Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Estadística

Solución de a los problemas propuestos

Autor:
Eduardo Espuch Monerris

Curso 2020-2021

Resumen

Recopilación de los ejercicios resueltos de la asignatura Estadística

Índice

1. Sesión 1. Semana 21-27

1. **¿Cuántos vocablos distintos, tengan o no sentido, se pueden formar con las letras de la palabra PROBABILIDAD?**

   Se nos pide dado un conjunto **L**={P,R,O,B,A,B,I,L,I,D,A,D} y se pretende obtener todos los subconjuntos posibles formados con los elementos de **L**.

   Diremos que n es la cantidad total de elementos en L ($n = 12$) y h la cantidad de elementos en los subconjuntos, idéntica al conjunto original ($n = h = 12$). Podemos entonces concluir que debemos de obtener **permutaciones**. Ademas, algunos elementos se repiten, de tal manera que tendríamos: $p = 1$, $r = 1$, $o = 1$, $b = 2$, $a = 2$, $i = 2$, $l = 1$, $d = 2$.

   $$PR_{12}^{1,1,1,2,2,2,1,2} = \frac{12!}{1!1!1!2!2!2!1!2!} = \frac{479{,}001{,}600}{16} = 29{,}937{,}600$$

2. **Se tienen 15 bolas diferentes y dos urnas. ¿De cuántas maneras se pueden colocar 9 bolas en una de las urnas y 6 en la otra?**

   Si tenemos 15 bolas diferentes, podemos asumir que el conjunto tiene $n = 15$ y se nos pide todas las formas de dividirlas en dos urnas de tal manera que en una hayan 9 y en la otra hayan 6.

   Con esto, debemos de tener en cuenta que se hacen subconjuntos de 9 o 6 elementos y donde no tendremos que preocuparnos del orden, solo de tener diversas agrupaciones. Trataremos con combinaciones sin repeticiones.

   $$C_{15,9} = \begin{pmatrix} 15 \\ 9 \end{pmatrix} = \frac{15!}{9!(15-9)!} = \frac{1{,}307{,}674{,}368{,}000}{362{,}880 \cdot 720} = 5{,}005$$

   Nota: Da igual si se calcula $C_{15,9}$ o $C_{15,6}$ porque son recíprocos, teniendo en cuenta

3. **¿De cuántas maneras diferentes pueden sentarse en una fila 6 hombres y 5 mujeres, de modo que las mujeres ocupen los lugares pares?**

   La idea de este puede ser un poco compleja a primera vista, pero si tenemos que en la fila, los hombres ocupan las posiciones impares y las mujeres las pares, podemos dividir el problema en 2, tratando de obtener las distintas formas de agrupar los hombres y las mujeres por separado y combinarlo.

   Teniendo un conjunto de 6 hombres que deben de reorganizarse de todas las formas posibles, hablaremos de permutaciones donde $P_6 = 6! = 720$.

   Con el conjunto de 5 mujeres, por la misma razón, hablaremos de permutaciones donde $P_5 = 5! = 120$.

   Sabiendo esto, combinamos ambas soluciones tal que, la solución sería

   $$P_6 \cdot P_5 = 720 \cdot 120 = 86{,}400$$

   Nota: para comprender porque al multiplicarlo se obtendría la solución, considerar un conjunto mas pequeño, por ejemplo, 3 números y 2 letras (números en impares, letras en pares). Sabemos que las permutaciones seria $P_3 = 6$ y $P_2 = 2$, de tal forma que tendríamos un total de 12.

123	231	312	x	ab	=	1a2b3	2a3b1	3a1b2	3a2b1	2a1b3	1a3b2
321	213	132		ba		1b2a3	2b3a1	3b1a2	3b2a1	2b1a3	1b3a2

4. **¿De cuantas formas posibles pueden cumplir años los 30 alumnos de un aula? ¿Y de cuántas para que nunca coincidan 2?** De 365 días, debemos de tomar 30, considerando que se pueden repetir (no importa el orden en un principio de quien cumple años antes). Se tendría

$$CR_{365,30} = \left(\ 365 + 30 - 130 \ \right) = \frac{394!}{30!364!}$$

Al considerar que no se pueden repetir dos fechas, entonces se tendría

$$C_{365,30} = \left(\ 36530 \ \right) = \frac{365!}{30!335!}$$

5. **Se extraen sin devolución 4 cartas de una baraja española. ¿De cuántas maneras se puede conseguir que haya al menos 3 espadas?**

   Considerando una baraja de 40 cartas con 4 palos. Dividiremos el problema en cuando salen 3 espadas y cuando salen 4. Para ambos casos, considerar que sacaremos de las 40, 4 cartas sin importar el orden.

