

# Abgeschlossenheit der Regulären Sprachen

## Definition REG(X)

Sei  $X$  ein Alphabet.  $\text{REG}(X)$  heißt die Menge der regulären Sprachen über  $X$ .

## Satz Abgeschlossenheit von REG(X)

$\text{Reg}(X)$  ist abgeschlossen bezüglich:

1. Schnitten  $\cap$
2. Vereinigungen  $\cup$
3. Komplementbildung  $^c$
4. Komplexprodukt  $\cdot$
5. Kleene Abschluss  $^*$

Was bedeutet das? Haben wir zwei reguläre Sprachen  $L_1$  und  $L_2$  dann ist auch

1. deren Durchschnitt  $L_1 \cap L_2$ ,
2. deren Vereinigung  $L_1 \cup L_2$ ,
3. jeweils das Komplement  $L_1^c := X^* - L_1$ ,
4. deren Komplexprodukt  $L_1 \cdot L_2$ ,
5. und jeweils der Kleene Abschluss  $L_1^*$

eine reguläre Sprache.

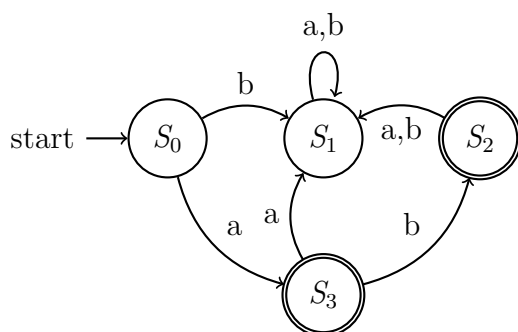
## Aufgabe 1

Gegeben seien die folgende Endlichen Automaten

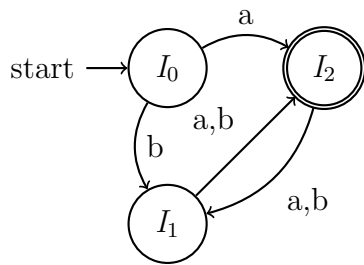
$$A_1 = (\{a, b\}, \{S_0, S_1, S_2, S_3\}, \{S_0\}, \delta_1 \text{ siehe Graph}, \{S_2, S_3\})$$

$$A_2 = (\{a, b\}, \{I_0, I_1, I_2\}, \{I_0\}, \delta_2 \text{ siehe Graph}, \{I_2\})$$

$A_1$



$A_2$



Konstruieren sie mit den aus der Vorlesung bekannten Verfahren folgende Automaten:

- a)  $A_1 \cup A_2$ ,
- b)  $A_1^c$ ,
- c)  $A_1 \cdot A_2$  und
- d)  $A_1^*$ .

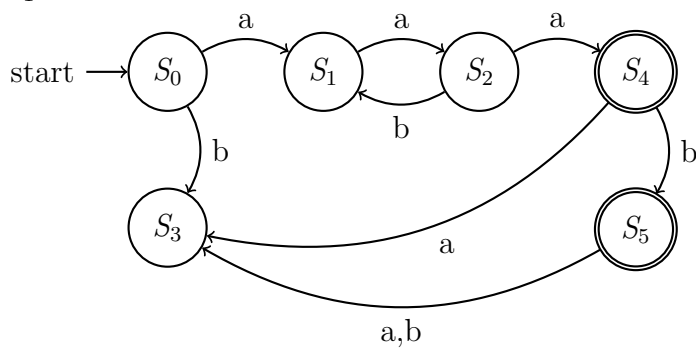
## Aufgabe 2

Gegeben seien die folgende Endlichen Automaten

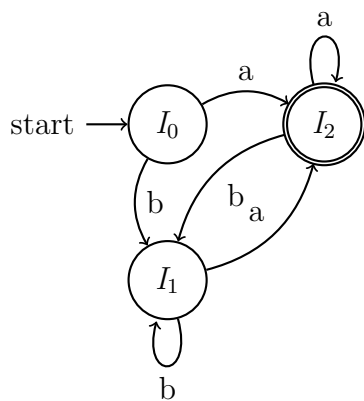
$$A_1 = (\{a, b\}, \{S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}, \{S_0\}, \delta_1 \text{ siehe Graph}, \{S_4, S_5\})$$

$$A_2 = (\{a, b\}, \{I_0, I_1, I_2\}, \{I_0\}, \delta_2 \text{ siehe Graph}, \{I_2\})$$

$A_1$



$A_2$



Konstruieren sie mit den aus der Vorlesung bekannten Verfahren folgende Automaten:

- a)  $A_1 \cup A_2$ ,
- b)  $A_1^c$ ,
- c)  $A_1 \cdot A_2$  und
- d)  $A_1^*$ .

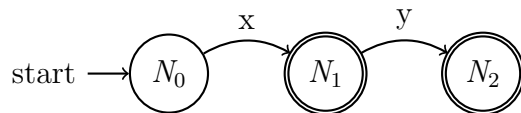
### Aufgabe 3 (Ähnlich wie Klausuraufgaben)

- a) Gegeben seien die folgende Endlichen Automaten

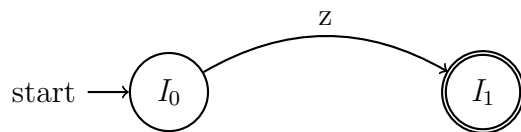
$$A_1 = (\{x, y, z\}, \{N_0, N_1, N_2\}, \{N_0\}, \delta_1 \text{ siehe Graph}, \{N_1, N_2\})$$

$$A_2 = (\{x, y, z\}, \{I_0, I_1\}, \{I_0\}, \delta_2 \text{ siehe Graph}, \{I_1\})$$

$A_1$



$A_2$



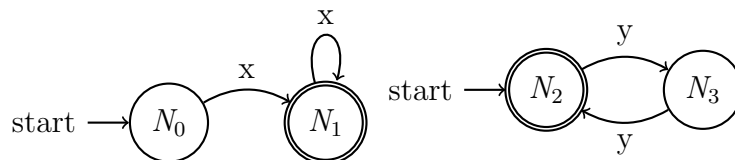
Konstruieren sie den endlichen Automaten  $(A_1^* \cdot A_2)$  mit den Mitteln die sie aus der Vorlesung kennen.

- b) Gegeben seien die folgende Endlichen Automaten

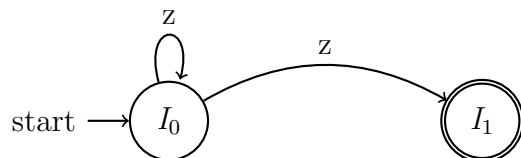
$$A_1 = (\{x, y, z\}, \{N_0, N_1, N_2, N_3\}, \{N_0, N_2\}, \delta_1 \text{ siehe Graph}, \{N_1, N_2\})$$

$$A_2 = (\{x, y, z\}, \{I_0, I_1\}, \{I_0\}, \delta_2 \text{ siehe Graph}, \{I_1\})$$

$A_1$



$A_2$



Konstruieren sie den endlichen Automaten  $(A_1 \cdot A_2)^*$  mit den Mitteln die sie aus der Vorlesung kennen.