

Kontextfreie Sprachen

Definition Definition

Eine **Grammatik** ist ein Tupel (N, T, S, P) wobei

N : Alphabet der **nichtterminalen** Symbole

T : Alphabet der **terminalen** Symbole (mit $T \cap N = \emptyset$)

S : Startsymbol $\in N$

P : Produktionen $\subset (N \cup T)^+ \times (N \cup T)^*$

Definition Chomsky Hierarchie

Typ 0: Keine Bedingung

Typ 1: Für alle Produktionen $\alpha \rightarrow \beta$ gilt: $\alpha, \beta \in (N \cup T)^+$ und $|\alpha| \leq |\beta|$

Typ 2: Für alle Produktionen $\alpha \rightarrow \beta$ gilt: $\beta \in (N \cup T)^+$ und $\alpha \in N$

Typ 3: Für alle Produktionen $\alpha \rightarrow \beta$ gilt: $\alpha \in N$ und $\beta = tB$, wobei $t \in T^*$ und $B \in N \cup \{\epsilon\}$ und $\beta \neq \epsilon$.

Sonderregel Leeres Wort:

Zusätzlich wird die Produktion

$$S_{neu} \rightarrow \epsilon \mid S_{alt}$$

erlaubt um das Leere Wort zuzulassen.

Definition Normalformen

Typ	3	2	1	0
$A \rightarrow \epsilon$				×
$A \rightarrow t$	×	×	×	×
$A \rightarrow tB$	×			×
$A \rightarrow BC$		×	×	×
$AB \rightarrow CD$			×	×

Aufgabe 1

Geben sie die Produktionen einer Typ-2 Grammatik G an, mit $L(G) =$

a)

$$\{a^n b^n c^m d^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$$

b)

$$\{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \in \mathbb{N}\}$$

c)

$$\{a^n b^m a^n \mid n, m \in \mathbb{N}\}$$

d)

$$\{a^{2n} b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$$

e)

$$\{a^m b^n \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}_0, m > n\}$$

f)

$$\{a^m b^n c^i \mid m \in \mathbb{N}_0, n, i \in \mathbb{N}, m + n = i\}$$

g)

$$\{a^m c^i b^n \mid m \in \mathbb{N}_0, n, i \in \mathbb{N}, m + n = i\}$$

h)

$$\{a^m b^n c^i d^{m+n+k+i+j} e^k \mid m, n, i, j, k \in \mathbb{N}\}$$

Aufgabe 2

Sei $L = \{a^n b^{2n} c^m \mid n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}_0\}$.

a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit $L(G) = L$.

b) Leiten sie untere Angabe aller Verfahrensschritte die Normalform von G ab.

Aufgabe 3

Sei $L = \{a^n b^{m+n} c^k (de)^{m+k} \mid n, w, k \in \mathbb{N}\}$.

a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit $L(G) = L$.

b) Leiten sie untere Angabe aller Verfahrensschritte die Normalform von G ab.

Aufgabe 4

Sei $L = \{a^{2m} b^n d^n e^m f^l \mid m, n \in \mathbb{N}, l \in \mathbb{N}_0\}$.

a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit $L(G) = L$.

b) Leiten sie untere Angabe aller Verfahrensschritte die Normalform von G ab.

Aufgabe 5

Sei $L = \{(ab)^m c^n \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}_0, m > n\}$.

- a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit $L(G) = L$.
- b) Leiten sie untere Angabe aller Verfahrensschritte die Normalform von G ab.

Aufgabe 6

Für ein Wort $w \in X^*$ mit $w = w_0, w_1, \dots, w_n$ sei $rev(w) := w_n, \dots, w_1, w_0$.

Sei $L = \{a^i w a^k rev(w) \mid i \in \mathbb{N}_0, k \in \mathbb{N}, w \in \{b, c\}^+\}$.

- a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit $L(G) = L$.
- b) Leiten sie untere Angabe aller Verfahrensschritte die Normalform von G ab.