

# Analysrapport voor de uitgangsimpedantie functiegenerator

20 november 2020

AUTEUR ...  
VAK Natuur- en sterrenkunde practicum 2  
STUDIE Natuur- & Sterrenkunde

## 1 Inleiding

In dit analyserapport wordt de bepaling van de uitgangsimpedantie van een functiegenerator gepresenteerd bepaald uit analyses waarbij de meetdata op verschillende manieren gerepresenteerd zijn. De meetdata bestond uit spanningen gemeten met een oscilloscoop over een belastingsweerstand aangesloten op de uitgang van een functiegenerator met een wisselspanning bij 1 kHz.

## 2 Meetdata

De meetdata, de belastingsweerstand (in  $\Omega$ ) en spanning (in V), zijn weergegeven in tabel 1. De onzekerheid in de spanning die gemeten wordt met behulp van de oscilloscoop is 0.0020 V. De onzekerheid in de weerstandwaarde is  $\delta R = 0.010 \cdot R + 0.025 \Omega$ .

**Tabel 1:** Meetdata voor de functiegenerator

$R (\Omega)$	$\delta R (\Omega)$	$U (V)$	$\delta U (V)$
10.000	0.125	0.1300	0.0020
30.000	0.325	0.2750	0.0020
50.000	0.525	0.3650	0.0020
70.000	0.725	0.4250	0.0020
90.000	0.925	0.4660	0.0020
110.000	1.125	0.5000	0.0020
130.000	1.325	0.5250	0.0020
150.000	1.525	0.5450	0.0020
170.000	1.725	0.5610	0.0020
190.000	1.925	0.5750	0.0020
210.000	2.125	0.5870	0.0020
230.000	2.325	0.5960	0.0020
250.000	2.525	0.6040	0.0020
270.000	2.725	0.6100	0.0020
290.000	2.925	0.6190	0.0020
310.000	3.125	0.6240	0.0020

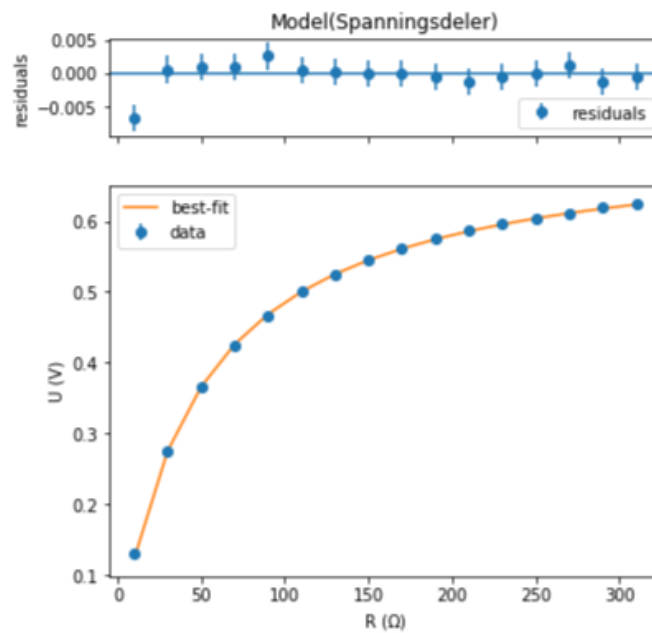
### 3 Bepaling van $R_u$ met de $U - R$ -karakteristiek

De spanning  $U_0$  die geleverd wordt door de functiegenerator wordt verdeeld over de interne weerstand  $R_u$  en de belastingsweerstand  $R$ . De spanning die over de belastingsweerstand  $R$  komt te staan is

$$U = \frac{R}{R_u + R} U_0. \quad (1)$$

Door de spanning  $U$  tegen  $R$  uit te zetten en dit verband te fitten aan vgl. (1) is de impedantie  $R_u$  van de functiegenerator bepaald. De fit wordt gegeven in figuur 1. Het fitresultaat wordt gegeven in figuur 2.

