Número de conmutadores por etapa $\rightarrow$ $\boxed{a^{n-1-i} \cdot b^{i}}$

a = número entradas

b = número salidas

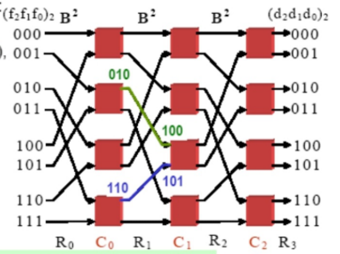
n = por ejemplo el número de etapas $\quad 16 \times 16 \rightarrow 2^4 \cdot 2^4 \rightarrow \boxed{n=4}$

Redes indirectas o dinámicas. Redes MIN – red Omega

El patrón de conexión C_i es una permutación k-baraje perfecto a excepción del último (R_n) que es permutación 0

Red $k^n x k^n$ ($8x8=2^3x2^3$):
- n etapas C_i (3),
- conmutadores kxk (2x2),
- k^{n-1} conm/etapa (2^2).

Subred R_i (i=0,…,n-1):
- *Baraje-k perfecto (baraje-2 perfecto).*



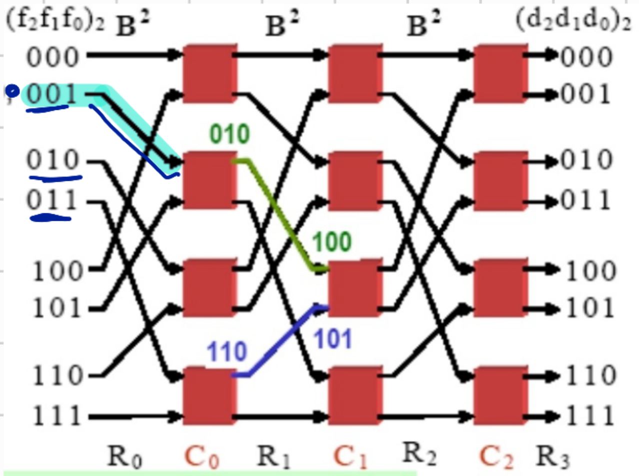
$B^k\,(\,(\,f_{n-1},f_{n-2},\ldots,f_1,f_0)_k\,) = (f_{n-2},\ldots,f_1,f_0,f_{n-1})_k$

$B^2\,(\,(f_2,f_1,f_0)_2\,) = (f_1,f_0,f_2)_2$

41

• Para Red Omega

Para realizar las conexiones deberemos al tener dibujados los conmutadores:



ej $\rightarrow$ Entrada 001 movemos el último número al principio $001 \rightarrow 010$

$B^k\,(\,(\,f_{n-1},f_{n-2},\ldots,f_1,f_0)_k\,) = (f_{n-2},\ldots,f_1,f_0,f_{n-1})_k$

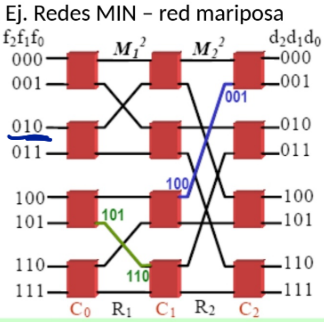
$B^2\,(\,(f_2,f_1,f_0)_2\,) = (f_1,f_0,f_2)_2$

• Para Red Mariposa

Redes indirectas o dinámicas. Ej. Redes MIN – red mariposa

– Red $k^n x k^n$ ($8x8=2^3x2^3$):
- n etapas C_i (3),
- conmutadores kxk (2x2),
- k^{n-1} conm/etapa (2^2).

