De halfwaardetijden van Radon-220 en Kalium-40

18 oktober 2020

AUTEUR Tom Hijmans  
VAK Natuur- en sterrenkunde practicum 2  
STUDIE Natuur- & Sterrenkunde

## 1 Inleidend experiment: de halfwaardetijd van radon-220

Een van de belangrijkste kengetallen van een radioactieve stof is de halfwaardetijd  $\tau_{1/2}$ . Deze is gedefinieerd als de tijd die nodig is om de helft van de aanvankelijk aanwezige hoeveelheid van die stof (de radionuclide) door radioactief verval te laten verdwijnen. Dit is equivalent aan de bewering dat na een tijd  $\tau_{1/2}$  de hoeveelheid radioactieve straling die de stof produceert is gehalveerd. Als op tijdstip 0 een aantal kernen  $N_0$  van de nuclide aanwezig zijn, dan is het aantal kernen  $N(t)$  op tijdstip  $t$  gegeven door:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (1)$$

$\lambda$  heet de vervalconstante en geeft de kans aan per tijdseenheid dat een kern vervalst. Er is een verband tussen de halfwaardetijd en de vervalconstante.

### Suggesties en hints

Probeer een verband te vinden waarmee de halfwaardetijd wordt uitgedrukt in de vervalconstante  $\lambda$ .

In de geneeskundige diagnostiek wordt veel gebruikgemaakt van radionucliden met een relatief korte halfwaardetijd. Het evidente voordeel hiervan is dat de patient niet onnodig lang met radioactief materiaal in zijn lichaam hoeft te blijven rondlopen. Het evidente nadeel van zo'n kortlevende radionuclide is dat je die niet op voorraad kunt houden. Om dit laatste bezwaar weg te nemen wordt gebruikt gemaakt van een constructie die bekend is onder de naam 'melkkoe'. De 'koe' is een andere radionuclide die een langere halfwaardetijd heeft en die vervalst in een 'dochternuclide' die zelf ook weer radioactief is, maar met een korte halfwaardetijd. De bekendse moeder/dochter combinatie met therapeutische toepassing is de combinatie molybdeen-99 (halfwaardetijd 6 dagen) en technetium-99-m (halfwaardetijd 6 uur). De dochternuclide, het technetium, wordt chemisch gescheiden van de moedernuclide (het melken van de koe) en vervolgens ingespoten bij de patient.

In dit inleidende experiment maak je gebruik van een vergelijkbare melkkoe-constructie. De dochter kern is radon-220. en de moederkern is thorium-232. Dit thorium vervalst, via een aantal tussenstappen naar het radon.

### Suggesties en hints

Zoek het vervalsschema van thorium-232 op en kijk waar in deze vervalsreeks het radon-220 ontstaat, wat de halfwaardetijd van deze dochter is en wat voor straling deze produceert.

Het idee van de thorium/radon melkkoe is dat er een evenwicht heerst tussen de productie van het radon en het verval daarvan. De hoeveelheid radon is daarom constant. Als we vervolgens het radon kunnen isoleren kunnen we gebruikmaken van vgl. (1) om rechtstreeks de halfwaardetijd te meten (de productie is na de scheiding immers gestopt maar het verval gaat door). Dit isoleren kunnen we eenvoudig doen doordat het radon een (edel)gas is dat zich mengt met de aanwezige lucht die we eenvoudig door een buisje naar een andere plek te pompen. Op die nieuwe plek kunnen we het verval van het radon, in isolatie, direct waarnemen.

Tot slot nog een opmerking over de terminologie. De begrippen 'melken' en 'koe' worden ook door professionals gebruikt maar er is natuurlijk ook een wetenschappelijke term. Het scheiden van de dochter- van de moederisotoop via fysieke of chemische weg heet officieel 'elueren'.

