

Theoretische Informatik

Hilfsmittel: selbstgefertigte Unterlagen (8 Seiten),
mathematische Formelsammlung,
Taschenrechner (nicht programmierbar)

Bearbeitungsdauer: 90 Minuten

Seitenzahl (inkl. Deckblatt): 11

Name: _____

Vorname: _____

Geburtsdatum: _____

Matrikelnummer: _____

Unterschrift des Prüflings: _____

Note:

Namenszeichen:

Zweitkorrektor:

= inkl. Lösungen =

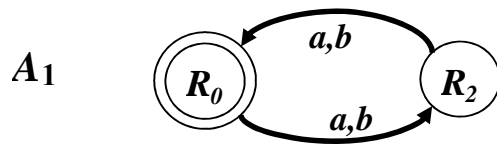
Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Σ
mögliche Punkte	12	12	24	18	9	11	10	96
erreichte Punkte								

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Gegeben seien folgende endliche Automaten A_1, A_2, A_3 über dem Alphabet $X = \{a, b\}$ in Form ihrer Zustandsübergangsgraphen.

a) Beantworten Sie für jeden der drei Automaten $A_i, 1 \leq i \leq 3$, folgende Fragen:

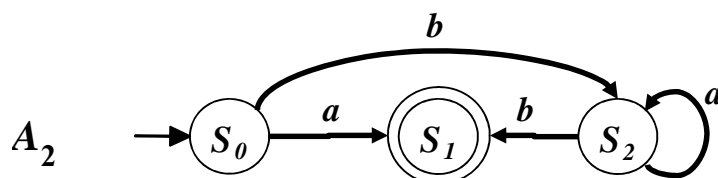
- i. Ist der Automat A_i deterministisch? Begründen Sie.
- ii. Falls $L(A_i)$ nicht leer: Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die vom Automaten akzeptierte Sprache beschreibt.
- iii. Enthält $L(A_i)$ das leere Wort? Begründen Sie.



(i) nein, kein Startzustand

(ii) —

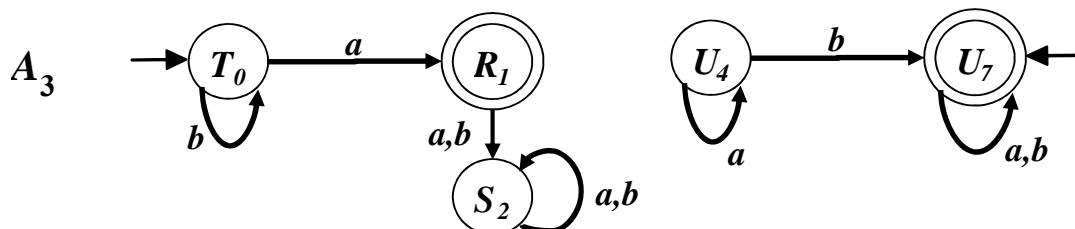
(iii) Nein, da $L(A_1) = \emptyset$



(i) nein, da aus S_1 keine Kanten herausführen

(ii) $a \cup ba^*b$

(iii) nein, da Startzustand kein Endzustand



(i) nein, da 2 Startzustände

(ii) $b^*a \cup (a \cup b)^* \equiv (a \cup b)^*$

(iii) ja, da U_7 Start- und Endzustand

Aufgabe 2 (12 Punkte)

Gegeben sei folgender regulärer Ausdruck $R = (a \cup b)^*$

- (a) Konstruieren Sie auf Basis der aus der Vorlesung bekannten Konstruktionsverfahren aus den gegebenen zwei elementaren endlichen Automaten

$$A_1 = (\{a, b\}, \{R_0, R_1\}, \{R_0\}, \delta_1 \text{ gemäß Graph } A_1, \{R_1\}),$$

$$A_2 = (\{a, b\}, \{S_0, S_1\}, \{S_0\}, \delta_2 \text{ gemäß Graph } A_2, \{S_1\}),$$

den Zustandsübergangsgraphen des *nicht*deterministischen endlichen Automaten A_3 mit $L(A_3) = L(R)$.