– Subred R_i (i=0,…,n-1):
- *Mariposa M_i^k*



$M_i^k\,(\,(\,f_{n-1},f_{n-2},\ldots,f_{i+1},f_i,f_{i-1},\ldots,f_1,f_0)_k\,) = (f_{n-1},f_{n-2},\ldots,f_{i+1},f_0,f_{i-1},\ldots,f_1,f_i)_k$ $\quad$ i=0,…,n-1

$M_2^2\,(\,(f_2,f_1,f_0)_2\,) = (f_0,f_1,f_2)_2$

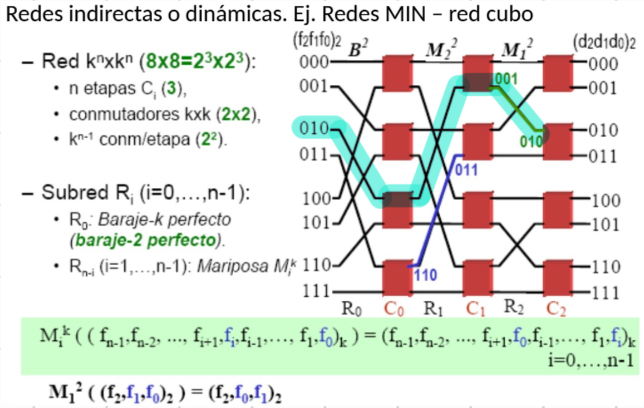
$M_i^k\,(\,(\,f_{n-1},f_{n-2},\ldots,f_{i+1},f_i,f_{i-1},\ldots,f_1,f_0)_k\,) = (f_{n-1},f_{n-2},\ldots,f_{i+1},f_0,f_{i-1},\ldots,f_1,f_i)_k$ $\quad$ i=0,…,n-1

$M_2^2\,(\,(f_2,f_1,f_0)_2\,) = (f_0,f_1,f_2)_2$

ej $\rightarrow$ Cambiamos de posición según el número de M_i donde nos encontramos

- Para M_1 entrada $\underset{2\,1\,0}{010} \rightarrow \underset{2\,0\,1}{001}$ hemos cambiado la posición 0 por la 1
- Para M_2 entrada $\underset{2\,1\,0}{001} \rightarrow 100$ hemos cambiado la posición 2 por la 0

Para la Red cubo



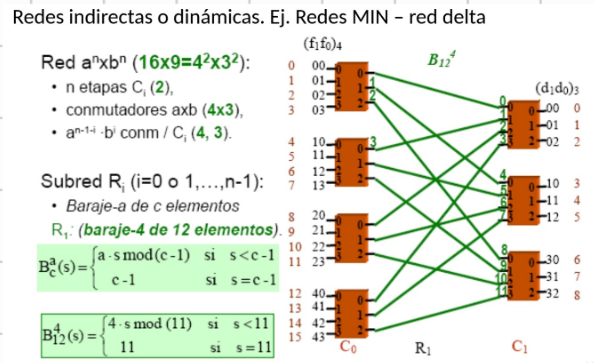
Para el cambio entre los bits de conexión en la primera etapa utilizaremos el método de la red omega y en el resto usaremos la mariposa inversa

Etapa 1 = B2 entrada 010 ⟶ 100

Etapa 2 = M2 entrada 100 ⟶ 001

Etapa 3 = M1 entrada 001 ⟶ $\boxed{010}$

Para la Red Delta



Para realizar el enlace lo único que deberemos hacer es conectar las salidas de los conmutadores con las entradas de los siguientes uno a uno de tal manera que no se repitan.

Formulas de técnicas de conmutación

D = Distancia entre nodos

tr = tiempo de enrutado ⟶ pasar a misma unidad

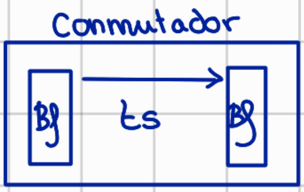
tw = tiempo de envío ⟶ $\boxed{tw = \frac{\text{cabecera paquete bits}}{\text{Velocidad enlace}}}$

