



Tema 13

Teoría

Control cinemático

Gabriel García
Carlos Jara

1

Contenido

- ▶ Introducción
- ▶ Funciones del control cinemático
- ▶ Generación de trayectorias
- ▶ Trayectorias en el espacio cartesiano
- ▶ Tipos de trayectorias articulares

2

Contenido

- ▶ Introducción
- ▶ Funciones del control cinemático
- ▶ Generación de trayectorias
- ▶ Trayectorias en el espacio cartesiano
- ▶ Tipos de trayectorias articulares



3

Introducción

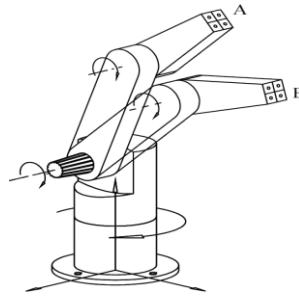
- ▶ Control cinemático
 - Información de entrada: especificación de movimiento (programa, paleta de programación...).
 - Se basa en el modelo cinemático del robot.
 - *Objetivo*: Generar referencias articulares para el control dinámico.
- ▶ Control dinámico
 - *Objetivo*: Procurar que las trayectorias realmente seguidas por el robot $q(t)$ sean lo más parecidas posibles a las propuestas por el control cinemático $q_d(t)$.
 - Herramientas:
 - Modelo dinámico del robot
 - Teoría de servocontrol



4

Introducción

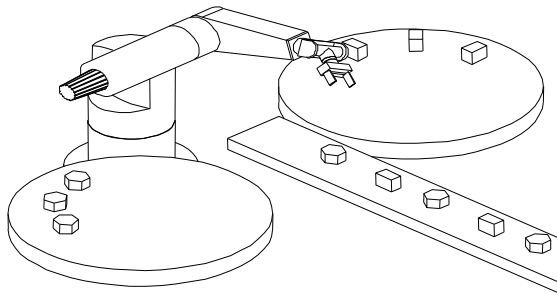
- ▶ Desplazar el extremo del robot entre A y B en un tiempo determinado
- ▶ Se trabaja sobre el espacio articular



5

Introducción

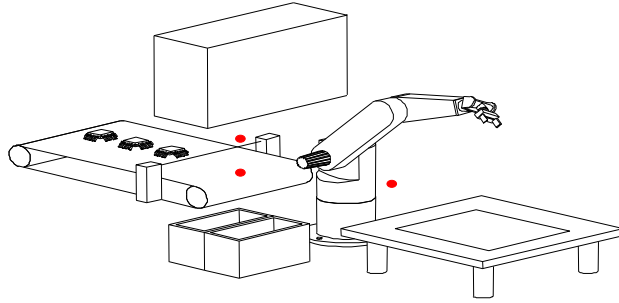
- ▶ Problema a resolver.
 - Que el extremo del robot se desplace entre dos puntos



6

Introducción

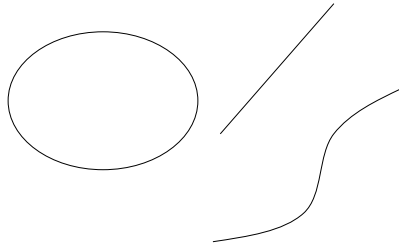
- ▶ Problema a resolver.
 - Que el extremo del robot se desplace entre dos puntos



7

Introducción

- ▶ Problema a resolver.
 - Que el extremo del robot se desplace entre dos puntos
 - Que el extremo del robot siga una determinada trayectoria



8

Contenido

- ▶ Introducción
- ▶ **Funciones del control cinemático**
- ▶ Generación de trayectorias
- ▶ Trayectorias en el espacio cartesiano
- ▶ Tipos de trayectorias articulares