De fit aan de  $U - R$ -karakteristiek kent kleine residuen op het eerste punt na. Bij de laagste belastingsweerstand zien we een afwijking die verklaard kan worden omdat de contactweerstand niet meegenomen zijn en die significant bijdragen. Op de kwaliteit van de fit is dit punt niet van grote invloed. De gereduceerde  $\chi^2$  waarde is 1.07 en de p-waarde is 0.38.



**Figuur 1:** UR karakteristiek gefit aan vgl. (1).  $R_u = 48.50 \pm 0.45 \, \Omega$  en  $U_0 = 0.7211 \pm 0.0017 \, \text{V}$ .

## Model

Model(Spanningsdeler)

## Fit Statistics

fitting method	leastsq	
# function evals	22	
# data points	16	
# variables	2	
chi-square	14.9858350	p-waarde = 0.38
reduced chi-square	1.07041679	
Akaike info crit.	2.95226722	
Bayesian info crit.	4.49744466	

## Variables

name	value	standard error	relative error	initial value	min	max	vary
R_u	48.4909547	0.45170351	(0.93%)	1	-inf	inf	True
U_0	0.72106177	0.00170142	(0.24%)	1	-inf	inf	True

## Correlations (unreported correlations are < 0.100)

R_u	U_0	0.9062
-----	-----	--------

**Figuur 2:** Het fitresultaat voor de  $UR$ -karakteristiek

#### 4 Bepaling van $R_u$ door te linealiseren met $1/U$ tegen $1/R$

We kunnen lineariseren door vgl. (1) om te schrijven

$$\frac{1}{U} = \frac{R_u}{U_0} \frac{1}{R} + \frac{1}{U_0}. \quad (2)$$

De onzekerheden in  $\frac{1}{U}$  en  $\frac{1}{R}$  worden gegeven door

$$\begin{aligned} \delta \frac{1}{U} &= \frac{\delta U}{U^2} \\ \delta \frac{1}{R} &= \frac{\delta R}{R^2} \end{aligned} \quad (3)$$

We passen hiervoor de dataset aan (zie tabel 2).

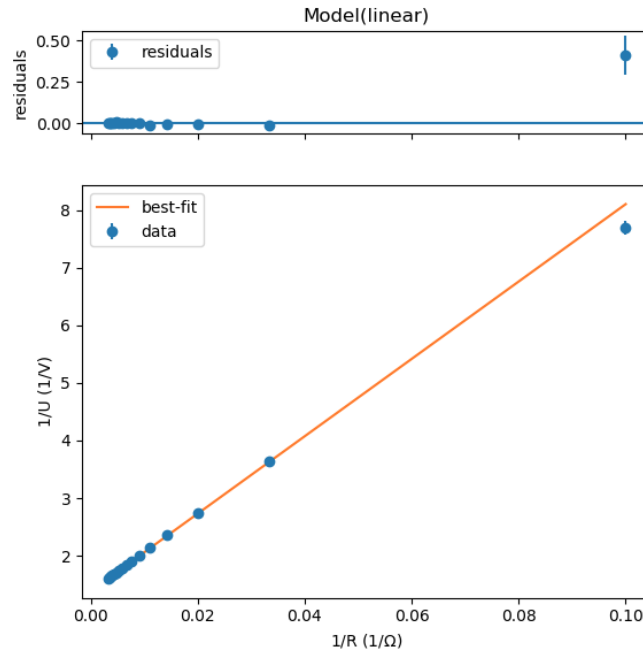
**Tabel 2:** Meetdata voor de functiegenerator