## 1.1 Verkenningsexperiment, experiment en opdrachten

In een filmpje onder de naam 'Radon 220 Movie', te vinden op canvas, wordt het experiment gedemonstreerd en de opstelling uitgelegd. Bekijk dit filmpje. Het resultaat van het experiment is een lijst van het aantal met de Geigerteller getelde deeltjes in opeenvolgende tijdsintervallen van 4 s. Deze lijst begint met ongeveer 10 meetpunten voordat er in het flesje wordt geknepen. Direct na het knijpen schiet de telsnelheid omhoog en neemt dan gelijdelijk weer af. Zo'n meting duurt 600 s. De gehele meting wordt drie keer herhaald. Deze meetseries zijn te vinden in de worksheets 1 t/m 3 van het Origin-project radon220.opj te vinden op deze canvas site. In de worksheets book 1 t/m 3 vind je drie kolommen. De eerste is de tijd in seconden, de tweede het aantal counts per interval van 4 seconden en de derde de geschatte fout in dit aantal. Bij het berekenen van die fout is gebruik gemaakt van het feit dat voor aantallen van ongeveer vier of meer counts, de fout in dit aantal in goede benadering wordt gegeven door de wortel uit dit aantal counts.

Voor mensen die geen Origin gebruiken en die de analyse in b.v. Python willen uitvoeren zijn de drie meetseries ook als Excel file op canvas beschikbaar (radon220.xls).

### Opdracht

Bepaal met behulp van de gegevens in radon220.opj (of radon220.xls) de halfwaardetijd van radon-220 en de fout op die waarde. De 3 worksheets bevatten de gegevens van drie opeenvolgende metingen van ongeveer 10 minuten elk. Wellicht valt je op dat bij elke volgende meting de achtergrond iets lijkt toe te nemen. Heb je daar een verklaring voor? Hoe neem je die achtergrond mee bij je analyse? Wat gebruik je als achtergrondwaarde

bij je analyse? De achtergrond net voor, of die aan het eind van je meting? Of moet je met beide rekening houden?

Vergelijk je antwoorden voor de halfwaardetijd met literatuur. Valt het verschil met de literatuurwaarde ongeveer binnen je geschatte foutenmarge? Zo nee, kun je dan een plausibele verklaring geven voor het eventuele verschil?

## 2 Hoofdexperiment. Doel: bepaling van de halfwaardetijd van kalium-40

Kalium is een essentieel bestanddeel van onze voeding. Behalve in zouten wordt het aangetroffen in veel fruit en noten maar ook b.v. in chocolade. Natuurlijk kalium bestaat voornamelijk uit het stabiele kalium-39 maar bevat een kleine hoeveelheid van het radio-actieve kalium-40. Omdat kalium een onmisbare voedingsstof is, zonder kalium ga je dood, draagt het via het kalium-40 bij aan de inwendige stralingsbelasting van het lichaam. De halfwaardetijd van kalium-40 is extreem lang: langer dan de bestaansgeschiedenis van het leven op aarde. Het doel van van het hier gepresenteerde experiment is het bepalen van die zeer lange halfwaardetijd.

De meest voor de hand liggende methode voor het bepalen van de halfwaardetijd van een radio-actieve stof, het monitoren van de afname in de tijd van de uitgezonden straling zoals boven beschreven voor het geval van radon-220 is niet realistisch als de halfwaardetijd (veel) langer is dan de beschikbare meettijd. Het zal duidelijk zijn dat voor zeer lange waarden van  $\tau_{1/2}$  de methode waarbij gekeken hoe snel  $N(t)$  afneemt, ongeschikt is, je wacht bijna letterlijk tot je een ons weegt. Als de meettijd die je hebt veel korter is dan  $\tau_{1/2}$  zul je een andere methode moeten verzinnen om de halfwaardetijd te bepalen. In deze hier beschreven opdracht zullen je meetgegevens ter hand worden gesteld waaruit je die halfwaardetijd kunt berekenen voor kalium-40. Over de te volgen methodiek om de waarde van  $\tau_{1/2}$  te vinden moet je deels zelf nadenken en wellicht wat literatuur opzoeken. We verwachten dat je niet alleen een waarde voor  $\tau_{1/2}$  vindt voor kalium-40 maar ook een gemotiveerde foutenmarge voor deze waarde. Als tip om verder te komen noemen we hier het feit dat de afname van het aantal radioactieve kernen per tijdseenheid (in grootte gelijk aan het aantal vervalsreacties per seconde) is gegeven door de tijdsafgeleide van Vgl. (1):

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N_0 e^{-\lambda t} \approx -\lambda N_0. \quad (2)$$

De uitdrukking achter het  $\approx$  teken in deze formule geldt in goede benadering als de halfwaardetijd (en dus ook de karakteristieke tijd  $1/\lambda$ ) veel langer is dan de tijdsduur van je experiment.

