

Abgeschlossenheit der Regulären Sprachen

Definition REG(X)

Sei X ein Alphabet. $\text{REG}(X)$ heißt die Menge der regulären Sprachen über X .

Satz Abgeschlossenheit von REG(X)

$\text{Reg}(X)$ ist abgeschlossen bezüglich:

1. Schnitten \cap
2. Vereinigungen \cup
3. Komplementbildung c
4. Komplexprodukt \cdot
5. Kleene Abschluss *

Was bedeutet das? Haben wir zwei reguläre Sprachen L_1 und L_2 dann ist auch

1. deren Durchschnitt $L_1 \cap L_2$,
2. deren Vereinigung $L_1 \cup L_2$,
3. jeweils das Komplement $L_1^c := X^* - L_1$,
4. deren Komplexprodukt $L_1 \cdot L_2$,
5. und jeweils der Kleene Abschluss L_1^*

eine reguläre Sprache.

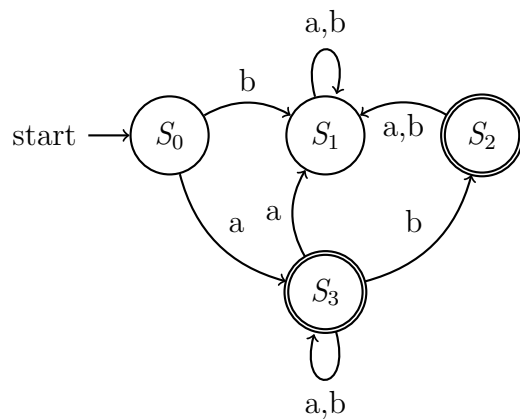
Aufgabe 1

Gegeben seien die folgende Endlichen Automaten

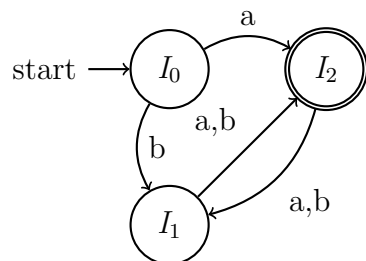
$$A_1 = (\{a, b\}, \{S_0, S_1, S_2, S_3\}, S_0, \delta_1 \text{ siehe Graph}, \{S_2, S_3\})$$

$$A_2 = (\{a, b\}, \{I_0, I_1, I_2\}, I_0, \delta_2 \text{ siehe Graph}, \{I_2\})$$

A_1



A_2



Konstruieren sie mit den aus der Vorlesung bekannten Verfahren folgende Automaten:

- a) $A_1 \cup A_2$,
- b) A_1^c ,
- c) $A_1 \cdot A_2$ und
- d) A_1^* .

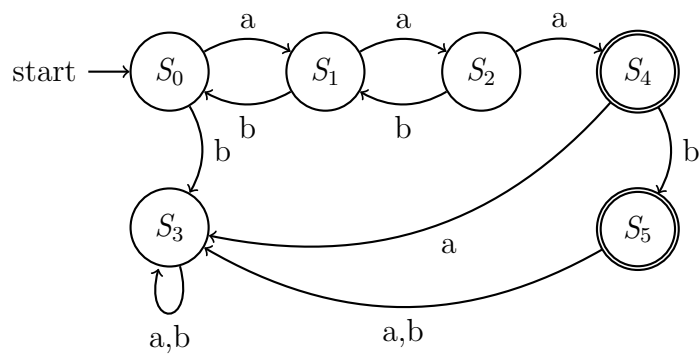
Aufgabe 2

Gegeben seien die folgende Endlichen Automaten

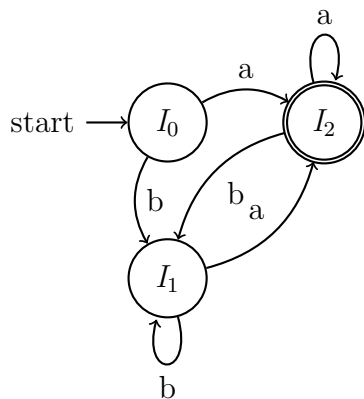
$$A_1 = (\{a, b\}, \{S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}, S_0, \delta_1 \text{ siehe Graph}, \{S_4, S_5\})$$

$$A_2 = (\{a, b\}, \{I_0, I_1, I_2\}, I_0, \delta_2 \text{ siehe Graph}, \{I_2\})$$

A_1



A_2



Konstruieren sie mit den aus der Vorlesung bekannten Verfahren folgende Automaten:

- a) $A_1 \cup A_2$,
- b) A_1^c ,
- c) $A_1 \cdot A_2$ und
- d) A_1^* .

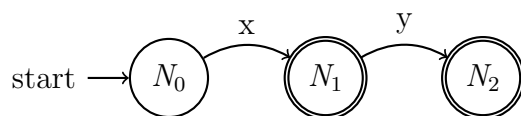
Aufgabe 3 (Ähnlich wie Klausuraufgaben)

a) Gegeben seien die folgende Endlichen Automaten

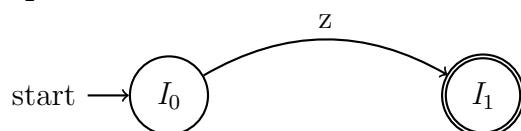
$$A_1 = (\{x, y, z\}, \{N_0, N_1, N_2\}, \{N_0\}, \delta_1 \text{ siehe Graph}, \{N_1, N_2\})$$

$$A_2 = (\{x, y, z\}, \{I_0, I_1\}, \{I_0\}, \delta_2 \text{ siehe Graph}, \{I_1\})$$

A_1



A_2



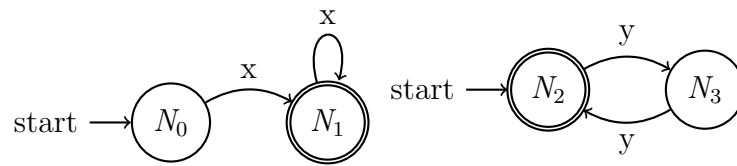
Konstruieren sie den endlichen Automaten $(A_1^* \cdot A_2)$ mit den Mitteln die sie aus der Vorlesung kennen.

b) Gegeben seien die folgende Endlichen Automaten

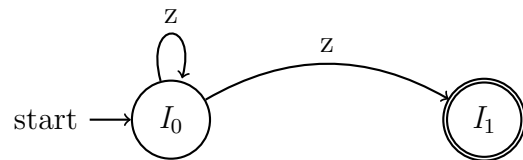
$$A_1 = (\{x, y, z\}, \{N_0, N_1, N_2, N_3\}, \{N_0, N_2\}, \delta_1 \text{ siehe Graph}, \{N_1, N_2\})$$

$$A_2 = (\{x, y, z\}, \{I_0, I_1\}, \{I_0\}, \delta_2 \text{ siehe Graph}, \{I_1\})$$

A_1



A_2



Konstruieren sie den endlichen Automaten $(A_1 \cdot A_2)^*$ mit den Mitteln die sie aus der Vorlesung kennen.