Abgeschlossenheit der Regulären Sprachen

Definition REG(X)

Sei X ein Alphabet. REG(X) heißt die **Menge der regulären Sprachen über X**.

Satz Abgeschlossenheit von REG(X)

Reg(X) ist abgeschlossen bezüglich:

1. Schnitten $\cap$
2. Vereinigungen $\cup$
3. Komplementbildung ^{c}
4. Komplexprodukt $\cdot$
5. Kleene Abschluss *

Was bedeutet das? Haben wir zwei reguläre Sprachen L_1 und L_2 dann ist auch

1. deren Durchschnitt $L_1 \cap L_2$,
2. deren Vereinigung $L_1 \cup L_2$,
3. jeweils das Komplement $L_1^c := X^* - L_1$,
4. deren Komplexprodukt $L_1 \cdot L_2$,
5. und jeweils der Kleene Abschluss L_1^*

eine reguläre Sprache.

Aufgabe 1

Gegeben sei das Alphabet $X = \{A, B, C, D\}$.
Konstruieren sie einen deterministischen endlichen Automaten der alle Wörter akzeptiert, welche die Zeichenkette ACAB enthalten. Geben sie den Automaten in Form eines Übergangsgraphen sowie in Form einer Übergangstabelle an.

Aufgabe 2

Geben sei das Alphabet $X = \{a, b\}$. Geben sie für folgende Sprachen L einen endlichen deterministischen Automaten A an mit $L = L(A)$. Mit L =

a)

$$\{w \in X^* \mid |w| = 0\}$$

b)
$$\{w \in X^* \mid |w| = 3\}$$

c)
$$\{w \in X^* \mid w = abw_1 \ mit \ w_1 \in X^*\}$$

d)
$$\{w \in X^* \mid w = w_1 ab \ mit \ w_1 \in X^*\}$$

e)
$$\{w \in X^* \mid |w|_a = 3\}$$

f)
$$\{w \in X^* \mid |w|_a \neq 3\}$$

g)
$$\{w \in X^* \mid |w|_a = 2 \wedge |w|_b = 1\}$$

h)
$$\{w \in X^* \mid |w|_a = 2 \vee |w|_b = 1\}$$

i)
$$\{w \in X^* \mid w = (ab)^n(aabb)^m \ mit \ n \geq 1, m \geq 1\}$$

j)
$$\{w \in X^* \mid w = ab^n, n \in \mathbb{N}, n \geq 2\} \cup \{w \in X^* \mid w = ba^m, m \in \mathbb{N}, m \geq 2\}$$

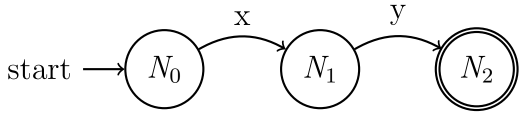
Aufgabe 3 (Ähnlich wie Klausuraufgaben)

a) Gegeben seien die folgende Endlichen Automaten

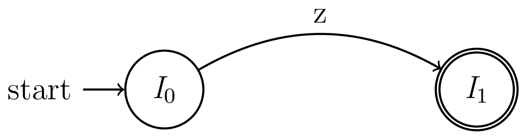
$$A_1 = (\{x, y, z\}, \{N_0, N_1, N_2\}, \{N_0\}, \delta_1 \ siehe \ Graph, \{N_1, N_2\})$$

$$A_2 = (\{x, y, z\}, \{I_0, I_1\}, \{I_0\}, \delta_2 \ siehe \ Graph, \{T_1\})$$

A_1



A_2



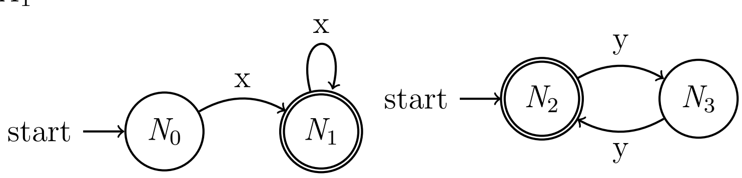
Konstruieren sie den endlichen Automaten $(A_1^* \cdot A_2)$ mit den Mitteln die sie aus der Vorlesung kennen.

b) Gegeben seien die folgende Endlichen Automaten

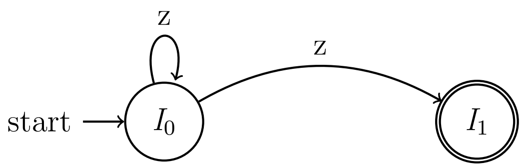
$$A_1 = (\{x, y, z\}, \{N_0, N_1, N_2, N_3\}, \{N_0, N_2\}, \delta_1 \ siehe \ Graph, \{N_1, N_2\})$$

$$A_2 = (\{x, y, z\}, \{I_0, I_1\}, \{I_0\}, \delta_2 \ siehe \ Graph, \{T_1\})$$

A_1



A_2



Konstruieren sie den endlichen Automaten $(A_1 \cdot A_2)^*$ mit den Mitteln die sie aus der Vorlesung kennen.

Aufgabe 4

Konstruieren sie einen deterministischen endlichen Automaten über dem Alphabet $X = \{x, y, z\}$, der nur Wörter akzeptiert, die mit y beginnen und mit z enden (Angelehnt an SoSe20 Aufgabe 4).

Aufgabe 5

Konstruieren sie einen deterministischen endlichen Automaten der alle Wörter der Sprache

$$A = \{w \in \{x, y\}^* \mid w = y^m x^n mit \ m, n \in \mathbb{N} \land |w| = ungerade\}$$

annimmt (angelehnt an SoSe20 Probeklausur Aufgabe 4).