

1. 图像基础

1.1. 医学成像

- 清晰度排序: CT>MRI>PET pet分辨率低 mri软组织清晰

1.1.1. PET/SPECT

gamma 射线

- 放射性核素-正电子-湮灭 功能

1.1.2. CT

x-ray

结构

- 不同组织吸收程度不同
- 接收透过的x射线-转变为可见光-光电转换-模数转换

1.1.3. 荧光显微镜

紫外线

1.1.4. 温度检测/人脸识别

红外线

1.1.5. MRI

无线电波

无电离辐射,有 射频热效应-软组织

- 特定频率的射频脉冲-氢质子磁共振-弛豫过程产生MR信号

1.2. 视觉

人眼感知亮度不是光强度的简单函数

- 亮度适应
- 亮度辨别

1.3. 数字图像

1.3.1. 取样和量化

- 取样精度:单位距离线对数/单位距离点数dpi(dots per inch)
- 空间分辨率:=视场(目标图像的大小)/点数
- 量化精度:灰度级数 $L = 2^k$, $f(x, y) \in [0, L - 1]$

- 灰度比特 k , 动态范围:灰度跨越的值域, 饱和度: 灰度最大值(超过被裁减), 对比度: 最高与最低灰度级之间的灰度差

1.3.2. 图像内插

放大/收缩/旋转/几何校正

- 已知估计未知
- 最近邻(周围四个点)/双线性(周围四个点)/双三次(周围 4×4)

1.3.3. 邻接性

- 4邻域 $N_4(p)$ /对角邻域 $N_D(p)$ /8邻域 $N_8(p)$ /m邻域(4邻接or对角邻接and4邻域交集全部非值域内)
- 邻接性 = 像素位置的邻接性 + 像素灰度值的邻接性(要先定义值域)
- -连通性:通路/闭合通路/连通分量/连通集-> 区域/边界/前景/背景

1.3.4. 距离

- 欧氏距离Euclidean $D_e(x, y) = \sqrt{(x - s)^2 + (y - t)^2}$
- 城市街区距离Manhattan $D_4(x, y) = |x - s| + |y - t|$
- 棋盘距离 $D_8(x, y) = \max(|x - s|, |y - t|)$
- 明可夫斯基距离Minkowski $d(x, y) = \sqrt[q]{|x_1 - y_1|^q + \dots}$
- 马氏距离Mahalanobis $d(x, y) = \sqrt[q]{\omega_1 |x_1 - y_1|^q + \dots}$

非负性(仅相同点间为0)/互换性 $D(p, q) = D(q, p)$ / $D(p, q) \leq D(p, x) + D(x, q)$

1.4. 噪声 (来源与背景)

1.4.1. 随机噪声

- 高斯噪声

自身噪声/传感器过热/视场不够明亮

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(z-\mu)^2 / 2\sigma^2}$$

- 泊松噪声
- 乘性噪声
- 椒盐噪声

感应器干扰

- 瑞利噪声

雷达波段

PDF略,不想记了, 考到算我输

- 伽马噪声

激光成像 $b = 1$ 指数分布噪声

- 均匀分布噪声

量化误差

1.4.2. 周期噪声

2. 图像分析方法

2.1. 空间域

2.1.1. 点运算增强

2.1.1.1. 阈值变换

2.1.1.2. 灰度反转

增强嵌入在一幅图像的暗区域中的白色或灰色细节

2.1.1.3. 对数变换

$$s = T[r] = c \log(1 + r)$$

- C控制最大输出灰度值
- 拉伸暗区域/压缩亮区域 应用: 傅里叶频谱的显示

2.1.1.4. 伽马变换

$$s = T[r] = cr^\gamma$$

- $\gamma < 1$ 扩展暗色灰度级-变亮
- $\gamma > 1$ 扩展亮色灰度级-变暗

2.1.2. 分段线性变换(点运算增强)

灵活, 参数复杂

2.1.2.1. 对比度拉伸

三折曲线

2.1.2.2. 灰度分层

突出/降低特定灰度范围

2.1.2.3. 比特平面分层

非线性-像素比特位数抽取

2.1.3. 直方图(大题)

只包含图像灰度分布情况, 失去像素位置信息

- 概率密度函数PDF = $P_r(r_k)$
- 累积分布函数CDF = $F_r(r_k)$

2.1.3.1. 直方图均衡化

目标函数: 单增+输入输出同一灰度范围 $s = (L-1) \int_0^r p_r(\omega) d\omega$ $s_k = (L-1) \sum_{j=0}^r p_r(r_j)$

