

Cuantos numeros de 3 cifras se pueden formar con los digitos de un dado.

Variaciones con repetición

- Dado un conjunto de n elementos $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, una variación con repetición de orden h (siendo $h \geq 1$, pero puede ser $h > n$) es un subconjunto ordenado de h elementos de A que se pueden repetir.

$$VR_{n,h} = n^h$$

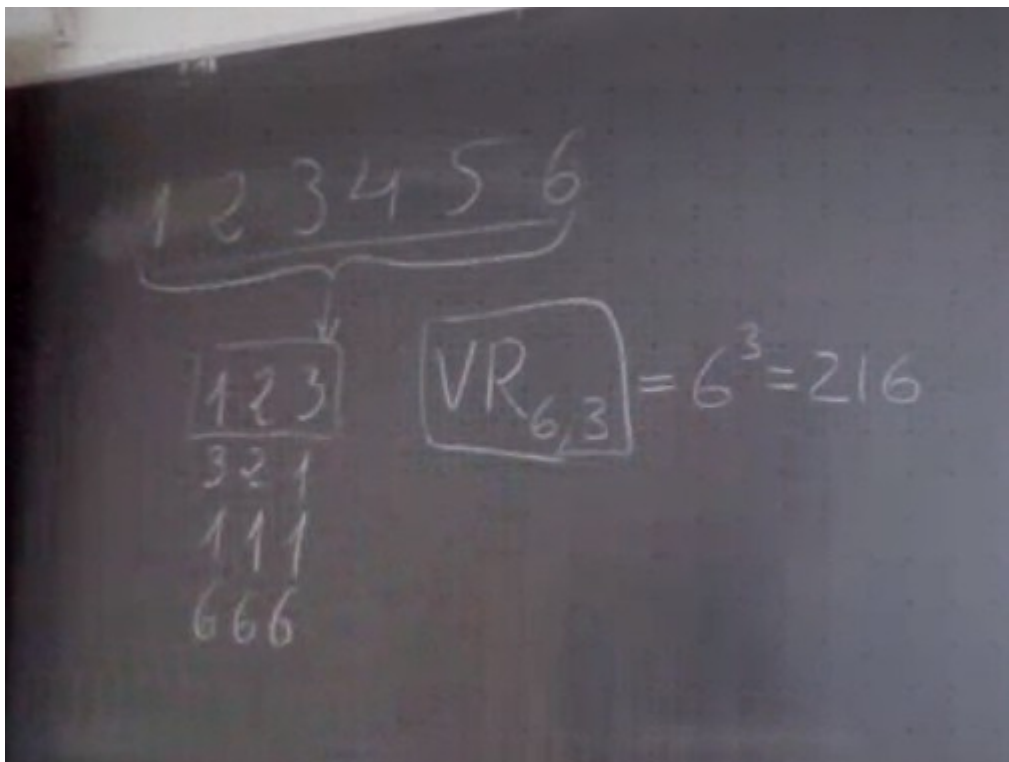
- Ej: $A = \{a, b, c, d\}$

16 variaciones con repetición de orden 2:

aa	ba	ca	da
ab	bb	cb	db
ac	bc	cc	dc
ad	bd	cd	dd

$$VR_{4,2} = 4^2 = 16$$

SOLUCION: $6^3 = 216$



De cuantas maneras se puede ordenar 7 amigos en una fila de 7 butacas.

Permutaciones

- Son variaciones ordinarias donde se toman todos los elementos del conjunto. Dos permutaciones son distintas solo por el orden de sus elementos.

$$P_n = n! = V_{n,n}$$

- Ej: $A = \{a, b, c\}$

6 permutaciones:

<i>abc</i>	<i>bac</i>	<i>cab</i>
<i>acb</i>	<i>bca</i>	<i>cba</i>

$$P_3 = 3! = 6$$

SOLUCIÓN: $n = 7 \rightarrow 7! = 5040$

Un científico dispone de 40 ratones en el animalaria ¿De cuantas maneras distintas se pueden escoger una muestra de 5 ratones para inyectarles una proteína?

Combinaciones

- Dado un conjunto de n elementos $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, una combinación ordinaria de orden h (siendo $1 \leq h \leq n$) es un subconjunto de h elementos de A sin importar el orden.

$$C_{n,h} = \binom{n}{h} = \frac{n!}{h! (n-h)!}$$

- Ej: $A = \{a, b, c, d\}$

6 combinaciones de orden 2:

<i>ab</i>	<i>ba</i>	<i>ca</i>	<i>da</i>
<i>ac</i>	<i>bc</i>	<i>cb</i>	<i>db</i>
<i>ad</i>	<i>bd</i>	<i>cd</i>	<i>dc</i>

$$C_{4,2} = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2! (4-2)!} = 6$$

SOLUCIÓN: $40! / 5! \cdot (40 - 5)! = 658008$

En una liga de futbol con 20 equipos, todos tienen que jugar con todos y en sus campos respectivos. Cuantos partidos se disputan en total?