$1/R$ (1/ $\Omega$ )	$\delta 1/R$ (1/ $\Omega$ )	$1/U$ (1/V)	$\delta 1/U$ (1/V)
0.1000	$1.25 \cdot 10^{-3}$	7.6923	0.1183
0.0333	$3.61 \cdot 10^{-4}$	3.6364	0.0264
0.0200	$2.10 \cdot 10^{-4}$	2.7397	0.0150
0.0143	$1.48 \cdot 10^{-4}$	2.3529	0.0111
0.0111	$1.14 \cdot 10^{-4}$	2.1459	0.0092
0.0091	$9.30 \cdot 10^{-5}$	2.0000	0.0080
0.0077	$7.84 \cdot 10^{-5}$	1.9048	0.0073
0.0067	$6.78 \cdot 10^{-5}$	1.8349	0.0067
0.0059	$5.97 \cdot 10^{-5}$	1.7825	0.0064
0.0053	$5.33 \cdot 10^{-5}$	1.7391	0.0060
0.0048	$4.82 \cdot 10^{-5}$	1.7036	0.0058
0.0043	$4.40 \cdot 10^{-5}$	1.6779	0.0056
0.0040	$4.04 \cdot 10^{-5}$	1.6556	0.0055
0.0037	$3.74 \cdot 10^{-5}$	1.6393	0.0054
0.0034	$3.48 \cdot 10^{-5}$	1.6155	0.0052
0.0032	$3.25 \cdot 10^{-5}$	1.6026	0.0051

Door de spanning  $\frac{1}{U}$  tegen  $\frac{1}{R}$  uit te zetten en dit verband te fitten aan vgl. (2) is de impedantie  $R_u$  van de functiegenerator bepaald. De fit wordt gegeven in figuur 3. Het fitresultaat wordt gegeven in figuur 4.

De  $1/U - 1/R$ -karakteristiek zorgt er voor dat er relatief veel meetpunten bij lage  $1/R$ -waarden zijn en dat de laagste  $R$ -waarde te zien is als hoogste  $1/R$ -waarde. Daar zien we de fit ook het meest afwijken en dat punt zorgt er voor dat de helling van de fitlijn iets omlaag getrokken wordt. Dit is

duidelijk te zien aan de hand van de residuen. De gereduceerde  $\chi^2$  waarde is 1.16 en de p-waarde is 0.30.



**Figuur 3:**  $1/U - 1/R$  karakteristiek gefit aan vgl. (2).  $R_u = 46.25 \pm 0.66 \, \Omega$  en  $U_0 = 0.7128 \pm 0.0036 \, \text{V}$ .

### Model

Model(Spanningsdeler)

### Fit Statistics

fitting method	leastsq	
# function evals	16	
# data points	16	
# variables	2	
chi-square	16.1902449	
reduced chi-square	1.15644607	p-waarde = 0.30
Akaike info crit.	4.18912276	
Bayesian info crit.	5.73430021	

### Variables

name	value	standard error	relative error	initial value	min	max	vary
R_u	48.4052670	0.46454132	(0.96%)	1	-inf	inf	True
U_0	0.72080061	0.00175320	(0.24%)	1	-inf	inf	True

### Correlations (unreported correlations are < 0.100)

R_u	U_0	0.9045
-----	-----	--------

**Figuur 4:** Het fitresultaat voor de  $1/U - 1/R$ -karakteristiek

## 5 Bepaling van $R_u$ met de $U - I$ -karakteristiek

Als we uitgaan van een  $U - I$ -karakteristiek kunnen we het volgende verband gebruiken:

$$U = U_0 - R_u I. \quad (4)$$

De onzekerheid in  $I$  wordt gegeven door

$$\delta I = I \cdot \sqrt{\left(\frac{\delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\delta R}{R}\right)^2}. \quad (5)$$

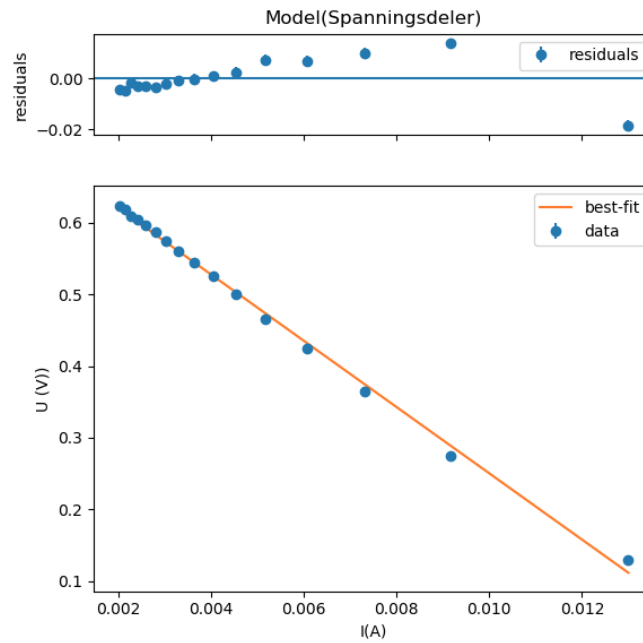
We passen hiervoor opnieuw de dataset aan (zie tabel 3).