- 非线性, 灰度级可能减少, 图像细节可能丢失, 不适用于直方图高峰图像

2.1.3.2. 直方图规定化

可保留直方图的一般形状同时扩大某灰度范围-防止最大噪声的灰度级大大扩展

- 分别将原直方图与目标直方图均衡化-取整-对于任一 s_k 找 $|v_q - s_k|$ 最接近0的整数 q

2.1.3.3. 局部直方图处理

2.1.4. 空间滤波

掩模子中的值是系数值不是灰度/形状任意 相关/卷积(翻转) 相关+阈值->寻找某种特定图像 先平滑去噪, 再锐化

- 边界处理
 - 舍弃边缘像素点-越处理越小
 - 边缘外圈补零
 - 边缘外圈补边缘点像素值
 - replicate:补最近的边缘像素值
 - symmetric:边界对称
 - circular:补对边边界值(假设周期性)

2.1.4.1. 线性滤波

2.1.4.1.1. 平滑空间滤波

低通/所有系数为正/和为1 通常要求行列数为奇数以保证中心定位性能

- 盒装滤波器(所有系数相等)
 - 四邻域均值
 - 3*3均值
 - 特点: 半径越大,平滑的像素点越多,信噪比提升越大,平滑效果更好,更模糊
- 加权平均滤波器
 - 高斯
 - 特点: 保留边缘细节

$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 4 & 2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

2.1.4.1.2. 锐化空间滤波

- 一阶算子 对灰度阶梯有较强响应/通常产生较宽边缘/主要用于提取边缘
 - 梯度模量增强 $M(x, y) = \text{mag}(\nabla f) = [g_x^2 + g_y^2]^{1/2}$ 非线性算子,各向同性(与梯度算子 $\nabla f = [\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}]^T$ 比较: 线性算子,非各向同性) 不同近似方法:
 - 基本梯度算子

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Roberts算子-斜线突出: 边缘定位准, 对噪声敏感

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Sobel梯度算子-横竖线突出 奇数核方便卷积运算/权重2突出中心点/可能有负值or溢出灰度级需调整 多用于工业检测/辅助人工检测缺陷/自动检测预处理

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & -2 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- Prewitt梯度算子

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & -2 & 0 & 2 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- 二阶算子 对细节(细线/孤立点)较强响应/对灰度阶梯产生双响应
 - 拉普拉斯算子 负值:用0代替/统一标定

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & -4 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & -8 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$g(x, y) = f(x, y) + \nabla^2 f(x, y) \text{ 掩膜中心系数为正}$$

- tips
 - 高提升滤波: 加系数
 - 钝化掩蔽(非锐化掩蔽):原图+(原图-平滑后模糊图像)[锐化模板] 完整保留高频成分(出版业)

2.1.4.2. 非线性滤波

- 中值滤波器 平滑去噪(椒盐噪声)
 - 对于一些细节(点/线/尖顶)多的图像不宜采用中值滤波
 - 非线性可能改变图像性质-医学不接受
- 最大值滤波器 寻找图像中亮点/腐蚀亮区相邻的暗区
- 最小值滤波器 寻找图像中的暗点/腐蚀暗区相邻的亮区

2.2. 频率域

2.2.1. 傅里叶变换

- 一维 $F(\mu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j2\pi\mu t} dt$ $f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\mu)e^{j2\pi\mu t} d\mu$ $F(u) = \sum_0^{M-1} f(x)e^{-j2\pi ux/M}$
 $f(x) = \frac{1}{M} \sum_0^{M-1} F(u)e^{j2\pi ux/M}$
- 二维 $F(\mu, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)e^{-j2\pi(\mu x + v y)} dx dy$ $f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\mu, v)e^{j2\pi(\mu x + v y)} d\mu dv$

fftshift-中间低频, 周围高频 $F(u - \frac{M}{2}, v - \frac{N}{2})$ 相当于 $f(x, y)(-1)^{x+y}$ 幅度谱/相位谱/功率谱

物体在空间的移动, 相当于频域相位移动 利用共轭对称进行部分傅里叶重建

- 性质
 - 可分性 $F(u, v) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} F(x, v)e^{-j2\pi ux/M}$
 - 平均值 $\bar{f}(x, y) = \frac{1}{MN} F(0, 0)$
 - 对称性/周期性 $|F(u, v)| = |F(-u, -v)|, F(u, v) = F(u + k_1 M, v + k_2 N)$
 - 卷积性
 - 一起旋转
- 滤波 $f(x, y)(-1)^{x+y} \rightarrow F(u, v) \rightarrow H(u, v)F(u, v) \rightarrow g(x, y)(-1)^{x+y}$

2.2.2. 频域图像平滑

- 理想低通滤波器

$$H(u, v) = \begin{cases} 1, & D(u, v) \leq D_0 \\ 0, & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