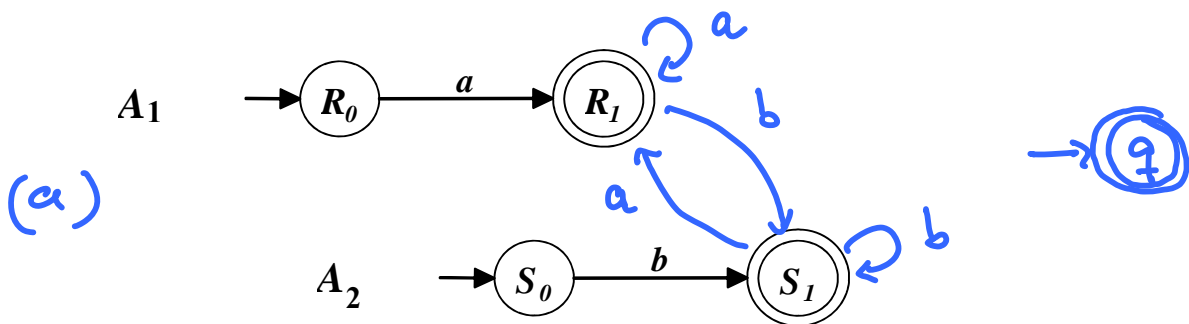
Geben Sie für A_3 zusätzlich

- (b) die Zustandsübergangstabelle und
(c) das Tupel

an

Lösungshinweise:

- Den Zustandsübergangsgraphen für A_3 dürfen Sie direkt in die gegebenen Graphen einzeichnen.
- Zwischenergebnisse müssen nicht getrennt gezeichnet werden.
- Es soll keine Minimierung bzw. Optimierung der (Zwischen-)Ergebnisse vorgenommen werden.



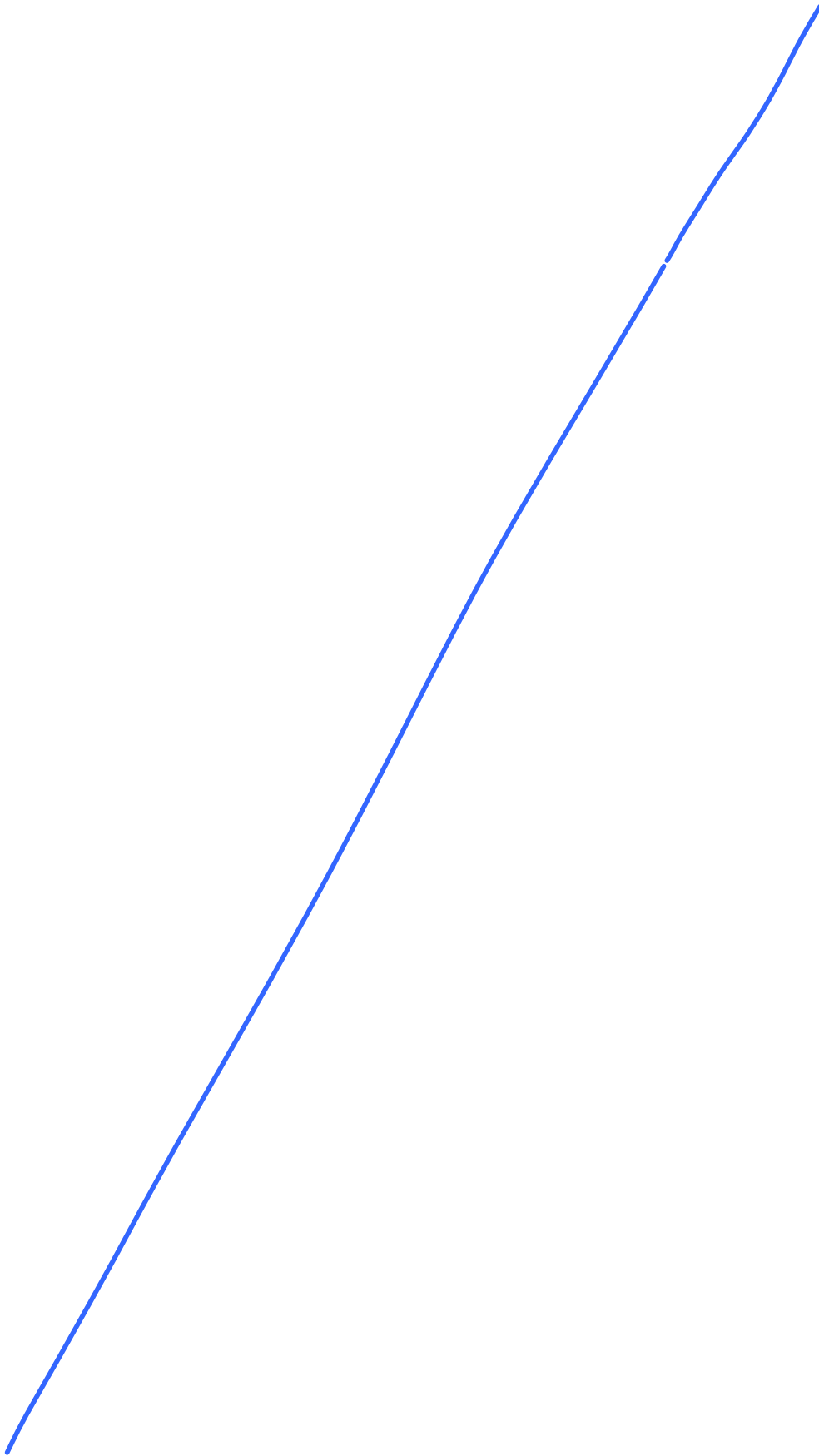
(b)