   Para cuando salen 3 espadas, tendremos que de las 10 cartas de un palo, tomaríamos 3 y de las 30 cartas restantes, tomaríamos 1. Tendríamos $C_{10,3} \cdot C_{30,1} = 3{,}600$

   Para cuando salen 4 espadas, tendríamos que de las 10 cartas de un palo tomamos 4. Tendríamos $C_{10,4} = 210$

   Sumando los dos casos, tendríamos un total de 3,810 maneras para conseguir al menos 3 espadas.

2. Sesión 2. Semana 28-4

1. **Sean A, B y C tres sucesos cualesquiera. Formar los siguientes sucesos:**

   a) **Se realizan A y B pero no C**

   $$A \cap B \cap \overline{C}$$

   b) **Se realiza al menos uno de los tres**

   $$A \cup B \cup C$$

   c) **Se realiza al menos dos**

   $$(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$$

   d) **No se realiza ninguno de los tres**

   $$\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$$

   e) **Se realiza uno solo de los tres**

   $$(A \setminus \overline{B} \setminus \overline{C}) \cup (B \setminus \overline{A} \setminus \overline{C}) \cup (C \setminus \overline{A} \setminus \overline{B})$$

2. **En una universidad los estudiantes pueden practicar 3 tipos de deporte: fútbol, tenis o baloncesto. Mediante una encuesta se estima que el 30 % practica fútbol, el 20 % practica tenis, el 15 % practica baloncesto, el 10 % practica fútbol y tenis, el 6 % practica fútbol y baloncesto, el 5 % practica tenis y baloncesto, y el 3 % practica los tres deportes.**

F :={Jugar futbol}	P(F)=0.3
T :={Jugar tenis}	P(T)=0.2
B :={Jugar futbol}	P(B)=0.15
$A_1 = F \cap T$:={Jugar futbol y Jugar tenis}	P(A_1)=0.1
$A_2 = F \cap B$:={Jugar futbol y Jugar baloncesto}	P(A_2)=0.06
$A_3 = T \cap B$:={Jugar tenis y Jugar baloncesto}	P(A_3)=0.05
$A_4 = F \cap T \cap B$:={Jugar futbol y Jugar tenis y Jugar baloncesto}	P(A_4)=0.03

Juegan 2 deportes

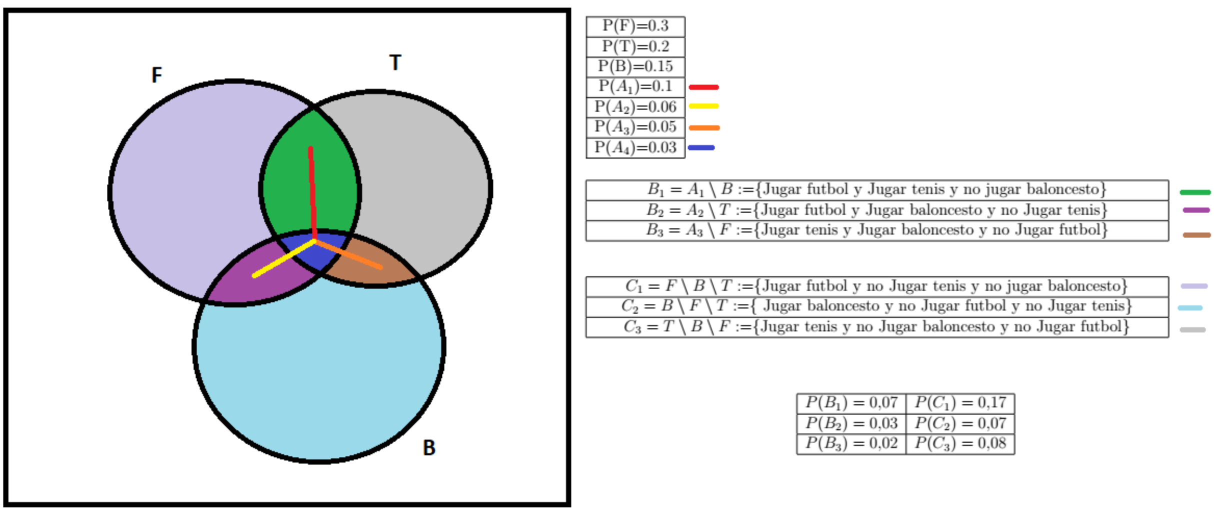
$B_1 = A_1 \setminus B$:={Jugar futbol y Jugar tenis y no jugar baloncesto}
$B_2 = A_2 \setminus T$:={Jugar futbol y Jugar baloncesto y no Jugar tenis}
$B_3 = A_3 \setminus F$:={Jugar tenis y Jugar baloncesto y no Jugar futbol}
#En este caso, se puede simplificar a usar A_4 debido a que es la interseccion que contiene a todos