9

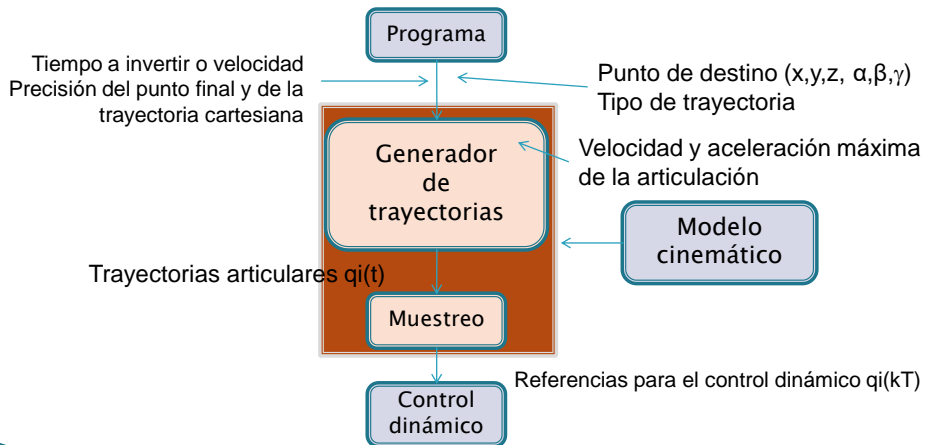
Funciones del control cinemático

- ▶ Establecer cuales son las trayectorias que debe seguir cada articulación del robot a lo largo del tiempo para conseguir los objetivos fijados por el usuario.
 - Punto de destino.
 - Tipo de trayectoria del extremo.
 - Tiempo.
 - Etc.
- ▶ Es necesario atender a las restricciones físicas de los accionamientos y criterios de calidad (suavidad, precisión, etc.).



10

Funciones del control cinemático



11

Funciones del control cinemático

- El control cinemático realiza las siguientes funciones:

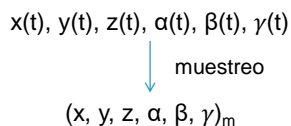
1. Convertir la especificación de movimiento dada por el programa en una trayectoria analítica en espacio cartesiano (evolución de cada coordenada cartesiana en función del tiempo).

$$x(t), y(t), z(t), \alpha(t), \beta(t), \gamma(t)$$

12

Funciones del control cinemático

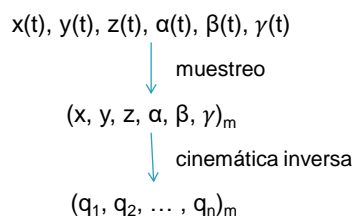
- ▶ El control cinemático realiza las siguientes funciones:
 2. Muestrear la trayectoria cartesiana obteniendo un número finito de puntos de dicha trayectoria $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$



13

Funciones del control cinemático

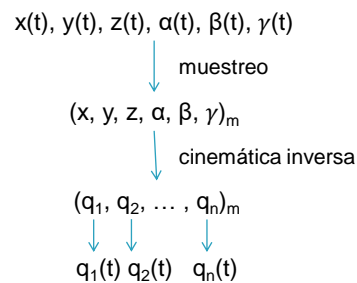
- ▶ El control cinemático realiza las siguientes funciones:
 3. Empleando la cinemática inversa, convertir cada uno de estos puntos en sus correspondientes coordenadas articulares (q_1, q_2, \dots, q_n) .



14

Funciones del control cinemático

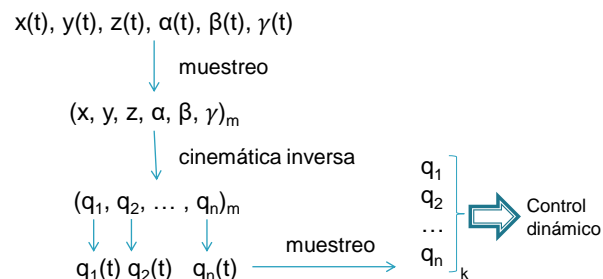
- El control cinemático realiza las siguientes funciones:
 4. Interpolación de los puntos articulares obtenidos, generando para cada variable articular una expresión $q_i(t)$ que pase o se aproxime a ellos, siendo una trayectoria realizable por los accionadores.



15

Funciones del control cinemático

- El control cinemático realiza las siguientes funciones:
 5. Muestreo de la trayectoria articular para generar referencias al control dinámico.