有振铃现象/物理不可实现

- 巴特沃斯低通滤波器 $H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$ 模糊程度减少, 对噪声的过滤不如ILPF
- 高斯低通滤波器 $H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2D_0^2} \Rightarrow \text{推导} \Rightarrow H(u) = Ae^{-u^2/2\sigma^2} \rightarrow h(x) = \sqrt{2\pi}\sigma A^{-2\pi^2\sigma^2 x^2}$

2.2.3. 频域图像锐化

- 理想高通 略
- 巴特沃斯高通 $H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u, v)]^{2n}}$
- 高斯高通滤波器 $H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u, v)/2D_0^2}$
- 频域拉普拉斯 $\nabla^2 f(x, y) \rightarrow -[(u - M/2)^2 + (v - N/2)^2]F(u, v)$

2.2.4. 同态滤波

不均匀背景

$f(x, y) \rightarrow \ln \rightarrow DFT \rightarrow H(u, v) \rightarrow IFFT \rightarrow \exp \rightarrow g(x, y)$ H:适当增强高频, 抑制低频

2.3. 形态学

数学基础: 集合论 结构元: 任意大小/任意性质/原点任意定义-逻辑运算

2.3.1. 形态学操作

记住符号 注意反射

- 适合Fit 结构元中所有1都重合
- 击中Hit 结构元中任一1有重合
- 腐蚀-消除边界 $A \ominus B = z|(B)_z \subseteq A$
- 膨胀-扩张边界 $A \oplus B = z|(\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset$ 注意要反射(一般使用对称结构元)
- 开运算-去除孤立小店和毛刺-平滑边界 $A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$
- 闭运算-填充孔洞,连接 $A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$
- 击中击不中变换HMT-寻找相同形状

$$A \setminus B_{\{1,2\}} = \{(B_1)_z \subseteq A \ \& \ (B_2)_z \subseteq A^c\} = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2) \quad \text{有时取 } B_2 = B_1^c$$

- tip: 噪声滤波器:先开后闭
- 对偶性 $(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}, (A \oplus B)^c = A^c \ominus \hat{B}, (A \circ B)^c = A^c \bullet \hat{B}, (A \bullet B)^c = A^c \circ \hat{B}$

2.3.2. 形态学算法 (大题不考)

2.3.2.1. 边界提取

$$\beta(A) = A - (A \ominus B) \quad B \text{ 为 } 3 \times 3 \text{ 全1结构元}$$

比较: 空间滤波定位精度差/噪声敏感/边缘常不连续不规则

2.3.2.2. 孔洞填充

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c, X_k = X_{k+1} \text{ 时迭代停止 } X_0 \text{ 初始种子点 必须已知一个种子点结构元: 四连通}$$

2.3.2.3. 连通分量提取

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A, X_k = X_{k+1} \text{ 时迭代停止 结构元: } 3 \times 3 \text{ 全1}$$

2.3.2.4. 凸壳

包含s的最小凸集合

$$X_k^i = (X_{k-1}^i * B) \cup X_{k-1}^i, X_k^i = X_{k+1}^i \text{ 时迭代停止 } X_0^i = A \quad C(A) = \bigcup_{i=1}^4 X_k^i$$

$$B^{1 \dots 4} = \begin{bmatrix} 1 & x & x & 1 & 0 & x & 1 & x & x \end{bmatrix}$$

其他方向对应旋转 注意 该方法不一定保证最小凸性 设计结构元多方观察

2.3.2.5. 细化与粗化

- 细化 $A \otimes B = A - (A * B)$ 连续使用 B^1, B^2, \dots, B^n 对A进行细化直至不再改变

$$B^{1 \dots 8} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & x & 1 & x & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

其他方向对应旋转45°

- 粗化 $A \odot B = A \cup (A * B)$ 可通过对补集细化实现-要删除断点

2.3.2.6. 骨架(不考)

最大圆盘圆心轨迹

$$S(A) = \cup_{k=0}^K S_k(A)$$

$S_k(A) = (A \ominus kB) - (A \ominus kB) \circ B$ //连续腐蚀k次, k为腐蚀至空集前的最后一次迭代 重建

$A = \cup_{k=0}^K (S_k(A) \oplus kB)$ 需要通过骨架子集重建, 只有一个无法恢复 结构元: 3*3全1

2.3.2.7. 裁减(不考)

多次细化删除毛刺-从端点开始膨胀(次数小于要删除的端点数)-与细化结果交集

2.3.3. 灰度级形态学 (大题)