Juegan 1 deporte

$C_1 = F \setminus B \setminus T$:={Jugar futbol y no Jugar tenis y no jugar baloncesto}
$C_2 = B \setminus F \setminus T$:={ Jugar baloncesto y no Jugar futbol y no Jugar tenis}
$C_3 = T \setminus B \setminus F$:={Jugar tenis y no Jugar baloncesto y no Jugar futbol}

$P(B_1) = 0{,}07$	$P(C_1) = 0{,}17$
$P(B_2) = 0{,}03$	$P(C_2) = 0{,}07$
$P(B_3) = 0{,}02$	$P(C_3) = 0{,}08$

Se propone realizar el diagrama de venn para solucionar el problema con mayor facilidad.



a) **¿Qué porcentaje practica al menos dos deportes?**

$$\sum_{i}^{3} P(B_i) + P(A_4) = 0{,}07 + 0{,}03 + 0{,}02 + 0{,}03 = 0{,}15$$

b) **¿Qué porcentaje practica solo un deporte?**

$$\sum_{i}^{3} P(C_i) = 0{,}07 + 0{,}17 + 0{,}08 = 0{,}32$$

c) **¿Qué porcentaje no practica ningún deporte?**

$$1 - \left(\sum_{i}^{3} P(C_i) + \sum_{j}^{3} P(B_i) + P(A_4) \right) = 1 - 0{,}47 = 0{,}53$$

#Se obtiene el complementario de obtener la probabilidad de jugar un deporte (jugar 1 deporte, 2 deportes, 3 deportes)

d) **¿Qué porcentaje practica fútbol pero no tenis?**

$$P(C_1) + P(B_2) = 0{,}17 + 0{,}03 = 0{,}20$$

3. **En una urna hay 4 monedas de 1€ y 3 monedas de 2€. Se sacan al azar dos monedas sin devolución, calcular la probabilidad de que se obtengan 4€.**

$$P(\{4€\}) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

4. **Una clase se compone de 10 alumnos y 20 alumnas, de los cuales la mitad de los alumnos y la mitad de las alumnas tienen los ojos castaños. Hallar la probabilidad de que una persona escogida al azar sea hombre o tenga los ojos castaños.**

	H	M	total
A	*5*	**10**	*15*
C	**5**	*10*	*15*
total	**10**	**20**	*30*

Se nos pide la probabilidad de que escogiendo un alumno al azar, éste sea hombre o tenga ojos castaños $P(H \cap C)$, por definición, podemos aplicar:

$$P(H \cup C) = P(H) + P(C) - P(H \cap C) = \frac{10}{30} + \frac{15}{30} - \frac{5}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

Los casos posibles y los favorables los obtenemos directamente de la tabla debido a que únicamente cogemos uno de los 30 (o uno de los distintos subconjuntos como el de ser hombre o tener los ojos castaños).

5. **De entre 10 números positivos y 6 negativos se eligen 3 sin repetición. Calcular la probabilidad de que su producto sea negativo.**

   Si tenemos 16 números en total y solo podremos coger 3, y al tratarse de un un producto donde el orden no importa, podremos calcular los casos posibles con una combinación tal que:

   $$\text{casos posibles} = C_{16,3} = \binom{16}{3} = \frac{16!}{3!(16-3)!}$$

   Definimos los sucesos:

