

# Theoretische Informatik

**Bearbeitungsdauer:** 90 Minuten

**Seitenzahl (inkl. Deckblatt): 10**

Zweitkorrektor:

[illegible]

**Aufgabe 1 (13 Punkte)**

Gegeben sei der reguläre Ausdruck  $R = (b \cup a^*) \cdot (ba)^*$ .

- a) Geben Sie die Wörter der Sprache  $L_3 = \{w \in L(R) \mid |w| \leq 3\}$  explizit an.
- b) Geben Sie eine Chomsky-Typ-3-Grammatik  $G$  an mit  $L(G) = L(R)$ . Die Anwendung der Sonderregel für das leere Wort ist gestattet.

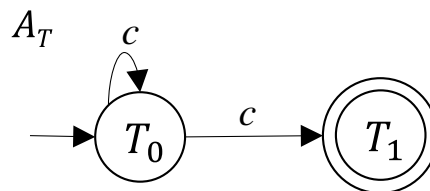
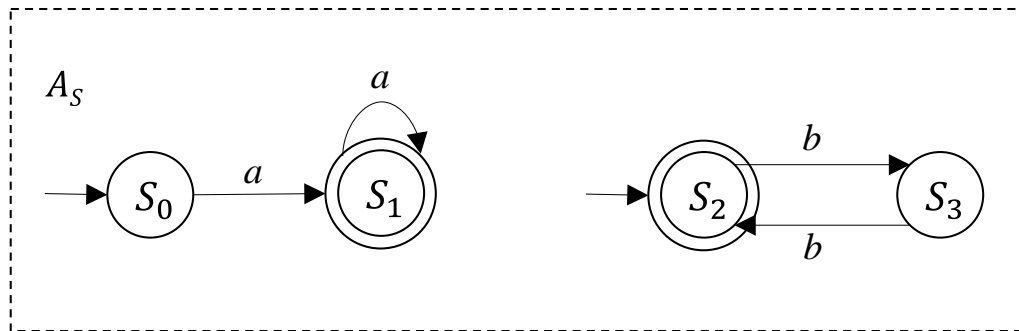
## Aufgabe 2 (13 Punkte)

Gegeben seien die endlichen Automaten

$$A_S = (\{a, b, c\}, \{S_0, S_1, S_2, S_3\}, \{S_0, S_2\}, \delta_S \text{ gemäß Graph}, \{S_1, S_2\})$$

$$A_T = (\{a, b, c\}, \{T_0, T_1\}, \{T_0\}, \delta_T \text{ gemäß Graph}, \{T_1\})$$

mit den untenstehenden Zustandsübergangsgraphen.



a) Konstruieren Sie mittels aus der Vorlesung bekannter Verfahren den endlichen Automaten

$$(A_S \cdot A_T)^*$$

Lösungshinweise:

- Das Einzeichnen der Zustandsübergangsgraphen in die Aufgabenstellung ist gestattet.
- Die Angabe des Tupels ist nicht erforderlich.
- Es soll keine Minimierung der Ergebnisse vorgenommen werden.

b) Geben Sie einen regulären Ausdruck  $R$  an mit  $L(R) = L(A_S)$ .

**Aufgabe 3 (15 Punkte)**

Weisen Sie nach, dass die Sprache  $L = \{a^j b^k a^n \mid j \in \mathbb{N}_0; k, n \in \mathbb{N}; k < n\}$  nicht regulär ist.

**Aufgabe 4 (12 Punkte)**

Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten an, welcher die Sprache

$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = a^j b^k \text{ mit } j, k \in \mathbb{N} \text{ und } |w| \text{ gerade}\}$   
akzeptiert.

**Aufgabe 5 (14 Punkte)**

Gegeben sei folgende Grammatik  $G = (\{R, S, T\}, \{a, b\}, S, \{S \rightarrow \varepsilon \mid T, T \rightarrow b \mid R, R \rightarrow baR|a\})$

Konstruieren Sie den  $G$  zugeordneten endlichen Automaten.

- Machen Sie alle wesentlichen Konstruktionsschritte deutlich.
- Tupel von Zwischenergebnissen müssen nicht angegeben werden.
- Die Sonderregel zum leeren Wort darf verwendet werden.