	a	b
R_0	$\{R_1\}$	$\{\}$
R_1	$\{R_1\}$	$\{S_1\}$
S_0	$\{\}$	$\{S_1\}$
S_1	$\{R_1\}$	$\{S_1\}$
q	$\{\}$	$\{\}$

(c)

$(\{a, b\},$
 $\{R_0, R_1, S_0, S_1, q\},$
 $\{R_0, S_0, q\},$
 $\delta \text{ gemäß Tabelle,}$
 $\{R_1, S_1, q\})$

(Fortsetzung Aufgabe 2)



Aufgabe 3 (24 Punkte)

Gegeben seien die untenstehenden endlichen Automaten A_1 und A_2 in Form ihrer Zustandsübergangsgraphen.

Konstruieren Sie systematisch auf Basis der aus der Vorlesung bekannten Konstruktionsverfahren aus A_1 und A_2 einen minimalen Automaten A , mit $L(A) = L(A_1) \cdot L(A_2)$.

(a) Geben Sie zunächst an, welche Konstruktionsverfahren in welcher Reihenfolge auszuführen sind.

(i) bilde $A_1 \cdot A_2$ (ist nicht det.)

(ii) bilde $(A_1 \cdot A_2)^d$

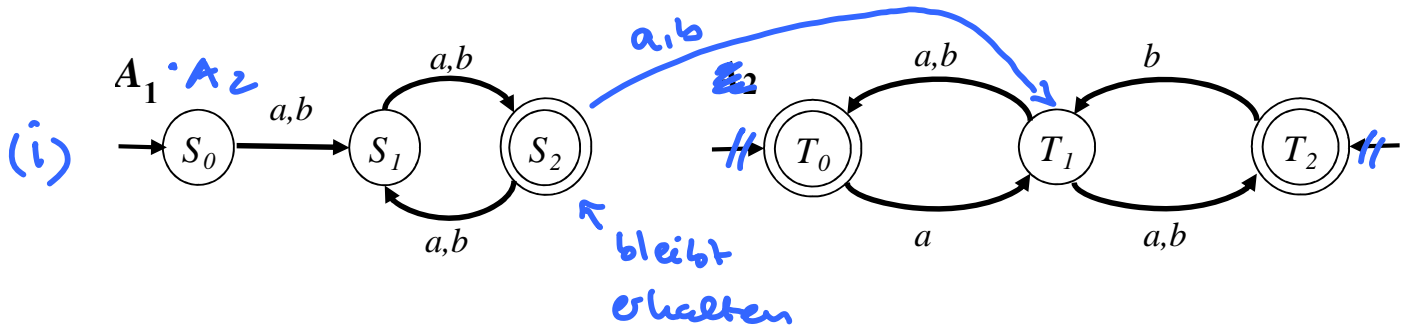
(iii) minimiere $(A_1 \cdot A_2)^d$ (zusammenhängend machen, reduzieren)

(b) Führen Sie die Konstruktionen durch.