   - $A = \{3\text{neg}\}$, el producto de 3 negativos es negativo.
     Los casos favorables, CF_A serán todas las combinaciones de 3 elementos únicamente provenientes del conjuntos de números negativos, tal que:

     $$CF_A = C_{6,3} = \binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!}$$

     $P(A) = \frac{CF_A}{CP}$
   - $B = \{1\text{neg}\}$, el producto de 3 valores con solo uno siendo negativo, es negativo.
     Los casos favorables, CF_B serán todas las combinaciones formadas por 2 números positivos y 1 negativos o, visto de otra manera, las combinaciones de 2 números positivos de entre 10 y la de 1 negativo entre 6.

     $$CF_B = C_{10,2}C_{6,1} = \binom{10}{2}\binom{6}{1} = \frac{10!}{2!(10-2)!}\frac{6!}{1!(6-1)!}$$

     $P(B) = \frac{CF_B}{CP}$
   - $N = A \cup B = \{\text{neg}\}$, el producto de los valores es negativo, el el suceso objetivo. Podemos suponer por la naturaleza de estos que los sucesos A y B son incompatibles (por definición, no habrá ningún conjunto de valores que este compuesto solo por 1 negativo y a la vez por 3) por lo tanto, podemos calcular la unión considerando que no hay intersección.

     $$P(N) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0,5179$$

3. Sesión 3. Semana 5-11

1. **Los 30 alumnos de una Escuela de Idiomas estudian inglés y francés. En las pruebas finales de estas materias se han obtenido los siguientes resultados: 18 han aprobado inglés, 14 han aprobado francés y 6 han aprobado los 2 idiomas.**

   Definimos los siguientes sucesos despues de leer el enunciado:

   - $I = \{\text{aprobar ingles}\}$, 18 de 30 aprueban, es decir, $P(I) = \frac{18}{30}$
   - $F = \{\text{aprobar frances}\}$, 14 de 30 aprueban, es decir, $P(F) = \frac{14}{30}$
   - $T = \{\text{aprobar todo}\}$, o, visto de otra manera, $T = I \cap F$, 6 de 30 aprueban, es decir, $P(I \cap F) = \frac{6}{30}$

a) **Se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya aprobado inglés ni francés?**

Consideramos que se nos pide obtener la probabilidad de ***no* aprobar ingeles** *Y* ***no* aprobar francés**, visto con los sucesos, tendriamos $\overline{I} \cap \overline{F}$, ahora veremos como aplicando primero las leyes de Morgan y luego el complementario, podremos desarrollar la operacion:

$$P(\overline{I} \cap \overline{F}) = P(\overline{I \cup F}) = 1 - P(I \cup F)$$

Como sabemos que son compatibles (existe$I \cap F$), entonces seguimos desarrollando tal que:

$$P(\overline{I} \cap \overline{F}) = 1 - P(I \cup F) = 1 - (P(I) + P(F) - P(I \cap F)) = 1 - \left(\frac{18 + 14 - 6}{30}\right)$$

$$P(\overline{I} \cap \overline{F}) = 1 - \frac{26}{30} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

b) **Se elige un estudiante al azar entre los aprobados de francés, ¿cuál es la probabilidad de que también haya aprobado inglés?**

Tratamos con una probabilidad condicionada, se nos dice que partiendo de haber escogido al inicio un alumno que haya aprobado frances, se obtenga la probabilidad de que este tambien haya aprobado ingles, es decir, $P(I|F)$. Podemos verlo de dos formas:

- De los 14 alumnos que han aprobado frances, sabemos que 6 tambien han aprobado ingles, por lo tanto, aplicando Laplace, tendriamos

$$P(I|F) = \frac{6}{14} = 0,428$$

- Aplicando la formula de la probabilidad condicional, veremos que tenemos tanto la probabilidad de la interseccion y la probabilidad del suceso que condiciona, por lo tanto:

$$P(I|F) = \frac{P(I \cap F)}{P(F)} = \frac{\frac{6}{30}}{\frac{14}{30}} = \frac{6}{14} = 0,428$$

2. **La probabilidad de que al llamar a un teléfono móvil, este esté apagado es 0.4. La probabilidad de que estando operativo comunique es 0.2. Calcular la probabilidad de que logremos comunicar con la persona deseada.**

Definimos los sucesos:

- $A = \{\text{apagado}\}$, el complementario sería cuando esta encendido u operativo. Sabemos que $P(A) = 0,4$ y $P(\overline{A}) = 0,6$
- $C = \{\text{comunicar}\}$, se da cuando no se puede hablar con quien deseamos. El complementario sería cuando nos ponemos en contacto con quien queremos.