**Tabel 3:** Meetdata voor de functiegenerator

$I$ (A)	$\delta I$ (A)	$U$ (V)	$\delta U$ (V)
0.0130	$2.58 \cdot 10^{-4}$	0.1300	0.0020
0.0092	$1.20 \cdot 10^{-4}$	0.2750	0.0020
0.0073	$8.65 \cdot 10^{-5}$	0.3650	0.0020
0.0061	$6.91 \cdot 10^{-5}$	0.4250	0.0020
0.0052	$5.77 \cdot 10^{-5}$	0.4660	0.0020
0.0045	$4.99 \cdot 10^{-5}$	0.5000	0.0020
0.0040	$4.39 \cdot 10^{-5}$	0.5250	0.0020
0.0036	$3.93 \cdot 10^{-5}$	0.5450	0.0020
0.0033	$3.55 \cdot 10^{-5}$	0.5610	0.0020
0.0030	$3.24 \cdot 10^{-5}$	0.5750	0.0020
0.0028	$2.98 \cdot 10^{-5}$	0.5870	0.0020
0.0026	$2.76 \cdot 10^{-5}$	0.5960	0.0020
0.0024	$2.57 \cdot 10^{-5}$	0.6040	0.0020
0.0023	$2.40 \cdot 10^{-5}$	0.6100	0.0020
0.0021	$2.26 \cdot 10^{-5}$	0.6190	0.0020
0.0020	$2.13 \cdot 10^{-5}$	0.6240	0.0020

Door de spanning  $U$  tegen  $I$  uit te zetten en dit verband te fitten aan vgl. (4) is de impedantie  $R_u$  van de functiegenerator bepaald. De fit wordt gegeven in figuur 5. Het fitresultaat wordt gegeven in figuur 6.

Bij de  $U - I$ -karakteristiek zien we dat de meetonzekerheden in zowel  $U$  als  $R$  van invloed zijn op de onzekerheid in  $I$ . De bepaling van  $R_u$  en  $U_0$  wijkt significant af van de twee eerdere bepalingen. De gereduceerde  $\chi^2$  is 14.7 waardoor de p-waarde verwaarloosbaar klein is.



**Figuur 5:** UI karakteristiek gefit aan vgl. (4).  $R_u = 46.25 \pm 0.66 \, \Omega$  en  $U_0 = 0.7128 \pm 0.0036 \, \text{V}$ .

## Model

Model(Spanningsdeler)

## Fit Statistics

fitting method	leastsq	
# function evals	7	
# data points	16	
# variables	2	
chi-square	206.708491	
reduced chi-square	14.7648922	p-waarde verwaarloosbaar klein
Akaike info crit.	44.9395332	
Bayesian info crit.	46.4847106	

## Variables

name	value	standard error	relative error	initial value	min	max	vary
R_u	46.2518985	0.65673323	(1.42%)	1	-inf	inf	True
U_0	0.71281646	0.00357560	(0.50%)	1	-inf	inf	True

## Correlations (unreported correlations are < 0.100)

R_u	U_0	0.8434
-----	-----	--------

**Figuur 6:** Het fitresultaat voor de  $U - I$ -karakteristiek



## 6 Bepaling van de $R_u$ met de $P - R$ -karakteristiek

$R_u$  kan ook bepaald worden aan de hand van een  $P_R$ -karakteristiek, waarvoor geldt

$$P = \frac{U_0^2 R}{(R + R_u)^2}. \quad (6)$$

De onzekerheid in  $P$  wordt gegeven door

$$\delta P = P \cdot \sqrt{2 \left( \frac{\delta U}{U} \right)^2 + \left( \frac{\delta R}{R} \right)^2}. \quad (7)$$