### Suggesties en hints

Als in de rest van dit document waardes worden gegeven zonder specificatie van onzekerheden ga dan uit van het volgende: neem als foutenmarge plus of min 1 in het laatste gegeven cijfer. Voor aantallen getelde deeltjes geldt natuurlijk dat dit gewoon gehele getallen zijn.

## 2.1 Meten met de GM-buis

De straling in dit experiment wordt, net als bij het experiment met radon-220, gemeten met een Geiger-Müller (GM) telbuis. De werking van de GM-buis is kort beschreven in het filmpje over het radon-experimenten (Opstelling-radon-220.mp4). Voor het kalium-experiment is het van belang dat als een stralingsdeeltje het intreevenster van de GM-buis raakt dat er dan een kans  $\epsilon_i$  bestaat dat de buis een puls afgeeft die geteld kan worden als een geregistreerd deeltje. De kans  $\epsilon_i$  heet de intrinsieke efficiëntie van de GM-buis. Anders gezegd,  $\epsilon_i$  is de fractie van binnenkomende deeltjes die wordt geregistreerd. Een door de bron uitgezonden deeltje kan alleen worden geregistreerd als het toevallig in een zodanige richting is uitgezonden dat het het intreevenster van de GM-buis treft. Dit gebeurt met een kans  $\epsilon_g$ , de geometrische efficiëntie. De totale kans op een detectie is het product van deze twee efficiënties:  $\epsilon = \epsilon_g \epsilon_i$ . Het zal duidelijk zijn dat  $\epsilon_g$  van de geometrie van de opstelling afhangt (b.v. waar staat de bron ten opzichte van de buis en wat is de grootte en vorm van de bron?). De intrinsieke efficiëntie  $\epsilon_i$  hangt af van het soort straling ( $\alpha$ ,  $\beta$ , of  $\gamma$ ). Voor  $\gamma$ -straling is  $\epsilon_i$  klein, ongeveer 1 %, voor de andere twee stralingssoorten is  $\epsilon_i$  veel groter. De intrinsieke efficiëntie  $\epsilon_i$  van een GM-buis kan worden bepaald met behulp van een ijkbron van bekende sterkte geplaatst op een bekende afstand van de GM-buis, die dezelfde soort deeltjes uitzendt als de bron waaraan we willen meten.