Machen Sie die dabei nach jedem Verfahren entstehenden Zwischenergebnisse deutlich.

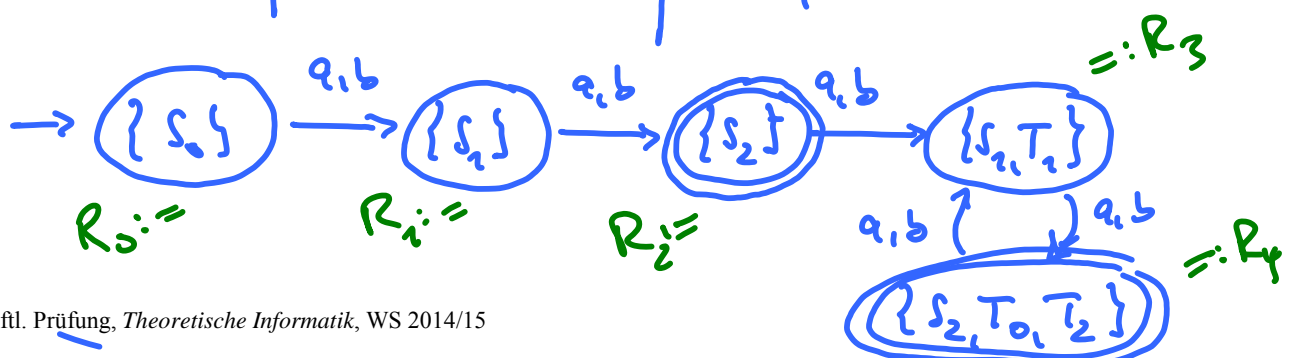
Geben Sie den Ergebnisautomaten A in Form seines Zustandsübergangsgraphen an.

Hinweis: Sie dürfen hierbei die gegebenen Zustandsübergangsgraphen direkt verwenden.



(ii)

	$\bigcup_{A_1 \cdot A_2}^d$	a	b
\rightarrow	$\{S_0\}$	$\{S_1\}$	$\{S_1\}$
	$\{S_1\}$	$\{S_2\}$	$\{S_2\}$
\odot	$\{S_2\}$	$\{S_1, T_1\}$	$\{S_1, T_1\}$
	$\{S_1, T_1\}$	$\{S_2, T_0, T_2\}$	$\{S_2, T_0, T_2\}$
\odot	$\{S_2, T_0, T_2\}$	$\{S_1, T_1\}$	$\{S_1, T_1\}$

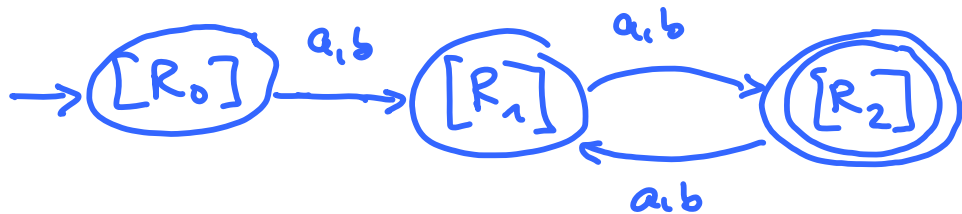


(Fortsetzung Aufgabe 3)

	v_0	v_1	v_2	a	v_0	v_1	b	v_0	v_1
R_0	1	1	1	R_1	1	2	R_1	1	2
R_1	1	2	2	R_2	2	3	R_2	2	3
R_2	2	3	3	R_3	1	2	R_3	1	2
R_3	1	2	2	R_4	2	3	R_4	2	3
R_4	1	3	3	R_3	1	2	R_3	1	2
	$v_1 = v_2 = v$								

$$[R_0] = \{R_0\} \quad [R_1] = \{R_1, R_3\} \quad [R_2] = \{R_2, R_4\}$$

A :