⟶ puede ser dado en flits por lo que habrá que traducirlo

⟶ pasado a la misma unidad

ts = tiempo de envío entr buffers en un conmutador

L + W = total tamaño paquete: L = datos paquete, W = cabecera paquete



* Store and Forward

Estos corchetes son techo el redondeo se hace al alza ej: $\frac{L}{W} = 1{,}27$

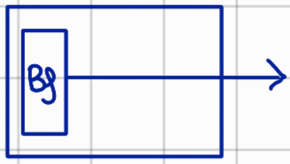
$\rightarrow \left\lceil \frac{L}{W} \right\rceil = 2$

$$t_{AR} = D \cdot \left[t_r + t_w \cdot \left(\left\lceil \frac{L}{W} \right\rceil + 1 \right) \right]$$

* Wormhole

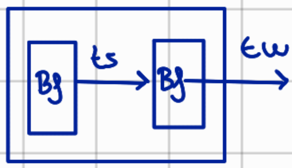
Buffer solo en entradas de conmutadores

$$t_v = D \cdot (t_r + t_w) + t_w \cdot \left\lceil \frac{L}{W} \right\rceil$$



Buffer en entradas y salidas

$$t_v = D \cdot (t_r + t_s + t_w) + \max(t_s, t_w) \cdot \left\lceil \frac{L}{W} \right\rceil$$



* Conmutación de circuitos

$$t_{cc} = \left[t_w + D \cdot (t_r + t_w) \right] + \left[D \cdot (t_w) + t_w \right] + \left[\frac{1}{B_{canal}} \cdot \left\lceil \frac{L}{W} \right\rceil \right]$$

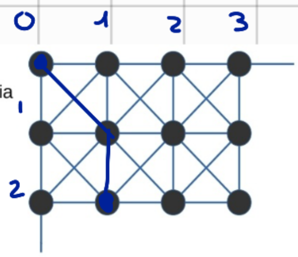
* Para las mallas 2D

Diametro de red = num nodos lado − 1   ej: 16x16 → Diámetro = $\boxed{16-1}$

Ejercicios

La red de comunicación de una máquina paralela es tipo malla 2D **16x16**.
Sobre ella se ejecuta una aplicación que envía mensajes entre los nodos a distancia **d** con la siguiente probabilidad:

D (distancia)	1	3	7
Prob	0.6	0.3	0.1



Responda a las siguientes cuestiones:
a) Diámetro de la red.
b) Distancia media de la aplicación.
c) Distancia mínima para comunicar el nodo (3,5) y elnodo (12,12)
d) El ancho de banda de bisección es 184 Gbit/s. Calcule el ancho de banda del canal.

a) Diametro de la red $16-1=15$

b) Distancia Media de la aplicación $= (1 \cdot 0{,}6) + (3 \cdot 0{,}3) + (7 \cdot 0{,}1) = \boxed{2{,}2}$

c) Calculamos la Distancia hasta el primer nodo que pertenezca a la columna Destino

Para sacar la nueva coordenada Destino para la llegada diagonal

$$\boxed{(y_0 - x_0) = j \longrightarrow \begin{array}{lll} \text{si} & j > 0 & x_0 - j \\ \text{si} & j < 0 & y_0 - j \end{array}}$$

$$(5-3) = 2 \rightarrow 2 > 0 \rightarrow (\overset{x_0}{12-2}, \overset{y_0}{12}) = (10, 12)$$

Sacamos la Distancia desde la coordenada en linea recta

$$|10-12| + |12-12| = \boxed{2}$$

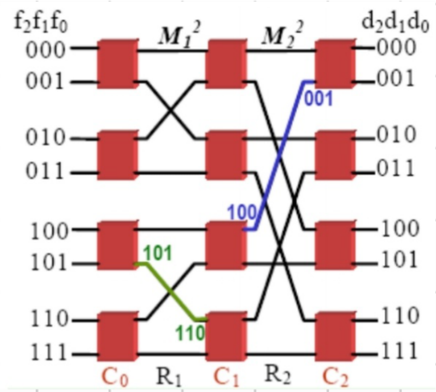
Distancia Diagonal desde origen a nodo de ida recta

$$|3-10| + |5-12| = 7 + 7 = 14 \longrightarrow \text{Al ser una diagonal dividimos entre 2} \quad \frac{14}{2} = \boxed{7}$$

Sumamos la distancia diagonal + la distancia recta $= 7+2 = \boxed{9}$

- Ejercicio

En una red mariposa **16x16** (N=16), el coste de los conmutadores 4x4 es 4 veces superior a los conmutadores de 2x2. Calcule el precio de cada implementación y quédese con el más barato.



