## **ESQUEMA-RESUMEN CAPITULO 1**: INTRODUCCION

- **IMPORTA** EL ORDEN DE LOS ELEMENTOS EN LAS TUPLAS
  - - **VARIACIONES** (*Normalmente*: n>h)
    - - **Se repiten** elementos en las tuplas. ⇒ **VARIACIONES CON REPETICION:** $\boxed{VR_{n,h} = n^h}$
    - - **NO se repiten** elementos en las tuplas. ⇒ **VARIACIONES SIN REPETICION:** $\boxed{V_{n,h} = \frac{n!}{(n-h)!}}$
  - - **PERMUTACIONES** (*Normalmente*: n=h)
    - - **Se repiten** elementos en las tuplas. ⇒ **PERM. CON REPETICION:** $\boxed{PR_n^{\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_p} = \frac{n!}{\alpha_1!\cdot\alpha_2!\cdot\cdots\cdot\alpha_p!}}$
    - - **NO se repiten** elementos en las tuplas. ⇒ **PERM. SIN REPETICION:** $\boxed{P_n = n!}$

- **NO IMPORTA** EL ORDEN DE LOS ELEMENTOS EN LAS TUPLAS
  - - **COMBINACIONES**
    - - **Se repiten** elementos en las tuplas. ⇒ **COMBINACIONES CON REPETICION:** $\boxed{CR_{n,h} = \binom{n+h-1}{h}}$
    - - **NO se repiten** elementos en las tuplas. ⇒ **COMBINACIONES SIN REPETICION:** $\boxed{C_{n,h} = \binom{n}{h} = \frac{n!}{h!\cdot(n-h)!}}$

**Nota**: " *n* " es el nº de elementos distintos que pueden aparecer en una posición de la tupla y " *h* " el tamaño de la tupla.

**Esquema de la materia vista en las clases de teoría.*
***Cada punto de este esquema se ha desarrollado en las clases de teoría.*

# **ESQUEMA-RESUMEN CAPITULO 2**: SUCESOS ALEATORIOS

- EXPERIMENTOS Y SUCESOS
  - ESPACIO MUESTRAL (Ω)
  - SUCESO.
    - REPRESENTACION GRAFICA ⇒ DIAGRAMAS DE VENN
    - SUCESO SEGURO (Ω)
    - SUCESO IMPOSIBLE (Ø)
  - REGLA DE LAPLACE:

$$\boxed{PROBABILIDAD = \frac{CASOS\ FAVORABLES}{CASOS\ POSIBLES}}$$

- OPERACIONES CON SUCESOS:
  - UNION ($A \cup B$). PROPIEDADES.
  - INTERSECCION ($A \cap B$). PROPIEDADES.
  - SUCESO CONTRARIO ( $\overline{A}$ ).PROPIEDADES.
  - SUCESO DIFERENCIA ($A \setminus B$)

- SUCESOS INCOMPATIBLES ⇒ $A \cap B = \emptyset$; $P(A \cap B) = 0$
- LEYES DE DE MORGAN: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ ; $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$
- DESCOMPOSICION DE SUCESOS EN LA UNION DE SUCESOS INCOMPATIBLES
  **A** = (A \ B) ∪ (A ∩ B) y **A** ∪ **B** = (A \ B) ∪ (A ∩ B) ∪ (B \ A)
- DEFINICION DE PROBABILIDAD. PROPIEDADES.
  - PROBABILIDAD DE LA UNION DE SUCESOS: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

- PROBABILIDAD CONDICIONAL: $\boxed{P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$

- SUCESOS INDEPENDIENTES ⇒ $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- PROBABILIDAD TOTAL Y TEOREMA DE BAYES
  - SISTEMA COMPLETO DE SUCESOS O PARTICION DEL ESPACIO MUESTRAL
  - TEOREMA DE LA PROBABILIDAD TOTAL:

$$\boxed{P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B/A_i)}$$

  - TEOREMA DE BAYES:

$$\boxed{P(A_k/B) = \frac{P(A_k) \cdot P(B/A_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B/A_i)}}$$

**Esquema de la materia vista en las clases de teoría.*
***Cada punto de este esquema se ha desarrollado en las clases de teoría.*