16

Contenido

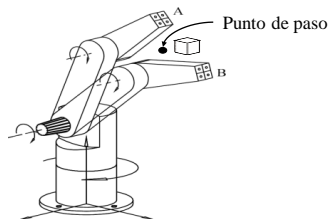
- Introducción
- Funciones del control cinemático
- **Generación de trayectorias**
- Trayectorias en el espacio cartesiano
- Tipos de trayectorias articulares



17

Generación de trayectorias

- Desplazar el extremo del robot entre A y B en un tiempo determinado
- Se trabaja sobre el espacio articular
- Si existen obstáculos hay que considerar un punto intermedio



18

Generación de trayectorias

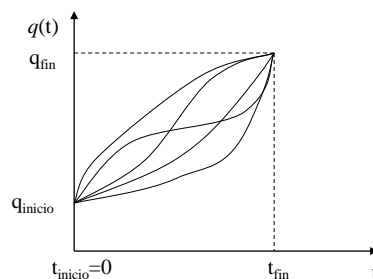
- ▶ La trayectoria descrita por el extremo es compleja
- ▶ Para generar la trayectoria del robot se siguen los pasos siguientes:
 1. Conversión de los puntos inicial, final e intermedios a valores articulares mediante la cinemática inversa
 2. Interpolación de los valores articulares para cada articulación
 3. Movimiento de cada articulación según la trayectoria establecida



19

Interpolación articular

- ▶ La conversión a valores articulares se realiza con ayuda de la cinemática inversa
- ▶ Interpolación considerando sólo puntos de inicio y fin



$$q(t_{\text{inicio}}) = q(0) = q_{\text{inicio}}$$

$$q(t_{\text{fin}}) = q_{\text{fin}}$$

$$\dot{q}(t_{\text{inicio}}) = \dot{q}(0) = 0$$

$$\dot{q}(t_{\text{fin}}) = 0$$



20

Interpolación articular

► Interpolación lineal

$$q(t) = a + b \cdot t$$



$$q(t_{\text{inicio}}) = q(0) \Rightarrow a = q_{\text{inicio}}$$

$$q(t_{\text{fin}}) = a + b \cdot t_{\text{fin}} = q_{\text{fin}} \Rightarrow b = \frac{q_{\text{fin}} - q_{\text{inicio}}}{t_{\text{fin}}}$$

- Requiere un aceleración infinita, ya que la velocidad inicial y final no son nulas.

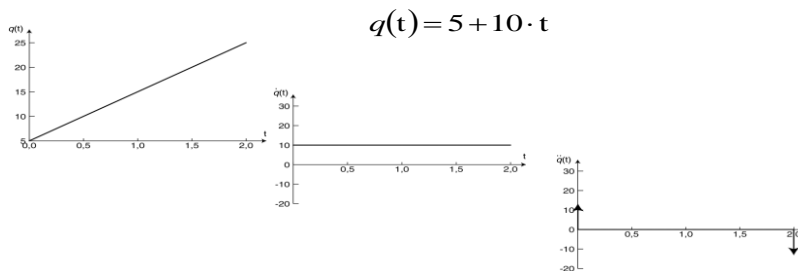


21

Interpolación articular

► Interpolación lineal

- Una articulación de rotación girada 5°, y se desea que gire 20° en 2s



22

Interpolación articular

- ▶ Interpolación cúbica
 - Cumple las cuatro condiciones de contorno

$$q(t) = a + b \cdot t + c \cdot t^2 + d \cdot t^3$$



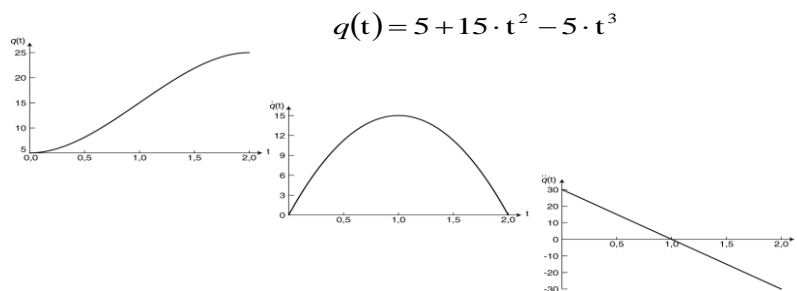
$$a = q_{\text{inicio}} \quad b = 0 \quad c = \frac{3 \cdot (q_{\text{fin}} - q_{\text{inicio}})}{t_{\text{fin}}^2} \quad d = \frac{-2 \cdot (q_{\text{fin}} - q_{\text{inicio}})}{t_{\text{fin}}^3}$$