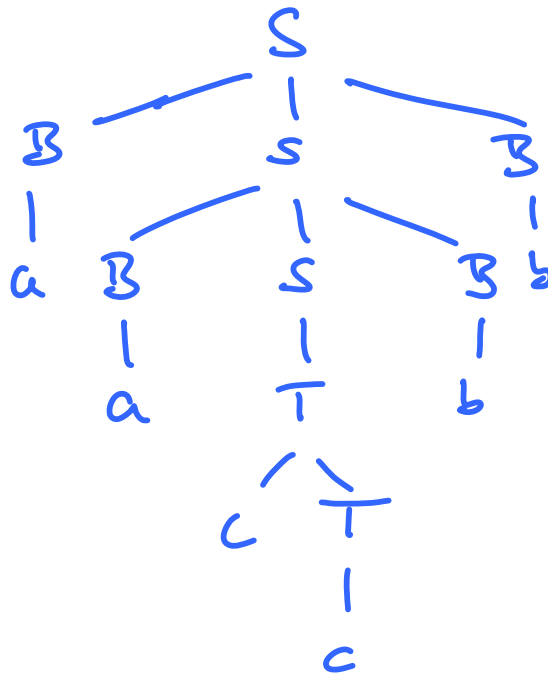


Aufgabe 4 (18 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (\{S, T\}, \{a, b, c\}, S, \{S \rightarrow BSB \mid T, B \rightarrow a \mid b, T \rightarrow cT \mid c\})$.

(a) Geben Sie eine Ableitung sowie den zugehörigen Strukturbaum für das Wort aaccbb an.

$$\begin{aligned}
 S &\Rightarrow BSB \Rightarrow BBSB \Rightarrow aBSB \Rightarrow aBSb \\
 &\Rightarrow aBTb \Rightarrow aaTb \Rightarrow aacTb \\
 &\Rightarrow aaccb \Rightarrow aaccbb
 \end{aligned}$$



(b) Beschreiben Sie die Sprache $L(G)$ in mengentheoretischer Form.

$$\begin{aligned}
 L(G) = \{ w \in \{a, b, c\}^+ \mid w = uc^n v, n \in \mathbb{N}, \\
 u, v \in \{a, b\}^*, \\
 |u| = |v| \}
 \end{aligned}$$

(Fortsetzung Aufgabe 4)

Gegeben sei weiterhin die Grammatik $G = (\{S, T\}, \{a, b, c\}, S, \{S \rightarrow BSB \mid T, B \rightarrow a \mid b, T \rightarrow cT \mid c\})$.

(c) Normalisieren Sie die Grammatik G . Machen Sie deutlich, welche Produktionen in der normalisierten Grammatik G_{NF} enthalten sind.

Schritt 1: $[T_a \rightarrow a \quad T_b \rightarrow b] \quad \underline{T_c \rightarrow c}$

$T \rightarrow cT : \quad \underline{T \rightarrow T_c T}$

Schritt 2: $S \rightarrow BSB : \quad \underline{S \rightarrow BS_1} \quad \underline{S_1 \rightarrow SB}$

Schritt 3: $S \rightarrow T : \quad S \Rightarrow T \Rightarrow c \quad \underline{S \rightarrow c}$
 $\Rightarrow T_c T \quad \underline{S \rightarrow T_c T}$

(d) Erweitern Sie die Grammatik G zu einer Typ-2-Grammatik G' für die gilt: $L(G') = L(G) \cup \{\varepsilon\}$.

Geben Sie für G' nur die Produktionsmenge an.

$P' = \{S' \rightarrow S, S' \rightarrow \varepsilon\}$
 $\cup \{S \rightarrow BSB \mid T, B \rightarrow a \mid b, T \rightarrow cT \mid c\}$
 $S' \text{ ist neues Startsymbol} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{= P_G}$

Aufgabe 6 (11 Punkte)

! Anzahl a's und b's
- gleiche Anzahl c's

Gegeben sei die Sprache $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w = a^{m-1}b^3c^{m+2}; m \in \mathbb{N}, m > 1\}$.