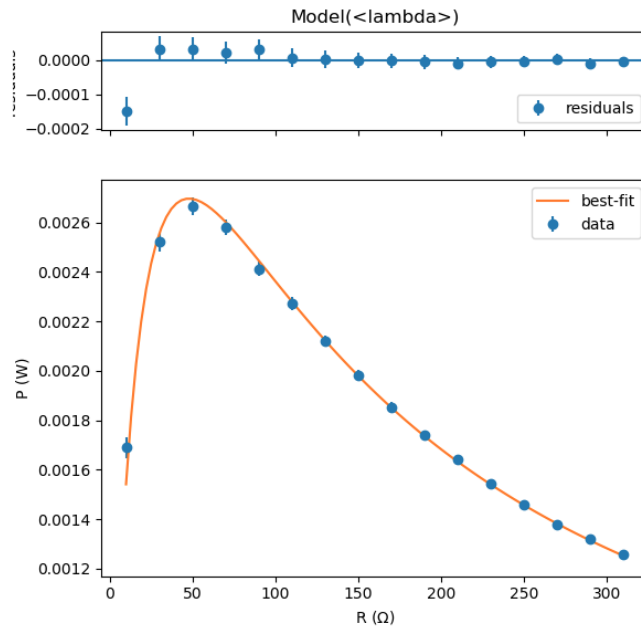
We passen hiervoor opnieuw de dataset aan (zie tabel 4).

**Tabel 4:** Meetdata voor de functiegenerator

$R$ ( $\Omega$ )	$\delta R$ ( $\Omega$ )	$P$ (W)	$\delta P$ (W)
10.000	0.125	0.00169	$4.24 \cdot 10^{-5}$
30.000	0.325	0.00252	$3.77 \cdot 10^{-5}$
50.000	0.525	0.00266	$3.48 \cdot 10^{-5}$
70.000	0.725	0.00258	$3.18 \cdot 10^{-5}$
90.000	0.925	0.00241	$2.88 \cdot 10^{-5}$
110.000	1.125	0.00227	$2.66 \cdot 10^{-5}$
130.000	1.325	0.00212	$2.44 \cdot 10^{-5}$
150.000	1.525	0.00198	$2.26 \cdot 10^{-5}$
170.000	1.725	0.00185	$2.10 \cdot 10^{-5}$
190.000	1.925	0.00174	$1.96 \cdot 10^{-5}$
210.000	2.125	0.00164	$1.84 \cdot 10^{-5}$
230.000	2.325	0.00154	$1.72 \cdot 10^{-5}$
250.000	2.525	0.00146	$1.62 \cdot 10^{-5}$
270.000	2.725	0.00138	$1.53 \cdot 10^{-5}$
290.000	2.925	0.00132	$1.46 \cdot 10^{-5}$
310.000	3.125	0.00126	$1.39 \cdot 10^{-5}$

Door de spanning  $P$  tegen  $R$  uit te zetten en dit verband te fitten aan vgl. (6) is de impedantie  $R_u$  van de functiegenerator bepaald. De fit wordt gegeven in figuur 8. Het fitresultaat wordt gegeven in figuur 8.

Bij de  $P - R$ -karakteristiek zien we dat er rondom het maximum vermogen er relatief weinig meetpunten zijn. Bovendien weten we dat het eerste meetpunt bij de laagste belastingsweerstand door verwaarlozing van de weerstand van de contactweerstand afwijkt. Daardoor is de bepaling van het maximale



**Figuur 7:** PR karakteristiek gefit aan vgl. (6).  $R_u = 47.92 \pm 0.57 \, \Omega$  en  $U_0 = 0.7190 \pm 0.0025 \, \text{V}$ .