Ademas, por el enunciado sabemos que estando el móvil operativo, la probabilidad de que comunique es de $P(C|\overline{A}) = 0,2$. Veamos como conocer cual seria la probabilidad de que podamos contactar con la persona deseada (no comunica y no esta apagado), dicho de otra manera, $P(\overline{C} \cap \overline{A})$.

Debemos de darnos cuenta que no se nos pide que, dado el móvil este operativo, nos pongamos en contacto, nosotros no sabemos si el móvil esta apagado o no, queremos saber cuando se da que el móvil esta encendido Y ademas podemos hablar con la persona, pero aun así, necesitaremos obtener esta probabilidad (es la complementaria de $P(C|\overline{A})$, tal que $P(\overline{C}|\overline{A}) = 1 - 0,2 = 0,8$).

Ahora, por definición, podemos obtener la intersección con el producto de la condicional y el suceso que condiciona, y tenemos ambos valores, de tal manera que:

$$P(\overline{C} \cap \overline{A}) = P(\overline{C}|\overline{A}) \cdot P(\overline{A}) = 0,48$$

Un detalle importante es que si se hubiese planteado $\overline{A} \cap \overline{C}$ como el suceso del resultado, no ocurriría nada debido a que podemos aplicar la conmutativa sobre esta intersección.

3. **Una urna contiene 5 bolas blancas, 4 rojas y 3 negras. Otra contiene 3 blancas, 6 rojas y 7 negras. Se elige al azar una bola de cada urna ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean del mismo color?**

Antes de calcular nada, agrupemos la información y definamos los sucesos:

Urna 1

r_1	b_1	n_1	Total_1
4	5	3	12

Urna 2

r_2	b_2	n_2	Total_2
6	3	7	16

Teniendo definidos los siguientes sucesos:

- $R_i = \{\text{Obtener una bola roja en urna} i\}$, la probabilidad de esta sería
$$P(R_i) = \frac{r_i}{\text{Total}_i}$$
- $B_i = \{\text{Obtener una bola blanca en urna} i\}$, la probabilidad de esta sería
$$P(B_i) = \frac{b_i}{\text{Total}_i}$$
- $N_i = \{\text{Obtener una bola negra en urna} i\}$, la probabilidad de esta sería
$$P(N_i) = \frac{n_i}{\text{Total}_i}$$

Se nos pide la probabilidad de que ambas bolas sacadas de las urnas sean del mismo color, o dicho de una forma mas clara, que ambas sean rojas o sean negras o blancas, definiendo así el suceso
$$(R_1 \cap R_2) \cup (B_1 \cap B_2) \cup (N_1 \cap N_2)$$

Podemos suponer que los sucesos de una urna con respecto a la otra son independientes, por lo tanto, podremos usar $P(X \cap Y) = P(X) \cdot P(Y)$, teniendo de esta forma las herramientas necesarias para desarrollar la solucion:

$$P((R_1 \cap R_2) \cup (B_1 \cap B_2) \cup (N_1 \cap N_2)) = P(R_1 \cap R_2) + P(B_1 \cap B_2) + P(N_1 \cap N_2) =$$
$$= P(R_1) \cdot P(R_2) + P(B_1) \cdot P(B_2) + P(N_1) \cdot P(N_2) = \frac{4 \cdot 6 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 7}{12 \cdot 16} = \frac{60}{192} = \frac{5}{16}$$

#La suposición de que son independientes parte de la lógica de que lo que una urna haga no debe de afectar a la otra.

4. **En el lanzamiento de un dado, se consideran los sucesos:**

$$\begin{aligned} A &= \{\text{Obtener una puntuación mayor o igual a } 4\} = \{4,5,6\} \\ B &= \{\text{Obtener 3 ó 6}\} = \{3,6\} \end{aligned}$$

¿Son independientes los sucesos A y B?

Para ello, tendremos que demostrar que $P(A \cap B) = P(A){\cdot}P(B)$.

- $P(A){\cdot}P(B) = \frac{3}{6}{\cdot}\frac{2}{6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- $A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\} = \{6\}$ siendo la probabilidad de 1 entre 6 de que se obtenga, es decir, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

Sabiendo que $P(A \cap B) = P(A){\cdot}P(B) = \frac{1}{6}$, podemos afirmar que A y B son sucesos independientes.