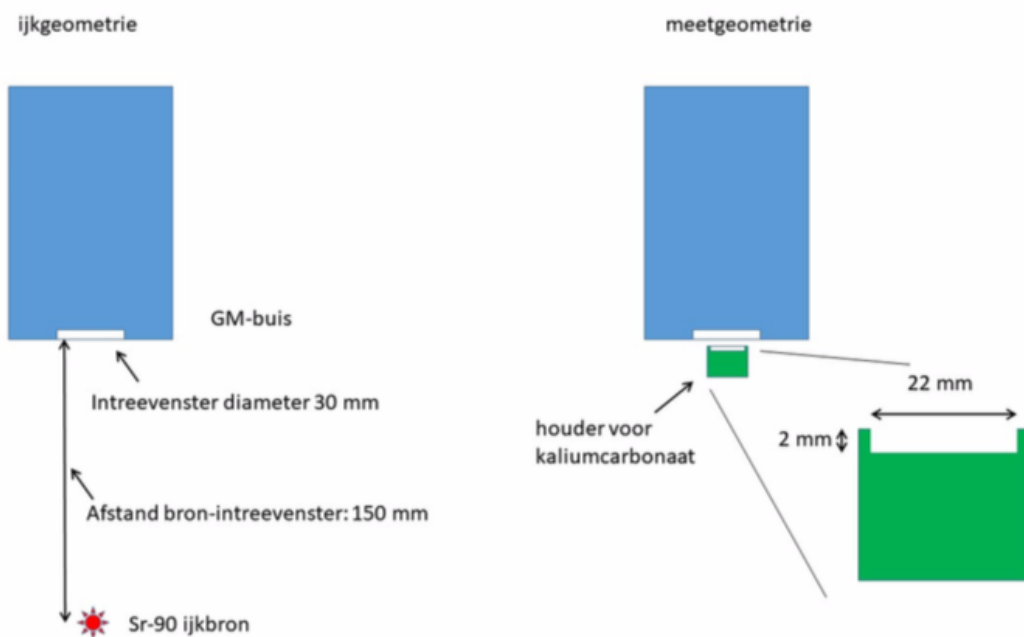
### Suggesties en hints

Wat voor deeltjes zendt het kalium-40 uit en hoeveel zijn dat er per vervalsreactie? Bekijk hiervoor het vervalsschema van deze kaliumisotoop.

Stel dat je voor de meetgeometrie de geometrische en de intrinsieke efficiëntie hebt bepaald. Probeer dan een formule op te stellen voor de halfwaardetijd waarin het aantal getelde deeltjes en eventueel nog andere relevante grootheden voorkomen.

## 2.2 Opzet van de meetopdracht

De opzet van dit 'virtuele experiment' is als volgt: In de volgende sectie worden metingen gepresenteerd met een ijkbron waaruit de intrinsieke efficiëntie  $\epsilon_i$  van een GM-buis kan worden



Figuur 1: De twee opstellingen met de GM-buis schematisch weergegeven. Links de ijkgeometrie, rechts de meetgeometrie. In de ijkopstelling is een  $^{90}\text{Sr}$ -bron op 150 mm van het intreevenster geplaatst. De diameter van het intreevenster is 30 mm. In de meetgeometrie is een bakje (groen) vlak onder het intreevenster van de GM-buis geplaatst. De uitsparing in dit bakje heeft een diameter van 22 mm en een diepte van 2 mm. In dit deel van het bakje worden verschillende hoeveelheden  $\text{K}_2\text{CO}_3$  gelegd. De afstand van de onderkant van de uitsparing in het bakje tot het intreevenster is 3 mm.

bepaald. Hierbij is het zinvol en noodzakelijk om je kennis van de statistische datanalyse in te zetten om de nauwkeurigheid van je resultaat te bepalen.

In de sectie daarna worden meting gepresenteerd aan verschillende monsters kaliumcarbonaat:  $K_2CO_3$ . We verwachten dat je met de gegeven data een waarde bepaalt voor de halfwaardetijd van kalium-40 met een gemotiveerde waarde voor de fout op die waarde.

### 2.3 De efficiëntie van een detector: ijking van 6 GM-buizen

In tabel 1 is een ijkmeting weergegeven voor zes GM-buizen die op dit practicum aanwezig zijn. De ijkbron is in dit geval een strontium-90 bron met een activiteit van 1400 Bq (1400 strontium-vervalreacties per seconde), geplaatst op 15.0 cm afstand van het intreevenster van de detector. De diameter van het intreevenster van elke GM-buis is 3.0 cm. De duur van zowel de ijkmeting als de achtergrondmeting bedroeg voor elk van de detectoren in de tabel 480 s. In het linkerdeel van Fig. 1 is de geometrie van de ijkopstelling weergegeven.