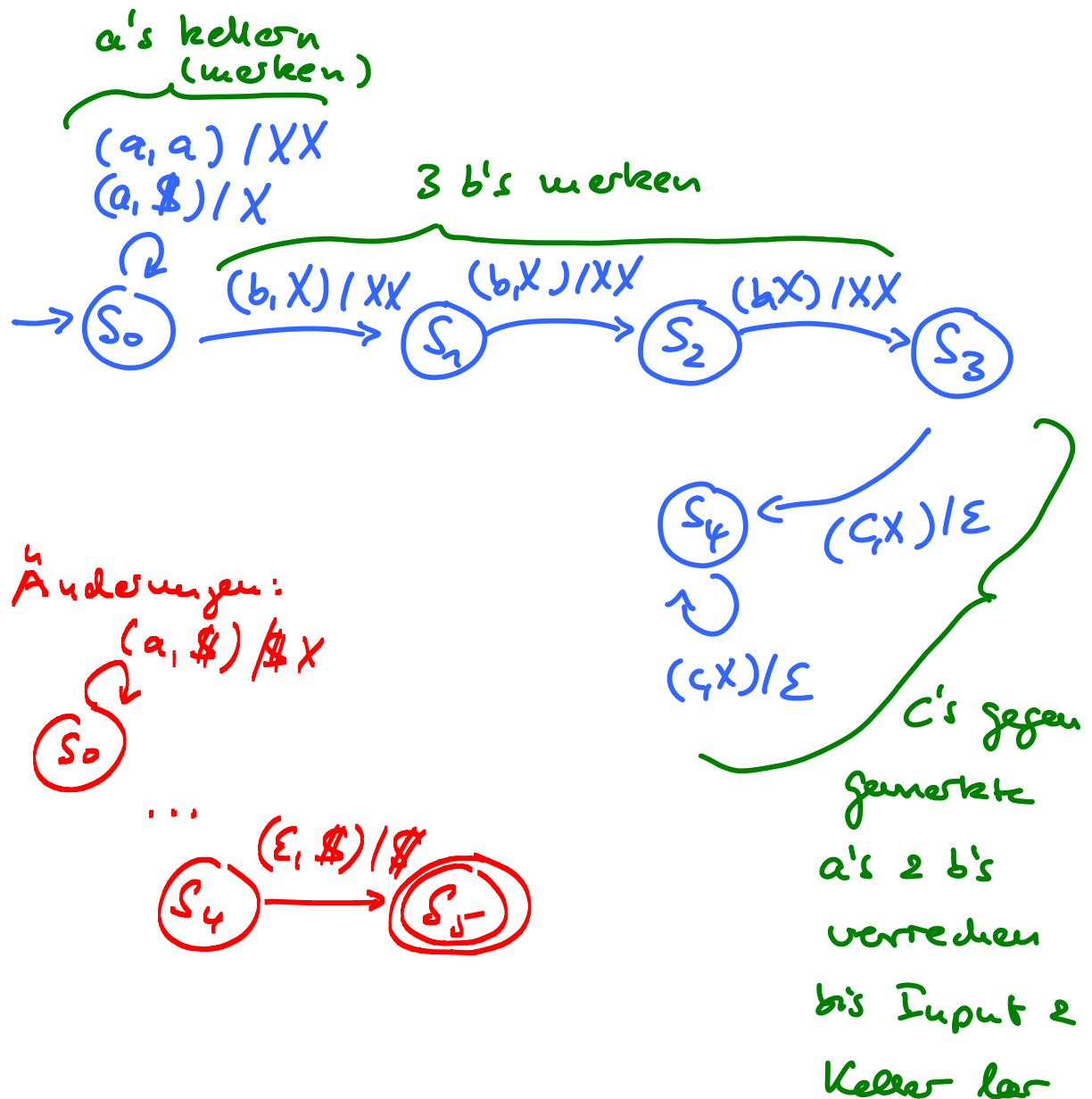
Geben Sie den Zustandsübergangsgraph eines deterministischen Kellerautomaten an, der L akzeptiert.

$\$$ sei das Kellerstartsymbol.