23

Interpolación articular

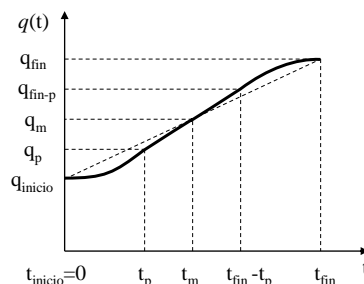
- ▶ Interpolación cúbica
 - Una articulación de rotación girada 5°, y se desea que gire 20° en 2s



24

Interpolación articular

- ▶ Interpolación lineal con ajuste parabólico
 - Soslaya los problemas de la interpolación lineal
 - Trayectoria en tres tramos:
 - Tramo parabólico
 - Aplica una aceleración
 - Tramo lineal
 - Mantiene la velocidad constante
 - Tramo parabólico
 - Aplica una deceleración



25

Interpolación articular

- ▶ Interpolación lineal con ajuste parabólico
 - Primer tramo parabólico:

$$q(t) = a + b \cdot t + c \cdot t^2 \quad \Longrightarrow \quad a = q_{\text{inicio}} \quad b = 0 \quad c = \frac{\ddot{q}}{2}$$

- Tramo lineal:

$$q(t) = a + b \cdot t \quad \Longrightarrow \quad a = q_p - \frac{q_{\text{fin-p}} - q_p}{t_{\text{fin}} - 2 \cdot t_p} \cdot t_p \quad b = \frac{q_{\text{fin-p}} - q_p}{t_{\text{fin}} - 2 \cdot t_p}$$

$$t_p = t_m - \frac{\sqrt{\ddot{q}^2 \cdot t_m^2 - \ddot{q} \cdot (q_{\text{fin}} - q_{\text{inicio}})}}{\ddot{q}}$$

- Último tramo parabólico:

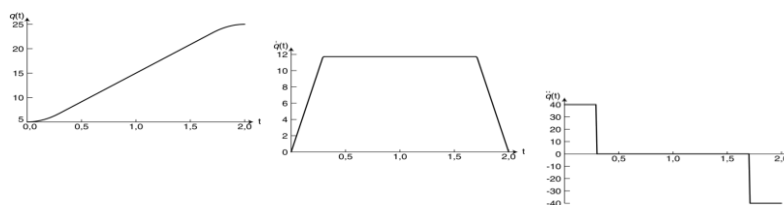
$$q(t) = a + b \cdot t + c \cdot t^2 \quad \Longrightarrow \quad a = q_{\text{fin}} + \frac{\ddot{q}}{2} \cdot t_{\text{fin}}^2 \quad b = -\ddot{q} \cdot t_{\text{fin}} \quad c = \frac{\ddot{q}}{2}$$

26

Interpolación articular

► Interpolación lineal con ajuste parabólico

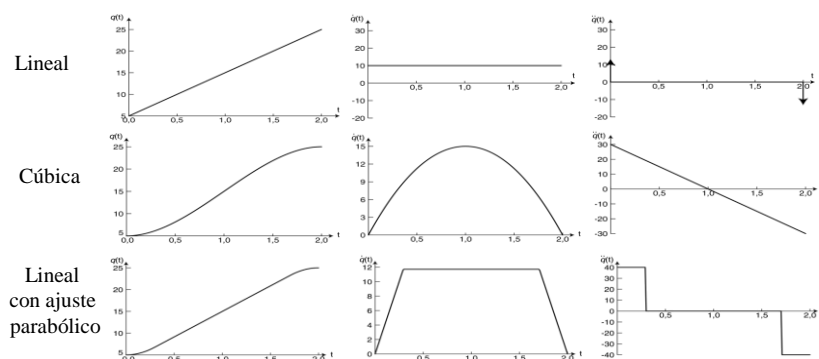
- Una articulación de rotación girada 5° , y se desea que gire 20° en 2s, permitiendo una aceleración de $40^\circ/s^2$
- Primer tramo parabólico $\Rightarrow q(t) = 5 + 20 \cdot t^2$
- Tramo lineal $\Rightarrow q(t) = 3,277 + 11,719 \cdot t$
- Último tramo parabólico $\Rightarrow q(t) = -55 + 80 \cdot t - 20 \cdot t^2$