De ijkmeting uit tabel 1 is uitgevoerd met zes verschillende, in principe identieke, GM-buizen. De metingen aan het kalium beschreven in de volgende sectie zijn uitgevoerd met een zevende GM-buis van hetzelfde type die niet in de ijkmeting is opgenomen. Er zijn nu twee mogelijkheden:

1. De intrinsieke efficiëntie  $\epsilon_i$  is voor elke buis hetzelfde en de verschillen in de waardes in tabel 1 worden uitsluitend door onzekerheden in de telstatistiek veroorzaakt. Als dit waar is mag je ervan uitgaan dat dezelfde waarde voor  $\epsilon_i$  ook geldt voor de zevende GM-buis waarmee de kaliummetingen zijn gedaan.
2. De intrinsieke efficiëntie  $\epsilon_i$  is voor elke buis in tabel 1, en ook voor die van de buis die ingezet is voor de kaliummetingen, iets verschillend.

#### Opdracht

Ga na of de waardes gegeven in tabel 1 consistent zijn met mogelijkheid 1) dan wel met mogelijkheid 2). Beredeneer hoe je hieruit de beste schatting voor de waarde van  $\epsilon_i$  voor de GM-buis nummer 7 (die waarmee de metingen zijn gedaan) kunt bepalen. Bepaal ook de foutenmarge op je berekende waarde van  $\epsilon_i$ .

#### Suggesties en hints

De aantallen counts in tabel 1 zijn weergegeven zonder foutmarges. Die zijn er natuurlijk wel degelijk. De telstatistiek wordt bepaald door de z.g. Poissonverdeling. Voor de hier gegeven waardes geldt dat de fout in het gemeten aantal counts in zeer goede benadering

wordt gegeven door de wortel uit het aantal counts zelf.

Om te bepalen welke van de twee bovengenoemde aannames 1) of 2) juist is kun je je opgedane kennis van begrippen als standaarddeviatie, standaarddeviatie van het gemiddelde en je kennis van het doorwerken van fouten nuttig inzetten).

Tot slot van deze sectie over de ijking nog enkele opmerkingen: Je mag er bij al je experimenten met de GM-buis, van uitgaan dat  $\epsilon_i$  onafhankelijk is van de geometrische efficiëntie  $\epsilon_g$ . Tevens geldt in goede benadering dat  $\epsilon_i$  voor elektronen ( $\beta$ -straling) onafhankelijk is van de energie van dat elektron.

Verder nog een klein woord van waarschuwing: zowel bij je ijkbron als bij de bron die je wilt onderzoeken (b.v. kalium-40) kunnen er per vervalsreactie meerdere deeltjes worden geproduceerd. Bekijk dus de vervalschema's van je bronnen. De activiteit van de strontium-90 bron bedraagt 1400 Bq. Dit betekent dat het strontium in de ijkbron per seconde 1400 vervalsreacties ondergaat. Let op: de vervalsproducten van het strontium kunnen zelf ook radio-actief zijn.

Tabel 1: IJking van zes GM-buizen met behulp van een strontium-90 bron. In deze tabel is aangegeven hoeveel counts elke GM-buis heeft geregistreerd in 480 s als er op 15.0 cm van het intreevenster een strontium-90 ijkbron met een activiteit van 1400 Bq is geplaatst. Beschouw deze bron als puntvormig. Tevens is het aantal achtergrondcounts (dus zonder de Sr-bron) in 480 s aangegeven voor elke GM-buis. Alleen de laatste vier cijfers van het nummer van de GM-buis zijn weergegeven. De hoogspanning was in alle gevallen ingesteld op 530 V. Let op: de 1400 Bq is de activiteit van het strontium-90. Controleer of de vervalproducten van het strontium al dan niet zelf nog radio-actief zijn.

nummer GM	Aantal counts met strontium-bron	achtergrondcounts
1007	1399	187
1009	1455	159
1010	1421	212
1011	1580	154
1013	1418	177
1015	1589	183

## 2.4 Metingen aan kalium-40

In het rechterdeel van Fig.1 is de opstelling weergegeven die gebruikt is bij de meting van het aantal counts van verschillende hoeveelheden  $K_2CO_3$ . Het kaliumcarbonaat wordt, als fijn poeder, in laagjes van verschillende dikte in een bakje gedaan dat vervolgens vlak onder de