## **ESQUEMA-RESUMEN CAPITULO 3**: VARIABLES ALEATORIAS

### VARIABLES ALEATORIAS UNIDIMENSIONALES: $X:\Omega \to \Re$

| **V.A. DISCRETAS** El espacio muestral Ω es discreto (finito o infinito numerable). | **V.A. CONTINUAS** El espacio muestral Ω NO es discreto. |
|---|---|
| **FUNCION DE CUANTIA**: $f(x)$ <br> $f:\Re \to \Re$; tal que $f(x)=P(X=x)$ | **FUNCION DE DENSIDAD**: $f(x)$ <br> $f(x)>0$; tal que $\mathrm{P}(x\in I)=\int_I f(x)dx$ |

DISTRIBUCION UNIFORME:

$$f(x)=\begin{cases} k; & x\in[a,b] \\ 0, & x\notin[a,b] \end{cases} \Rightarrow k=\frac{1}{b-a}$$

**FUNCION DE DISTRIBUCION:** $F:\Re \to \Re$; tal que $F(x)=P(X\le x)$

| CASO DISCRETO: | CASO CONTINUO: |
|---|---|
| $F(x)=\sum_{x_i\le x} f(x_i)$ | $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$ |

### VARIABLES ALEATORIAS BIDIMENSIONALES: $(X,Y):\Omega \to \Re\times\Re$

| **V.A. DISCRETAS** El espacio muestral Ω es discreto (finito o infinito numerable). | **V.A. CONTINUAS** El espacio muestral Ω NO es discreto. |
|---|---|
| **FUNCION DE CUANTIA CONJUNTA**: <br> $f(x,y)$; $f:\Re\times\Re \to \Re$; tal que <br> $\boxed{f(x,y)=P((X=x)\cap(Y=y))}$ | **FUNCION DE DENSIDAD CONJUNTA**: <br> $f(x,y)$; $f(x,y)>0$; tal que <br> $\boxed{\mathrm{P}((x,y)\in A)=\int\int_A f(x,y)dxdy}$ |

DISTRIBUCION UNIFORME:

$$f(x,y)=\begin{cases} k; & (x,y)\in \mathrm{A} \\ 0, & (x,y)\notin \mathrm{A} \end{cases} \Rightarrow k=\frac{1}{\acute{A}rea(\mathrm{A})}$$

**FUNCION DE DISTRIBUCION CONJUNTA:**

$F:\Re\times\Re \to \Re$; tal que $F(x,y)=P((X\le x)\cap(Y\le y))$

| CASO DISCRETO: | CASO CONTINUO: |
|---|---|
| $F(x,y)=\sum_{\substack{x_i\le x\\ y_j\le y}} f(x_i,y_j)$ | $F(x,y)=\int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(s,t)dsdt$ |

### DISTRIBUCIONES MARGINALES:

| CASO DISCRETO: | CASO CONTINUO: |
|---|---|
| $\boxed{f_1(x)=\sum_y f(x,y)}$ $\boxed{f_2(y)=\sum_x f(x,y)}$ | $\boxed{f_1(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy}$ $\boxed{f_2(y)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dx}$ |

### INDEPENDENCIA DE VARIABLES:

Dada (X,Y), X e Y son **INDEPENDIENTES** $\Leftrightarrow$ $\boxed{f(x,y)=f_1(x)\cdot f_2(y)}$; para todo x,y

### DISTRIBUCIONES CONDICIONALES:

CASO DISCRETO:
CASO CONTINUO:

$$g_1\left(x/_{Y=y}\right)=\frac{f(x,y)}{f_2(y)};\text{con } f_2(y)>0$$

$$g_2\left(y/_{X=x}\right)=\frac{f(x,y)}{f_1(x)};\text{con } f_1(x)>0$$

*Esquema de la materia vista en las clases de teoría.
**Cada punto de este esquema se ha desarrollado en las clases de teoría.