27

Interpolación articular

► Comparativa



28

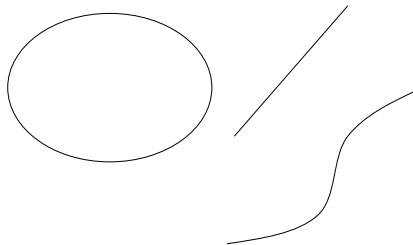
Contenido

- ▶ Introducción
- ▶ Funciones del control cinemático
- ▶ Generación de trayectorias
- ▶ **Trayectorias en el espacio cartesiano**
- ▶ Tipos de trayectorias articulares

29

Trayectorias en el espacio cartesiano

- ▶ Problema a resolver.
 - Que el extremo del robot siga una determinada trayectoria



30

Trayectorias en el espacio cartesiano

- ▶ El extremo del robot describa una determinada trayectoria:
 - Recta, circular, elíptica, etc.
- ▶ Se toman puntos intermedios de referencia
- ▶ Calcular la cinemática inversa para cada uno de ellos
- ▶ Implica un mayor coste computacional
- ▶ Se representa la posición y orientación del extremo mediante 6 parámetros (x, y, z) y (α, β, γ) .
- ▶ Se obtienen la coordenadas articulares para cada uno de los puntos
- ▶ Se interpola cada articulación tal y como se ha visto anteriormente



31

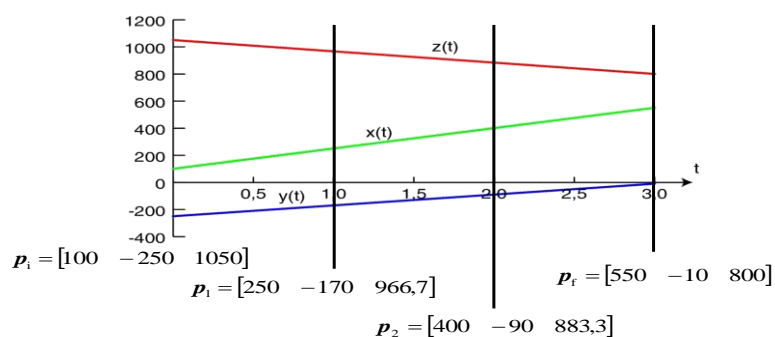
Trayectorias en el espacio cartesiano

- ▶ Se desea que el extremo del robot siga una línea recta entre dos puntos y que tarde 3s
- ▶ Utilizando dos puntos intermedios equidistantes en el espacio cartesiano.
- ▶ Se conoce la aceleración máxima que se permite a cada articulación