GM-buis wordt geplaatst. De GM-buis is van hetzelfde type als de buizen die bekeken zijn in de ijkmeting in tabel 1 maar deze buis is niet opgenomen in die ijkmeting. De GM-buis is voor deze metingen afgeschermd met extra loodblokken om de achtergrond verder te reduceren. Elke meting had (anders dan de ijkmetingen) een tijdsduur van 600 s. Er is gemeten aan zes verschillende hoeveelheden kaliumcarbonaat. Daarnaast is een achtergrondmeting uitgevoerd met een leeg bakje, eveneens met een tijdsduur van 600 s. In tabel 2 is het totaal aantal counts voor de verschillende hoeveelheden kaliumcarbonaat weergegeven. De netto massa van het zout is bepaald door het bakje met het zout te wegen met een Mettler-balans, waarna de massa van het lege bakje (7.595g) van deze bruto massa is afgetrokken. De weegnauwkeurigheid van de balans bedroeg 0.004 g. In het aantal counts in tabel 2 is nog niet gecorrigeerd voor de achtergrond met het lege bakje. Het aantal gemeten achtergrondcounts bedroeg 159 in 600 s.

### Opdracht

Bepaal de halfwaardetijd van K-40 met de metingen in tabel 2 in combinatie met de ijkgegevens in tabel 1.

### Suggesties en hints

De nauwkeurigheid in de aantallen counts in tabel 2 voldoet uiteraard aan dezelfde wortel- $N$  regel als die in de ijkmeting uit tabel 1.

### Suggesties en hints

Tot slot nog een opmerking. Je zou misschien verwachten dat het aantal gemeten deeltjes na correctie voor de achtergrond, evenredig is met de hoeveelheid zout in het bakje. Is dat echt zo? Sommige deeltjes kunnen na uitzending weer worden geabsorbeerd in de stof zelf. Dit effect heet zelfabsorptie. De grootte die hier relevant is is de zogeheten dracht (in het Engels: 'range') van de deeltjes. Deze dracht is, grofweg, de afstand die een uitgezonden deeltje kan afleggen binnen de stof. De dracht hangt af van de energie van de uitgezonden straling, het materiaal waar deze straling doorheen gaat, maar vooral ook van het soort straling. Als de dracht kleiner is dan, of vergelijkbaar met, de dikte van het monster kan de meting van het aantal getelde deeltjes een vertekend beeld opleveren. Hint: bedenk hoe de meting van de uitgezonden deeltjes van het kaliumzout beïnvloed zou kunnen worden door de dikte van de laag van het zout zelf en beredeneer hoe we wellicht met behulp van de meetgegevens kunnen corrigeren voor de eindige dracht, zelfs als we die dracht niet precies kennen.

Tabel 2: Aantal counts na 600 s meettijd voor verschillende hoeveelheden kaliumcarbonaat. De achtergrond (met een leeg bakje) is hier nog niet van afgetrokken. Deze achtergrond bedroeg, na eveneens 600 s meettijd, 159 counts. De massa van het kaliumcarbonaat is bepaald door weging van het gevulde bakje waarna de massa van het lege bakje hiervan is afgetrokken. De weegonzekerheid bedroeg zowel bij het volle als het lege bakje 0.004 g.

netto hoeveelheid $\text{K}_2\text{CO}_3$ (g)	Aantal counts in 600 s
0 (achtergrond)	159
0.171	433
0.274	514
0.378	651
0.632	792
1.045	893
1.353	939

## 2.5 In te leveren producten: uitwerking data-analyse in LaTeX

De resultaten van dit virtuele experiment werk je uit met  $\text{\LaTeX}$  en presenteer je in een pdf-bestand dat je inlevert (uploaden op canvas). We letten bij het beoordeling van dit dataanalyse-document niet te veel op taalgebruik maar je redeneertrant over hoe je van de hier gegeven ruwe data tot je eindconclusie komt en hoe je foutenanalyse in elkaar steekt moet te volgen zijn. Verwerk eventueel gebruikte (wiskundige) berekeningen, gebruikte formules, je aannames, je redenering en je (statistische) foutenanalyse in dit document.