5. **La probabilidad de que un cliente compre un producto de la marca A es 0,6 mientras que la probabilidad de que compre un producto de la marca E es 0,5. Se sabe también que la probabilidad de que un cliente compre un producto de la marca E no habiendo comprado el producto de la marca A es 0,4.**

Del enunciado sabemos:

- $A = \{\text{comprar producto de la marca A}\}$, con $P(A) = 0,6$, siendo su complementario el no comprar un producto de la marca A con $P(\overline{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$
- $E = \{\text{comprar producto de la marca E}\}$, con $P(E) = 0,5$, siendo su complementario el no comprar un producto de la marca E con $P(\overline{E}) = 1 - 0,5 = 0,5$
- Que sabiendo que no compro un producto de la marca A, la probabilidad de comprar un producto de la marca E seria 0,4, es decir, $P(E|\overline{A}) = 0,4$, siendo su complementario cuando, sin haber comprado de A, tampoco compre de E, tal que $P(\overline{E}|\overline{A} = 1 - P(E|\overline{A}) = 0,6$

a) **¿Cuál es la probabilidad de que un cliente haya comprado sólo el producto de la marca E?**

Es decir, compra E y no compra A, no confundir con una condicionada. Para ello debemos de calcular la intersección, la cual la podemos despejar de la probabilidad condicionada, tal que:

$$P(E \cap \overline{A}) = P(E|\overline{A}){\cdot}P(\overline{A}) = 0,4{\cdot}0,4 = 0,16$$

b) **¿Cuál es la probabilidad de que un cliente no haya comprado productos de ninguna de las dos marcas?**

Similar a la anterior. ESe pide la probabilidad de que no compre E y no compre A. Para ello debemos de calcular la intersección, la cual la podemos despejar de la probabilidad condicionada, tal que:

$$P(\overline{E} \cap \overline{A}) = P(\overline{E}|\overline{A}){\cdot}P(\overline{A}) = 0,6{\cdot}0,4 = 0,24$$

4. Sesión 4. Semana 12-18

1. **Un armario tiene dos cajones. El cajón A contiene 4 monedas de oro y 2 de plata; el cajón B contiene 3 de oro y 3 de plata. Se abre un cajón al azar y se extrae una moneda. Calcular:**

Cajon A

o_A	p_A	$Total_A$
4	2	6

Cajon B

o_B	p_B	$Total_B$
3	3	6

Definiremos los siguientes sucesos:

- $A = \{\text{Abrir cajon A}\}$, su complementario seria $B = \{\text{Abrir cajon B}\}$ y serían equiprobables, es decir, $P(A) = P(B) = 0,5$
- $O = \{\text{extraer moneda de oro}\}$, siendo su complementario $P = \{\text{extraer moneda de plata}\}$. Veremos que la probabilidad de extraer una moneda de oro es de 7 entre 12 y la de extraer una de plata, 5 entre 12.

Del enunciado, tambien podemos interpretar diferentes probabilidades condicionadas a haber abierto un cajon u otro, de tal manera que tenemos:

- $P(O|A) = \frac{4}{6}$, el complementario siendo $P(P|A) = \frac{2}{6}$
- $P(O|B) = \frac{3}{6}$, el complementario siendo $P(P|B) = \frac{3}{6}$

a) **Probabilidad de que se haya abierto el cajón B y se haya extraído una moneda de oro**

$$P(B \cap O) = P(O \cap B) = P(O|B) \cdot P(B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

b) **Probabilidad de que se haya abierto el cajón A, sabiendo que se ha extraído una moneda de oro**

Aplicaremos Bayes, que realmente es descomponer la probabilidad condicional y aplicar la conmutativa sobre la interseccion. Como desconocemos la probabilidad de extraer una moneda de oro, aplicaremos la probabilidad total para saber este valor, partiendo de la premisa de que conocemos la probabilidad de extraer una moneda de oro condicionada a cada miembro de una particion.

$$P(O) = P(O|A) \cdot P(A) + P(O|B) \cdot P(B) = \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{12}$$

$$P(A|O) = \frac{P(A \cap O}{P(O)} = \frac{P(O \cap A}{P(O)} = \frac{P(O|A) \cdot P(A)}{P(O)} = \frac{\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{7}{12}} = \frac{4}{7}$$

2. **Un juego consiste en lanzar dos dados; se gana si la suma de puntuaciones es 7. Si un jugador es tramposo (lleva sus dados trucados), gana con seguridad. Suponiendo que el 50 % de los jugadores de dados son tramposos, hallar la probabilidad de que un determinado jugador que ha ganado sea tramposo.**