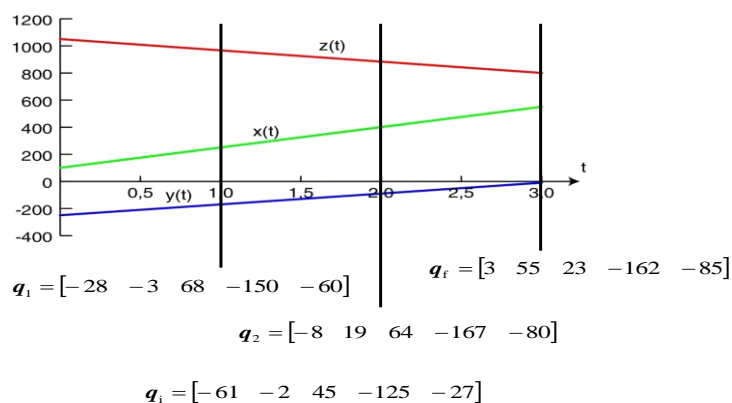
32

Trayectorias en el espacio cartesiano



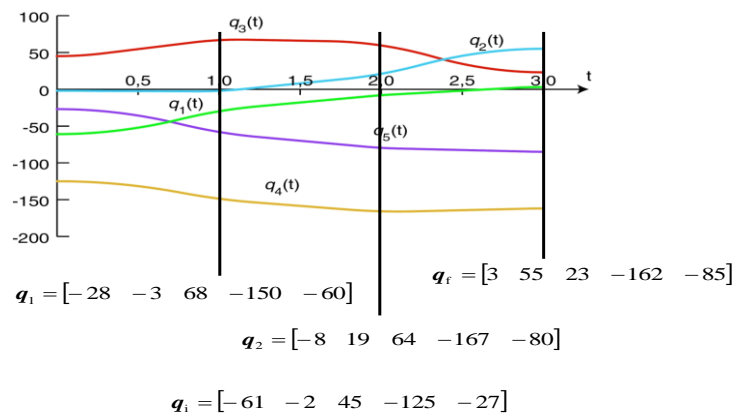
33

Trayectorias en el espacio cartesiano



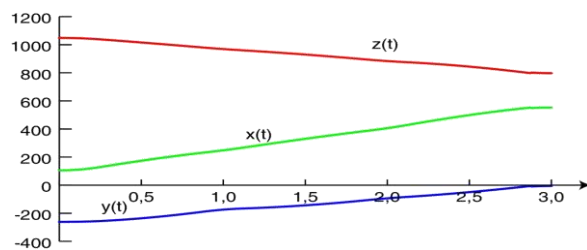
34

Trayectorias en el espacio cartesiano



35

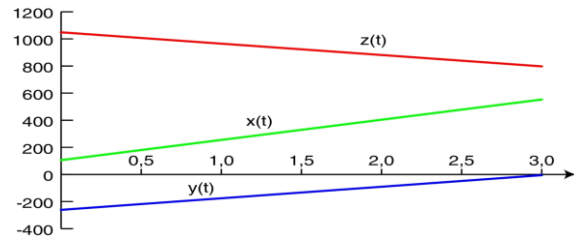
Trayectorias en el espacio cartesiano



36

Trayectorias en el espacio cartesiano

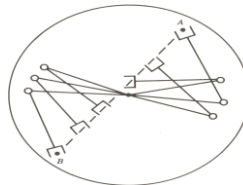
- ▶ Utilizando 15 puntos de referencia en el espacio cartesiano:



37

Trayectorias en el espacio cartesiano

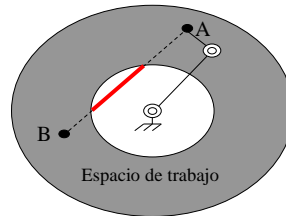
- ▶ Las trayectorias en el espacio cartesiano están sometidas a problemas debido fundamentalmente a las singularidades en el espacio de trabajo
 - Cuando el extremo del robot pasa por una configuración singular.
 - La velocidad de alguna de las articulaciones deberá ser idealmente infinita para poder llevar a cabo la trayectoria cartesiana



38

Trayectorias en el espacio cartesiano

- ▶ Las trayectorias en el espacio cartesiano están sometidas a problemas debido fundamentalmente a las singularidades en el espacio de trabajo
 - Cuando el extremo del robot pasa por una configuración singular
 - Cuando el extremo del robot pasa fuera del área de trabajo



39

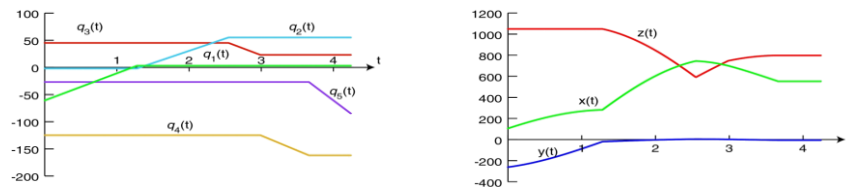
Contenido

- ▶ Introducción
- ▶ Funciones del control cinemático
- ▶ Generación de trayectorias
- ▶ Trayectorias en el espacio cartesiano
- ▶ Tipos de trayectorias articulares

