L13 IIR数字滤波器

> 优点：边缘频率准确，可利用模拟滤波器，结构存在反馈，阶次更低。

> 缺点：相位非线性，稳定性。

计算方法

- 1.把数字滤波器指标 ω_p, ω_{st}， A_p， A_{st} 转换成模拟滤波器指标 Ω_p， Ω_s， A_p， A_{st}

  $\Omega = \omega/T$

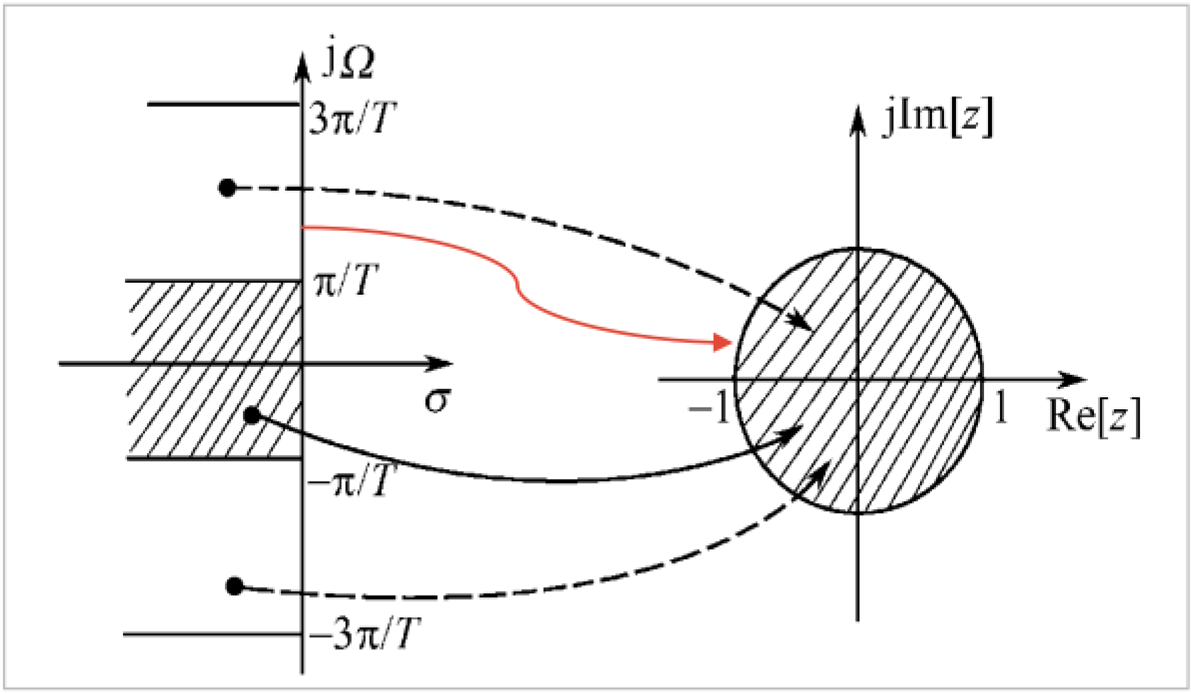
  $A_p = 20log(1-\delta_1)$

  $A_{st} = 20log(\delta_2)$

- 2.转换成模拟低通滤波器指标
- 3.查表得模拟低通滤波器原型 $H_p(s)$
- 4.得到模拟滤波器 $H_a(s)$
- 5.得到数字滤波器 $H(z)$

冲激响应不变法

> 时域-对模拟滤波器的单位冲激响应进行抽样(时域特性逼近好)，多值映射



s平面　　z平面

步骤

- 已知模拟滤波器系统函数 $H_a(s)$ （部分分式形式）

- 拉普拉斯反变换得单位冲激响应 $h_a(t) = L^{-1}[H_a(s)]$
- 保证冲激响应不变 $h(n) = h_a(t)|_{t=nT}$
- z变换得数字滤波器 $H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) z^{-n}$

形式

$$H_a(s) = \sum_{k=1}^{N} \frac{A_k}{s - s_k} \rightarrow H(z) = \sum_{k=1}^{N} \frac{A_k}{1 - e^{s_k T} z^{-1}}$$

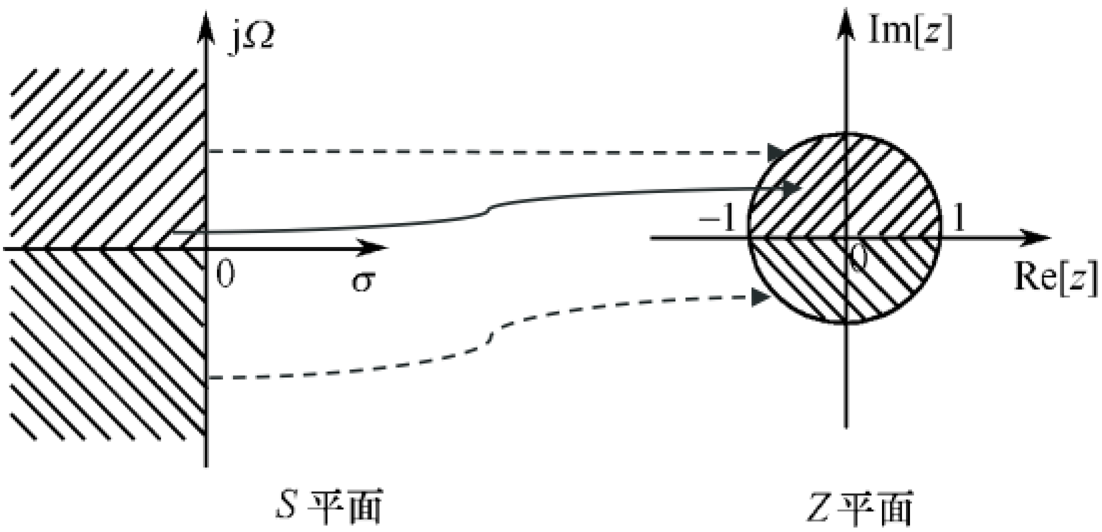
tip: 注意频谱混叠现象 $\Omega < \Omega_s/2 = \frac{\pi}{T}$ ，不适合高通/带阻数字滤波器

双线性变换法

> 变换域-单一映射

$$s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

$$\Omega = \frac{2}{T} tan(\frac{\omega}{2})$$



- *Butterworth*滤波器原型$H_a(s) = \frac{1}{s+1}, (n = 1)$
- 阶数$n \geq \frac{log_{10}(\frac{10^{-0.1A_s}-1}{\epsilon^2})}{2log_{10}(V_s)}, V_s = \frac{\Omega_{st}}{\Omega_p}$

映射关系表

类型	映射	截止频率
低通	$\frac{s}{\Omega_c}$	Ω_c
高通	$\frac{\Omega_c}{s}$	Ω_c

类型	映射	截止频率
带通	$\frac{s^2+\Omega_l\Omega_h}{s(\Omega_h-\Omega_l)}\Omega_c$	Ω_l, Ω_h
带阻	$\frac{s(\Omega_h-\Omega_l)}{s^2+\Omega_l\Omega_h}\Omega_c$	Ω_l, Ω_h