Definamos los sucesos:

- $G = \{\text{gana}\}$, su complementario es perder. Sabemos que un jugador gana cuando al lanzarse un par de dados, la tirada suma 7. Tenemos que el conjunto de valores $< 1,6 >, < 2,5 >, < 3,4 >, < 4,3 >, < 5,2 >, < 6,1 >$ serian los casos favorables para ganar y un total de $VR_{6,2}$ casos posibles. Se decide usar variacion porque los valores consideramos orden y la repiticion por que pueden darse que salga el mismo valor para ambos dados en una tirada.
- $T = \{\text{hacer trampa}\}$, su complementario es no hacerlas, y ambas son equiprobables, es decir, $P(T) = P(\overline{T} = \frac{1}{2}$.
- Dándose un jugador tramposo, las probabilidades de ganar son seguras, tal que $P(G|T) = 1$, el complementario es un caso imposible.
- Si el jugador no es tramposo, las probabilidades de ganar corresponderian a obtener uno de los 6 posibles valores de entre todos los posibles. Podriamos considerar que los sucesos G y T son independientes y calcular la condicional sin conocer la interseccion o simplemento aplicacno Laplace, en ambos casos, el valor sera el mismo:

$$P(G|\overline{T}) = \frac{6}{VR_{6,2}} = \frac{1}{6}$$

El complementario, la probabilidad de perder si no es tramposo, seria $P(G|\overline{T}) = \frac{5}{6}$

Con todo esto, tenemos mas que suficiente para conocer las probabilidad de que un jugador sea tramposo si ha ganado aplicando bayes y el teorema de probabilidad total para conocer la probabilidad de ganar.

$$P(G) = P(G|T){\cdot}P(T) + P(G|\overline{T}){\cdot}P(\overline{T}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$$

$$P(T|G) = \frac{P(G \cap T)}{P(G)} = \frac{P(G|T){\cdot}P(T)}{P(G)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{12}} = \frac{12}{14} = \frac{6}{7}$$

3. **Una compañía de autobuses dispone de tres líneas en una ciudad, de forma que el 45 % de los autobuses cubre la línea 1, el 25 % cubre la línea 2 y el 30 % la línea 3. Se sabe que la probabilidad de que diariamente un autobús se averíe es del 2 %, 3 % y 1 % respectivamente, para cada línea.**

Podemos distinguir que disponemos de una partición $\bigcup_i^3 L_i$, donde $L_i = \{\text{autobus que cubren linea } i\}$ y disponemos del suceso $A = \{\text{se averia un autobus}\}$, de lo que conocemos y podemos intuir lo siguientes:

	L_1	L_2	L_3
$P(L_i)$	0,45	0,25	0,3
$P(A\|L_i)$	0,02	0,03	0,01
$P(\overline{A}\|L_i)$	0,98	0,97	0,99

a) **Calcular la probabilidad de que en un día un autobús sufra una avería**

Aplicamos la probabilidad total

$$P(A) = \sum_i^3 (P(A|L_i){\cdot}P(L_i)) = 0,45{\cdot}0,02 + 0,25{\cdot}0,03 + 0,3{\cdot}0,01 = 0,0195$$

b) **Calcular la probabilidad de que en un día un autobús no sufra una avería**
Obtenemos la probabilidad de no sufrir una avería fácilmente $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0,9805$

c) **¿De qué línea de transporte es más probable que un autobús sufra una avería?**
Mediante Bayes y los valores que ya conocemos, veremos que:

$$P(L_1|A) = \frac{P(A \cap L_1)}{P(A)} = \frac{P(A|L_1)\cdot P(L_1)}{P(A)} = \frac{0,02\cdot 0,45}{0,0195} = 0,4615$$

$$P(L_2|A) = \frac{P(A \cap L_2)}{P(A)} = \frac{P(A|L_2)\cdot P(L_2)}{P(A)} = \frac{0,03\cdot 0,25}{0,0195} = 0,3846$$

$$P(L_3|A) = \frac{P(A \cap L_3)}{P(A)} = \frac{P(A|L_3)\cdot P(L_3)}{P(A)} = \frac{0,01\cdot 0,3}{0,0195} = 0,1538$$

La linea 1 es mas probable se sufrir una avería.