40

Tipos de trayectorias articulares

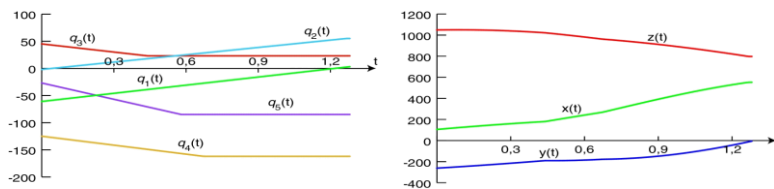
- ▶ Trayectorias punto a punto
 - El movimiento de cada articulación se produce de manera independiente
 - Movimiento eje a eje:
 - Las articulaciones se mueven de manera consecutiva a la máxima velocidad



41

Tipos de trayectorias articulares

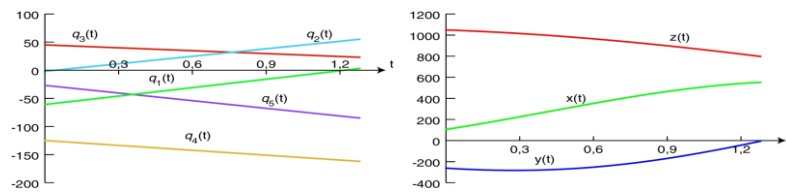
- ▶ Trayectorias punto a punto
 - Movimiento simultáneo de ejes:
 - Todas las articulaciones comienzan a moverse en el mismo instante de tiempo a la máxima velocidad



42

Tipos de trayectorias articulares

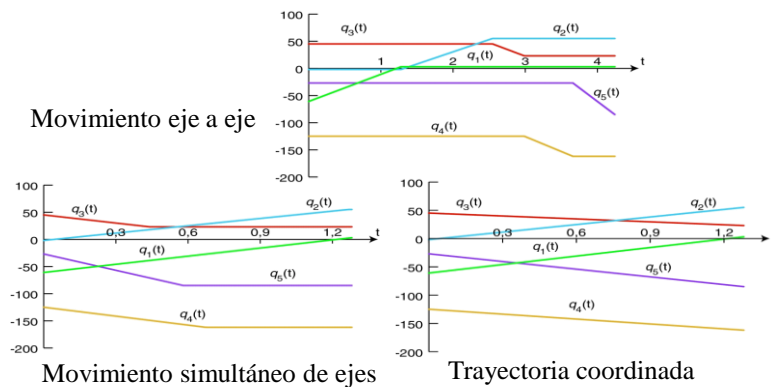
- ▶ Trayectorias coordinadas o isócronas
 - Todas las articulaciones comienzan a moverse en el mismo instante de tiempo y terminan a la vez, adaptando su velocidad a la más lenta



43

Tipos de trayectorias articulares

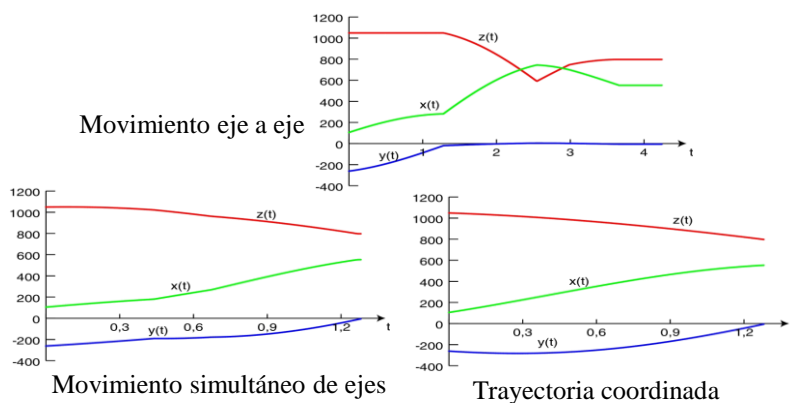
- ▶ Comparativa



44

Tipos de trayectorias articulares

► Comparativa



45



Ingeniería Informática
Automatización y Robótica

Tema 13

Teoría

Control cinemático

Gabriel García
Carlos Jara

46