Coste conmutadores $4 \times 4 = 4$

Coste conmutadores $2 \times 2 = 1$

número etapas

Para equivalencia → $16 \times 16 = 4^2 \times 4^2$

Número Conmutadores = K^{n-1} → $4^1 = 4$ conmutadores x etapa

Número conmutadores totales = tenemos 2 etapas → $4 \cdot 2 = 8$

coste

Coste = $8 \cdot 4 = 32$

Coste conmutadores $4 \times 4 = 4$

número etapas

Para equivalencia → $16 \times 16 = 2^4 \times 2^4$

Número Conmutadores = K^{n-1} → $2^3 = 8$ conmutadores x etapa

Número conmutadores totales = tenemos 4 etapas → $8 \cdot 4 = 32$

coste

Coste = $8 \cdot 1 = 32$

Coste conmutadores $2 \times 2 = 1$

* Una universidad ha adquirido un supercomputador formado por 32768 nodos conectados mediante una red malla abierta 3D cuyos enlaces tienen una velocidad de $\boxed{4\ \text{Gbit/s}}$ Para terminar de analizar el rendimiento del supercomputador se desea saber cuánto tardará un paquete formado $\boxed{24\ \text{bytes}}$ (incluyendo la cabecera) que se envía desde el nodo $\boxed{1015}$ al nodo $\boxed{22222}$.
El tiempo de enrutamiento son de 27 ns. Calcula los tiempos de envío tanto utilizando "Store and forwarding" como "Wormhole".
La cabecera del paquete esta formada por $\boxed{4\ \text{bytes}}$.

Paquete
- 20 bytes de datos (160 bits) → $L = 160$
- 4 bytes de cabecera (32 bits) → $W = 32$

Malla abierta 3D ; $N = 32768$; $t_r = 27\ \text{ns}$

Nodo origen = 1015

$$N = r^3 \longrightarrow r = \sqrt[3]{N} = \sqrt[3]{32768} \longrightarrow \boxed{r = 32}$$

1015 ÷ 32 = 31, resto 23 ; 31 ÷ 32 = 0, resto 31 ; 0

$1015 = (0, 31, 23)$

22222 ÷ 32 = 694, resto 14 ; 694 ÷ 32 = 21, resto 22 ; 21

$22222 = (21, 22, 14)$

$$D = |\text{Origen} - \text{Destino}| = |(0-21), (31-22), (23-14)| = (21, 9, 9) = 21 + 9 + 9 = \boxed{39}$$

$$t_w = \frac{32}{4 \times 10^9} = 8 \cdot 10^{-9} = 8\ \text{ns}$$

Store and Forward:

$$\boxed{T_{AR} = D \cdot \left(t_r + t_w \cdot \left(\frac{L}{W} + 1\right)\right)} = \overset{D}{39} \cdot \left(\overset{t_r}{27} + \overset{t_w}{8} \cdot \left(\frac{160}{32} + 1\right)\right) = 2925\ \text{ns}$$

Wormhole

$$\boxed{T_V = D \cdot (t_r + t_w) + t_w \cdot \frac{L}{W}} = 39 \cdot (27 + 8) + 8 \cdot \frac{160}{32} = 1405\ \text{ns}$$

9. Calcula el tiempo que tarda en transmitirse un paquete formado por 34 bytes (30 bytes de datos + 4 bytes de cabecera) en un toro 4D de 65536 nodos desde el nodo 215 hasta el nodo 5063. El tiempo de enrutamiento es 14 ms y el tiempo de transmisión entre nodos es de 300 bytes/s. Compara los tiempos que se obtienen utilizando una estrategia "Wormhole" frente a una estrategia "Store and Forward".