## ESQUEMA-RESUMEN CAPITULO 4: ESPERANZA Y MOMENTOS

### ESPERANZA DE UNA V.A.: Punto de equilibrio de la distribución.

**CASO DISCRETO:** $\boxed{E(x)=\sum_i x_i \cdot f(x_i)}$ **CASO CONTINUO:** $\boxed{E(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} x\cdot f(x)dx}$

**ESPERANZA DE UNA FUNCION DE UNA V.A.:** $h(x)$ [Para *h(x,y)* se hace de la misma forma]

CASO DISCRETO:
$$E(h(x))=\sum_i h(x_i)\cdot f(x_i)$$

CASO CONTINUO:
$$E(h(x))=\int_{-\infty}^{+\infty} h(x)\cdot f(x)dx$$

**PROPIEDADES DE LA ESPERANZA:**

- $E(ax+b)=aE(x)+b$
- $\{X_i\}_{i=1}^n$ V.A.$\Rightarrow E(X_1+X_2+\ldots+X_n)=E(X_1)+E(X_2)+\ldots+E(X_n)$
- $\{X_i\}_{i=1}^n$ V.A.**INDEPENDIENTES** $\Rightarrow E(X_1\cdot X_2\cdot\ldots\cdot X_n)=E(X_1)\cdot E(X_2)\cdot\ldots\cdot E(X_n)$

**ESPERANZA DE LA DISTRIBUCION UNIFORME:** $E(x)=\dfrac{a+b}{2}$

### VARIANZA DE UNA V.A.(Medida de dispersión): $\boxed{Var(x)=E(x^2)-E(x)^2}$

**PROPIEDADES DE LA VARIANZA:**

- $Var(ax+b)=a^2Var(x)$
- $\{X_i\}_{i=1}^n$ V.A. **INDEPENDIENTES:** $\begin{cases} - \ Var(X_1+X_2+\ldots+X_n)=Var(X_1)+Var(X_2)+\ldots+Var(X_n) \\ - \ Var\left(b+\sum_{i=1}^n a_iX_i\right)=\sum_{i=1}^n a_i^2\cdot Var(X_i)\end{cases}$

**VARIANZA DE LA DISTRIBUCION UNIFORME:** $Var(x)=\dfrac{(a-b)^2}{12}$

### MOMENTOS: Parámetros de la distribución.

**MOMENTO RESPECTO AL ORIGEN DE ORDEN k:** $\boxed{E(X^K)}$

**MOMENTO CENTRAL DE ORDEN k:** $\boxed{E((X-\mu)^K)}$

### FUNCION GENERATRIZ DE MOMENTOS:

$$\boxed{\psi(t)=E(e^{tX})}\Rightarrow \psi^{(k)}(0)=E(X^k)$$

### COVARIANZA DE (X,Y): Grado de dependencia de X e Y.

$$\boxed{Cov(X,Y)=E(X\cdot Y)-E(X)\cdot E(Y)}$$

**CORRELACION:** $\boxed{\rho(X,Y)=\dfrac{Cov(X,Y)}{\sigma_X\cdot\sigma_Y}}$ ∈ [-1,1]

### ESPERANZA CONDICIONAL:

CASO DISCRETO:
$$\boxed{E\left(X/_y\right)=\sum_x x\cdot g_1\left(x/_y\right)} \quad \boxed{E\left(Y/_x\right)=\sum_x y\cdot g_2\left(y/_x\right)}$$

CASO CONTINUO:
$$\boxed{E\left(X/_y\right)=\int_{-\infty}^{+\infty} x\cdot g_1\left(x/_y\right)dx} \quad \boxed{E\left(Y/_x\right)=\int_{-\infty}^{+\infty} y\cdot g_2\left(y/_x\right)dy}$$

**MEDIA MUESTRAL:** $\overline{X}_n=\dfrac{X_1+X_2+\ldots+X_n}{n}\Rightarrow E(\overline{X}_n)=\mu; Var(\overline{X}_n)=\dfrac{\sigma^2}{n}$

**Esquema de la materia vista en las clases de teoría.*
***Cada punto de este esquema se ha desarrollado en las clases de teoría.*

**Esquema de la materia vista en las clases de teoría.*
***Cada punto de este esquema se ha desarrollado en las clases de teoría.*

**ESQUEMA-RESUMEN CAPITULO 5**: DISTRIBUCIONES ESPECIALES

# DISTRIBUCIONES DISCRETAS

## DISTRIBUCION DE BERNOULLI

$A \Rightarrow \text{EXITO} \rightarrow P(A) = p$

$\overline{A} \Rightarrow \text{FRACASO} \rightarrow P(\overline{A}) = 1 - p = q$

$$X(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \in A \\ 0, & \omega \notin A \end{cases}$$

| **Función Cuantía** | | |
|---|---|---|
| ***x*** | 0 | 1 |
| ***f(x)*** | *q* | *p* |

**PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION:**

$\boxed{E(x) = \sum_x x \cdot f(x) = p}$ $\boxed{Var(x) = E(x^2) - E(x)^2 = p \cdot q}$ $\boxed{\psi(t) = E(e^{tX}) = p \cdot e^t + q; -\infty < t < +\infty}$

## DISTRIBUCION BINOMIAL: $X \sim B(n, p)$

- Función de Cuantía:

$$f(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot q^{n-x}, & x \in \{0,1,2,\ldots,n\} \\ 0, & resto \end{cases}$$

- Importante:

$$\left. \begin{array}{l} X \sim B(n, p) \\ Y \sim B(n, q) \end{array} \right\} \quad X + Y = n$$

**PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION:**

$\boxed{E(x) = n \cdot p}$ $\boxed{Var(x) = n \cdot p \cdot q}$ $\boxed{\psi(t) = (p \cdot e^t + q)^n ; -\infty < t < +\infty}$

**Teorema**:

$X_i \sim B(n_i, p)$ **INDEPENDIENTES** y $X = X_1 + X_2 + \ldots + X_k \Rightarrow \boxed{X \sim B(n_1 + n_2 + \ldots + n_k, p)}$

## DISTRIBUCION DE POISSON: $X \sim P(\lambda)$

- Función de Cuantía:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\lambda} \cdot \dfrac{\lambda^x}{x!}, & x \in \{0,1,2,\ldots\} \\ 0, & resto \end{cases}$$

**PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION:**

$\boxed{E(x) = \lambda}$ $\boxed{Var(x) = \lambda}$ $\boxed{\psi(t) = e^{\lambda(e^t - 1)}; -\infty < t < +\infty}$

**Teorema**:

$X_i \sim P(\lambda_i)$ **INDEPENDIENTES** y $X = X_1 + X_2 + \ldots + X_k \Rightarrow \boxed{X \sim P(\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_k)}$

**Aproximación de la Binomial por la Poisson:** $\boxed{B(n, p) \approx P(n \cdot p)}$

# DISTRIBUCIONES CONTINUAS

## DISTRIBUCION NORMAL: $X \sim N(\mu, \sigma)$

- Función de Densidad:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} ; -\infty < x < +\infty$$

- Importante:

Cuando $\mu$=0 y $\sigma$=1 $\Rightarrow$ **NORMAL TIPIFICADA**

(TABLAS)

**TIPIFICAR A** ***N(0,1)***: $\boxed{Y = \dfrac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)}$

**PARAMETROS DE LA DISTRIBUCION:**

$\boxed{E(x) = \mu}$ $\boxed{Var(x) = \sigma^2}$ $\boxed{\psi(t) = e^{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2} ; -\infty < t < +\infty}$

**Teorema**: $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$ **INDEPENDIENTES** y $X = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \ldots + a_k X_k + b \Rightarrow$

$\boxed{X \sim \text{Normal con } E(X) = a_1\mu_1 + a_1\mu_1 + \ldots + a_k\mu_k + b \text{ y } Var(X) = a_1^2\sigma_1^2 + a_2^2\sigma_2^2 + \ldots + a_k^2\sigma_k^2}$

*Esquema de la materia vista en las clases de teoría.
**Cada punto de este esquema se ha desarrollado en las clases de teoría.

**<u>Teorema Central del Límite</u>:** Aproximar mediante la Normal $\Rightarrow$ $\boxed{Y = \frac{X - E(X)}{+\sqrt{Var(X)}} \sim N(0,1)}$

**BINOMIAL**: $X \sim B(n,p) \Rightarrow \boxed{Y = \frac{X - n \cdot p}{+\sqrt{n \cdot p \cdot q}} \sim N(0,1)}$ **POISSON**: $X \sim P(\lambda) \Rightarrow \boxed{Y = \frac{X - \lambda}{+\sqrt{\lambda}} \sim N(0,1)}$

**Esquema de la materia vista en las clases de teoría.*
***Cada punto de este esquema se ha desarrollado en las clases de teoría.*