Variaciones

- Dado un conjunto de n elementos $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, una variación ordinaria de orden h (siendo $1 \leq h \leq n$) es un subconjunto ordenado de h elementos de A .

$$V_{n,h} = \frac{n!}{(n-h)!}$$

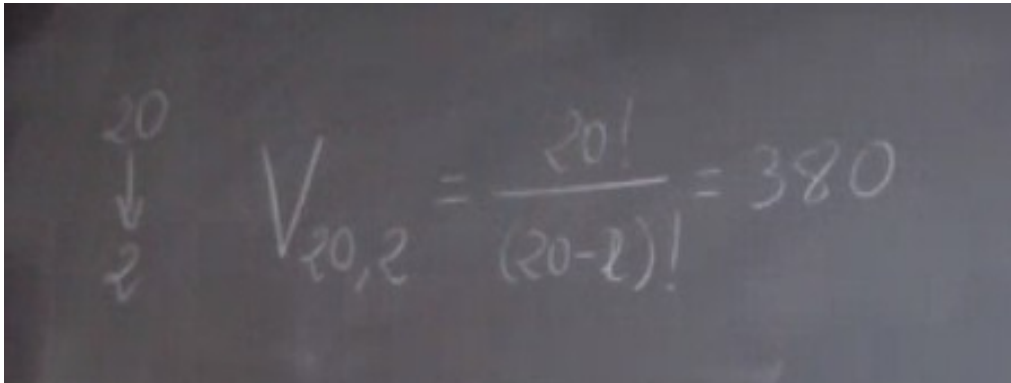
- Ej: $A = \{a, b, c, d\}$

12 variaciones de orden 2:

ab	ba	ca	da
ac	bc	cb	db
ad	bd	cd	dc

$$V_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!} = 12$$

SOLUCIÓN:



Handwritten solution on a chalkboard:

$$V_{20,2} = \frac{20!}{(20-2)!} = 380$$

On the left, there is a vertical arrow pointing from 20 down to 2.

Si solo disponemos de 3 letras diferentes A, B Y C, cuantas contraseñas distintas podríamos formar con 4 A, 3 B y 2 C.

Permutaciones con repetición

- Son variaciones con repetición donde se toman todos los elementos del conjunto con una determinada duplicidad que conocemos. En este caso, n es el número de elementos que tomamos incluyendo las repeticiones.

$$PR_n^{a,b,\dots,r} = \frac{n!}{a! b! \dots r!}$$

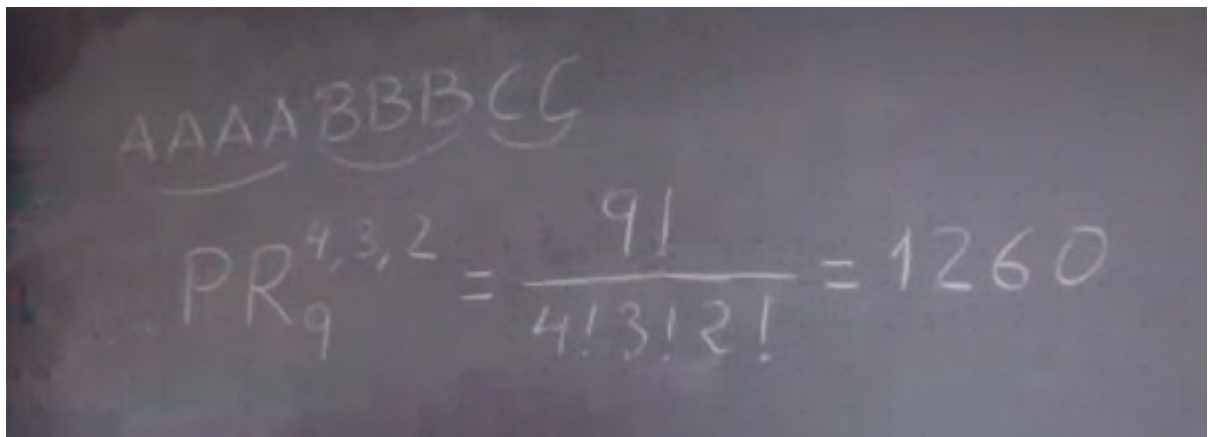
- Ej: $A = \{a, b, c\}$, en el que a se repite 2 veces, y b y c 1 vez.

12 permutaciones con repetición:

$aabc$	$abac$	$abca$	$baac$	$baca$	$bcaa$
$aacb$	$acab$	$acba$	$caab$	$caba$	$cbaa$

$$PR_4^{2,1,1} = \frac{4!}{2! 1! 1!} = 12$$

SOLUCION:



Handwritten solution for a permutation problem with 9 letters: 4 A's, 3 B's, and 2 C's. The formula shown is $PR_9^{4,3,2} = \frac{9!}{4! 3! 2!} = 1260$.

Una tienda dispone de botes de pintura de 1kg, de 5 colores distintos.

Para pintar una habitación se precisan 2 kg de pintura, por lo que se compran 2 botes (no necesariamente del mismo color).

De cuantos colores diferentes se podrian pintar la habitación (toda del mismo color)?

Combinaciones con repetición

- Dado un conjunto de n elementos $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, una combinación con repetición de orden h (siendo $1 \leq h$, pero puede ser $h > n$) es un subconjunto de h elementos de A sin importar el orden que se pueden repetir.

$$CR_{n,h} = \binom{n+h-1}{h}$$

- Ej: $A = \{a, b, c, d\}$ 10 combinaciones con repetición de orden 2:

aa	ba	ca	da
ab	bb	cb	db
ac	bc	cc	dc
ad	bd	cd	dd

$$CR_{4,2} = \binom{4+2-1}{2} = \binom{5}{2} = 10$$

SOLUCIÓN:

$$\binom{n}{h} = \frac{n!}{h!(n-h)!}$$

Da 15 bruh.