**Aufgabe 6 (14 Punkte)**

Gegeben sei die Grammatik

$$G = (\{a, b, c\}, \{A, B, C, D, E\}, C, \{A \rightarrow a, B \rightarrow b|c, C \rightarrow DE, D \rightarrow ADA|A, E \rightarrow BE|B\}).$$

a) Geben Sie eine Rechtsableitung an, bei welcher jede Produktion von  $G$  mindestens einmal verwendet wird und das erzeugte Wort in  $L(G)$  ist.

b) Geben Sie zu Ihrer Ableitung aus a) den Strukturbaum an.

c) Welche Sprache  $L(G)$  wird durch  $G$  erzeugt? (textuelle Beschreibung erlaubt)

d) Geben Sie den speziellsten Chomsky-Typ der Sprache  $L$  an.

**Aufgabe 7 (13 Punkte)**

Geben Sie für die Sprache  $L = \{a^{2m}b^nd^ne^mf^l \mid m, n \in \mathbb{N}, l \in \mathbb{N}_0\}$  einen deterministischen Kellerautomaten  $K$  in Form seines Zustandsübergangsgraphen an, mit  $L(K) = L$ .

Das Kellerstartsymbol sei \$.

Die Angabe des Tupels ist nicht erforderlich.



**Aufgabe 8 (7 Punkte)**

Gegeben sei folgende Sprache  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ beginnt mit } a \text{ und endet mit } b\}$ .  
Geben Sie einen Turingautomat  $T$  an, der die Sprache  $L$  akzeptiert.

## Aufgabe 9 (9 Punkte)

In der Lehrveranstaltung haben wir für Keller- und Turingautomaten definiert, was *Konfigurationen* und *Konfigurationsübergänge* sind. Auf dieser Basis konnten wir allgemein definieren, welches die akzeptierte Sprache dieser Automaten ist. Und wir konnten z.B. die Verarbeitung eines gegebenen Eingabeworts durch einen Automaten konkret als Folge von Konfigurationsübergängen beschreiben.

Betrachten Sie nun folgende Definitionen:

Gegeben sei ein deterministischer endlicher Automat  $A = (X, S, s_0, \delta, F)$ .

Eine **Konfiguration** des deterministischen endlichen Automaten  $A$  ist ein Tupel  $(s, u)$ . Dabei bezeichnet  $s \in S$  den aktuellen Zustand und  $u \in X^*$  die auf dem Eingabeband liegende Resteingabe. Der Lesekopf steht immer über dem ersten Symbol von  $u$ .

Für ein Wort  $w \in X^*$ , welches  $A$  als Eingabe erhält, heißt  $(s_0, w)$  **Startkonfiguration**.

Seien  $s, t \in S, x \in X, u, v, w \in X^*$ .

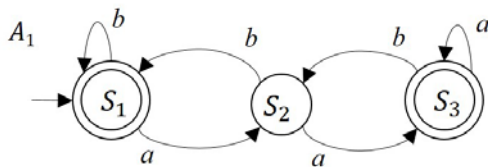
Gilt  $\delta(s, x) = t$ , dann bezeichnet  $(s, xw) \rightarrow (t, w)$  einen **Konfigurationsübergang**.

Entsteht aus der Konfiguration  $(s, u)$  durch beliebig viele Konfigurationsübergänge die Konfiguration  $(t, v)$  so notieren wir dies als  $(s, u) \xrightarrow{*} (t, v)$ .

- a) Gegeben sei der folgende deterministische endliche Automat

$$A_1 = (\{a, b\}, \{S_1, S_2, S_3\}, S_1, \delta \text{ gem. Graph}, \{S_1, S_3\}).$$

Geben Sie – unter Berücksichtigung obiger Definitionen – die ersten vier Konfigurationsübergänge an, welche  $A_1$  für das Inputwort  $w = baababba$  durchläuft:



- b) Definieren Sie auf Basis obiger Definitionen für einen gegebenen endlichen deterministischen Automat  $A = (X, S, s_0, \delta, F)$  nun den Begriff der *akzeptierten Sprache*  $L(A)$  in mengentheoretischer Form.

$$L(A) =$$