4. **Dos amigos están dudando entre dedicar sus ahorros a montar una empresa de desarrollo de software o invertir en renta variable. Su asesor fiscal les ofrece dos alternativas atrayentes, pero ante su falta de formación bursátil, confían al azar su decisión. Invertirán en el sector eléctrico si sacan una bola roja de una urna que contiene 20 bolas, de las cuales 8 son rojas, 3 verdes y 9 negras. Si la bola no es roja lanzarán dos dados y si obtienen una suma de 6 entre ambos dados invertirán en el sector inmobiliario; en caso contrario se decidirán por la empresa de desarrollo de software. ¿Cuál es la probabilidad de que finalmente monten una empresa de desarrollo de software?**

Tenemos una urna con $< 8r, 3v, 9n >$, de donde sacaran una bola. Si sacan la bola roja, invierten en el sector electrico pero si sacan una que no es roja, lanzaran dados.

#Definimos el suceso $R = \{\text{sacar bola roja}\}$ con $P(R) = \frac{8}{20}$ y junto a su complementario forman una particion, siendo este no sacar una bola roja $P(\overline{R}) = \frac{12}{20}$

Al lanzar los dados, si la suma de los valores es 6, entonces invertiran en inmboliario, en el caso contrario, invertiran en software.

#Debemos de considerar el suceso $D = \{\text{suma } 6\}$ que estara compuesto por los siguientes conjuntos de valores: $< 1, 5 >, < 2, 4 >, < 3, 3 >, < 4, 2 >, < 5, 1 >$, donde consideramos que se pueden repetir valores e importa el orden. Tendremos que la probabilidad de que sume 6 es

$$P(D) = \frac{5}{VR_{6,2}} = \frac{5}{36}$$

siendo su complementario el resto de variaciones donde la suma no sea 6

$$P(\overline{D}) = 1 - \frac{5}{36} = \frac{31}{36}$$

#Ademas, es facil reconocer que R y D son sucesos independientes

Se no pide obtener la probabilidad de acabaer invirtiendo en software, para ello se debe de dar el caso de que no salga una bola roja y no sume 6, es decir $\overline{R} \cap \overline{D}$, teniendo entonces

$$P(\overline{R} \cap \overline{D}) = P(\overline{R})\cdot P(\overline{D}) = \frac{12}{20}\cdot\frac{31}{36} = \frac{372}{720} = \frac{31}{60}$$

5. **Un moderno edificio tiene dos ascensores para uso de los vecinos. El primero de los ascensores es usado el 45 % de las ocasiones, mientras que el segundo es usado el resto de las ocasiones. El uso continuado de los ascensores provoca un 5 % de fallos en el primero de los ascensores y un 8 % en el segundo. Un día suena la alarma de uno de los ascensores porque ha fallado. Calcula la probabilidad de que haya sido el primero de los ascensores.**

   Tenemos una partición que define el uso de los dos ascensores, teniendo $P(A_1) = 0,45$ y $P(A_2) = 0,55$, siendo el uso para el primero y el segundo ascensor. Se podra usar o uno u otro, por lo tanto uno es el complementario del otro y viceversa.

   Se nos comenta de una forma compleja que, dado el uso dado a un ascensor, este fallaria un porcentaje de veces. Con esto se no esta diciendo que, sabiendo que el ascensor es usado, este fallaria con cierta probabilidad. Tenemos el suceos $F = \{\text{Falla un ascensor}\}$ y a la vez hemos obtenido $P(F|A_1) = 0,05$ y $P(F|A_2) = 0,08$. Obtener la probabilidad de que no falle cuando es usado cada ascensor seria hacer el complementario de cada uno, pero no sera necesario en este caso.

   Se nos pide saber la probabilidad de, dado un ascensor que falla, de la casualidad de que es el primero. Para esto, primero obtendremos por probabilidad total la probabilidad de que un ascensor falle y, a continuacion, usaremos Bayes para conocer la probabilidad solicitada:

$$P(F) = P(F|A_1)\cdot P(A_1) + P(F|A_2)\cdot P(A_2) = 0,05\cdot 0,45 + 0,08\cdot 0,55 = 0,0665$$

$$P(A_1|F) = \frac{P(F \cap A_1)}{P(F)} = \frac{P(F|A_1)\cdot P(A_1)}{P(F)} = \frac{0,05\cdot 0,45}{0,0665} = 0,338$$