Datos:

- paquete 34 bytes: $30 \cdot 8 = 240 \text{ bits} = L$; $4 \cdot 8 = 32 \text{ bits} = W$
- Toro 4D $N = 65536$ $\boxed{t_r = 14 \text{ ms}}$

transmisión entre nodos = 300 bytes → 2400 bits

Nodo origen = $215 = (0, 0, 13, 7)$

Nodo destino = $5063 = (1, 3, 12, 7)$

$N = r^4 \rightarrow r = \sqrt[4]{N} = \sqrt[4]{65536} = \boxed{r = 16}$

- Al ser $N = r^4$ hacemos 3 Divisiones

$215 \div 16 = 13$, resto 7; $13 \div 16 = 0$, resto 13; $0 \div 16 = 0$, resto 0

$5063 \div 16 = 316$, resto 7; $316 \div 16 = 19$, resto 12; $19 \div 16 = 1$, resto 3

$$D = |\text{Origen} - \text{Destino}| = |(0-1), (0-3), (13-12), (7-7)| = (1, 3, 1, 0) = 1+3+1+0 = \boxed{5}$$

$$t_w = \frac{32 \text{ bits}}{2400 \text{ bits}} = \boxed{13{,}33 \text{ ms}}$$

Store and Forward:

$$TAR = D \cdot \left(t_r + t_w \cdot \left(\frac{L}{W} + 1\right)\right) = 5 \cdot \left(14 + 13{,}33 \cdot \left(\frac{240}{32} + 1\right)\right) = \boxed{636{,}53 \text{ ms}}$$

Wormhole:

$$T_V = D \cdot (t_r + t_w) + t_w \cdot \frac{L}{W} = 5 \cdot (14 + 13{,}33) + 13{,}33 \cdot \frac{240}{32} = \boxed{236{,}63 \text{ ms}}$$

Un multicomputador usa una red de comunicación con enlaces de **1Gbps** y la comunicación es tipo Almacenamiento y Reenvío (Store & Forward). Mandar un paquete de 32 bytes a un nodo a distancia D=6 tarda 1.56μs. ¿Cuántas veces más rápido sería dicha transmsión si la técnica de conmitación fuera VCT? Suponga tráfico 0, flits de 8 bits y cabecera 1 flit.
Ayuda: Los paquetes tienen, por tanto, 31 flits de datos y 1 flit de cabecera, es decir 256 bits/paquete

$$VCT = t_V = D\cdot(t_r + t_w) + t_w \cdot \left\lceil \frac{L}{W} \right\rceil$$

Store and F= S&F $t_{AR} = D\cdot\left[t_r + t_w\cdot\left(\left\lceil \frac{L}{W}\right\rceil + 1\right)\right]$ → 1,56 μs → 1560 ns

Datos:

31 flits de datos → $31 \cdot 8 = \boxed{248 \text{ bits} = L}$

1 flit de cabecera → $1 \cdot 8 = \boxed{8 \text{ bits} = W}$

1 Gigabit → $\frac{8}{1 \cdot 10^9} = 8 \cdot 10^{-9}\,s \to \boxed{8ns}\ t_w$

D: 6

$$1560 = 6 \cdot \left[t_r + 8\cdot\left(\left[\frac{248}{8} + 1\right]\right)\right] \to 1560 = 6\left[t_r + 256\right] \to 1560 = 6t_r + 1536$$

$$t_r = \frac{24}{6} = \boxed{4}$$

$$t_V = 6\cdot(4+8) + 8\cdot\left(\frac{248}{8}\right) = \boxed{320}$$

Veces más rápido = $\frac{1560}{320}$ = $\boxed{4,9 \text{ veces más rápido}}$ el VCT