Geben Sie hier an, welches Akzeptanzkriterium Sie wählen:

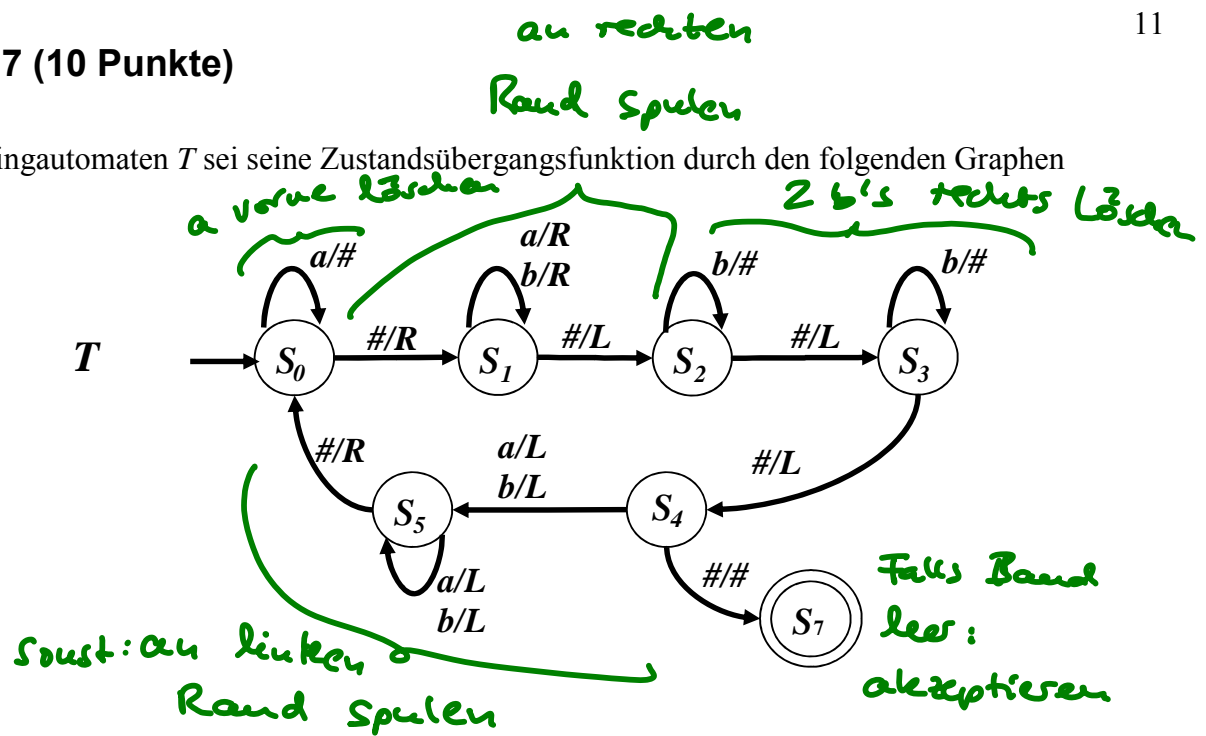
☒ über Endzustand

☒ über leerem Keller



Aufgabe 7 (10 Punkte)

Für den Turingautomaten T sei seine Zustandsübergangsfunktion durch den folgenden Graphen spezifiziert:



a) Geben Sie die Konfigurationsfolge für die Bearbeitung des Wortes $w = abbb$ an.

$(S_0, \varepsilon, abbb)$
 $\rightarrow (S_0, \varepsilon, \# bbb) \rightarrow (S_1, \varepsilon\#, bbb)$
 $\rightarrow (S_1, b, bb) \rightarrow (S_1, bb, b) \rightarrow (S_1, bbb, \#)$
 $\rightarrow (S_2, bb, b) \rightarrow (S_2, bb, \#)$
 $\rightarrow (S_3, b, b) \rightarrow (S_3, b, \#)$
 $\rightarrow (S_4, \#, b) \rightarrow (S_5, \#, \#b)$
 $\rightarrow (S_0, \#, b) \quad \text{STOP} \quad abbb \notin L(T)$

b) Welche Sprache akzeptiert T ? Geben Sie diese in mengentheoretischer Form an.

$$L(T) = \{a^n b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$$