## Model

Model()

## Fit Statistics

fitting method	leastsq	
# function evals	28	
# data points	16	
# variables	2	
chi-square	16.7582929	
reduced chi-square	1.19702092	p-waarde = 0.27
Akaike info crit.	4.74087219	
Bayesian info crit.	6.28604963	

## Variables

name	value	standard error	relative error	initial value	min	max	vary
R_u	47.9205247	0.57226166	(1.19%)	1	-inf	inf	True
U_0	0.71897012	0.00251632	(0.35%)	1	-inf	inf	True

## Correlations (unreported correlations are < 0.100)

R_u	U_0	0.8845
-----	-----	--------

**Figuur 8:** Het fitresultaat voor de  $PR$ -karakteristiek

vermogen en de bijbehorende weerstandswaarde  $R_u$  iets minder goed te bepalen. Dit zien we terug in de gereduceerde  $\chi^2$  waarde (1.20) en p-waarde (0.27).

## 7 Bepalingen $R_u$ en $U_0$ samengevat

In tabel 5 staan alle bepalingen samengevat.

**Tabel 5:** Bepalingen van  $R_u$  en  $U_0$  voor de functiegenerator

$U - R$	$R_u = 48.50 \pm 0.45 \, \Omega$ $U_0 = 0.7211 \pm 0.0017 \, \text{V}$	red. $\chi^2 = 1.07$ p-waarde = 0.38
$\frac{1}{U} - \frac{1}{R}$	$R_u = 48.40 \pm 0.46 \, \Omega$ $U_0 = 0.7208 \pm 0.0018 \, \text{V}$	red. $\chi^2 = 1.16$ p-waarde = 0.30
$U - I$	$R_u = 46.25 \pm 0.66 \, \Omega$ $U_0 = 0.8128 \pm 0.0036 \, \text{V}$	red. $\chi^2 = 14.7$ p-waarde $\ll$
$P - R$	$R_u = 47.92 \pm 0.57 \, \Omega$ $U_0 = 0.7190 \pm 0.0025 \, \text{V}$	red. $\chi^2 = 1.20$ p-waarde = 0.27

## 8 Discussie en conclusie

De uitkomsten van de bepalingen voor  $R_u$  en  $U_0$  aan de hand van de  $U - R$ -karakteristiek geven goede uitkomsten. De fit kent de laagste gereduceerde  $\chi^2$  waarde (1.07) en de hoogste p-waarde (0.38).

Bij de  $1/U - 1/R$ -karakteristiek zorgt de laagste  $R$ -waarde, nu te zien als hoogste  $1/R$ -waarde dat de helling van de fitlijn iets omlaag getrokken wordt. Dit resulteert in een iets hogere  $R_u$  bepaling en een gereduceerde  $\chi^2$  waarde (1.16) die iets hoger ligt en een iets lagere p-waarde (0.30) in vergelijking met het fitresultaat voor de  $U - R$  karakteristiek. Door lineariseren is de afwijking die bij de  $U - R$  karakteristiek ook zichtbaar is vergroot. En dat heeft een effect op de gereduceerde  $\chi^2$ . Ook deze fit geeft goede resultaten.

De  $U - I$ -karakteristiek heeft een gereduceerde  $\chi^2$  waarde die zo hoog is (14.7) dat de p-waarde verwaarloosbaar klein is en de fit direct verworpen kan worden. Deze representatie van data is niet geschikt voor de bepaling van  $R_u$  en  $U_0$ .

De  $P - R$ -karakteristiek zou een meer betrouwbare fit opleveren als er meer meetpunten beschikbaar zouden zijn bij lage belastingsweerstand. Nu is de gereduceerde  $\chi^2$  waarde 1.20 en p-waarde 0.27, iets lager dan voor de eerste twee representaties. Toch geeft deze p-waarde geen aanleiding tot het verwerpen van het model.

Op basis van bovenstaande kan geconcludeerd worden dat de eerste twee representaties het best gebruikt kunnen worden om  $R_u$  en  $U_0$  te bepalen.