不平坦结构元: 数值为灰度值 结果灰度级发生变化

- 腐蚀/膨胀
 - 平坦结构元 $f \ominus b = \min_{\{(s,t) \in b\}} \{f(x+s, y+t)\}$ $f \oplus b = \max_{\{(s,t) \in b\}} \{f(x-s, y-t)\}$
 - 非平坦结构元 $f \ominus b = \min_{\{(s,t) \in b\}} \{f(x+s, y+t) - b(s,t)\}$ $f \oplus b = \max_{\{(s,t) \in b\}} \{f(x-s, y-t) - \hat{b}(s,t)\}$
 - 对偶性 注意 $\hat{\hat{b}} = b$ 和符号, $f^c = -f$
- 开运算/闭运算-与前文一致 开运算和闭运算的几何解释 一般认为, 开运算对图像中暗特征和背景的影响可忽略不计, 亮特征变小

2.3.3.1. 灰度级形态学算法

- 形态学平滑与去噪 先开后闭
- 形态学梯度 $g = (f \oplus b) - (f \ominus b)$ 可产生'类导数'梯度效果, 用于描绘区域边界
- 顶帽变换底帽变换
 - 白顶帽变换 $T_{hat}(f) = f - (f \ominus b)$
 - 黑底帽变换 $B_{hat}(f) = (f \bullet b) - f$ 删除物体/不均匀光照
- 粒度测定 依次使用尺寸不断增大的结构元进行开运算-所有像素灰度级求和-反应颗粒大小分布
- 纹理分割 闭运算(删除小斑点)-开运算(融合大斑点)-梯度+叠加

3. 问题分类

3.1. 图像增强

提高图像质量(去除噪声/提高清晰度) 处理后更适合某应用-主观, 不估计图像退化过程

- 对比度增强
 - 灰度变换
 - 直方图
- 去噪
 - 空间域平滑
 - 频率域平滑

- 边缘锐化
 - 空间域锐化
 - 频率域锐化
- 矫正不均匀背景
 - 同态滤波

3.2. 图像分割

3.2.1. 区域间不连续性

3.2.1.1. 边缘检测

- 孤立点检测 空间拉普拉斯算子, 设定阈值T

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 8 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

- 空间拉普拉斯算子线检测-各向同性(噪声敏感,通常不单独使用) 正负双线的处理:绝对值/只取正值/噪声时取阈值
- 规定线方向检测

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

四个方向均类似-系数和为0/感兴趣的方向系数大

- 基于梯度算符 一阶:基本梯度算子/Roberts/Sobel/Prewitt 梯度幅度 $M(x, y) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} = |g_x| + |g_y|$
梯度方向 $\alpha(x, y) = \arctan[g_x/g_y]$ 边缘方向 $\phi = \alpha(x, y) - 90$ 梯度算子+均值滤波+阈值处理
- 基于过零点(LoG)Laplacian-Gauss算子边缘检测-Marr-Hildreth算法 Gauss滤波器+Laplacian边缘检测(墨西哥草帽函数) ==推导==

$$LoG = \nabla^2 G(x, y) = \frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G(x, y)}{\partial y^2} = \left[\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right] e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$
 系数和为0(平坦区域无响应)-平移 LoG的大小与标准差有关($\geq 6\sigma$ 的最小奇数, 过大计算量大, 过小造成截断需要检测零交叉定位边缘(阈值判断) 可能产生假边缘/曲线边缘定位误差较大)
- Canny算子边缘检测 边缘检测三大准则:1.低错误率(信噪比准则)2.边缘点应该被很好的定位(定位精度准则)3.单个边缘点响应 高斯滤波平滑图像-计算梯度幅度和方向-非极大值抑制(消除边缘检测带来的杂散响应)-双阈值检测(确定边缘)-抑制孤立弱边缘(连通性分析) 1.寻找最接近 $\alpha(x, y)$ 的方向-2.若 $M(x, y)$ 小于该方向上一个或两个邻点的幅度,则置零(非极大抑制)[...]

3.2.1.2. 边缘连接

- 局部连接处理 $M(x, y) > T_m$ and $\alpha(x, y) \in [A \pm T_A]$ 记录像素连接情况, 得到二值图像-扫描填充-旋转 θ
- 霍夫(Hough)变换(全局) 图像空间与参数空间的对偶性 经典霍夫变换:检测线和圆 抗噪声能力强/预处理丢失信息

3.2.2. 区域内相似性

3.2.2.1. 优化阈值处理

- 基本全局阈值迭代 选择初始阈值 T_0 (一般为灰度级均值)-分割 G_1/G_2 -分别计算区域内灰度平均值 m_1/m_2 -新阈值 $T = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$ -当连续两次迭代 $\Delta T < \epsilon$ 预设参数时迭代停止

- 最大方差最佳全局阈值选取法(Otsu) 区域内部相似性 $P_1\sigma_1^2 + P_2\sigma_2^2$ 不同区域间差异性 $P_1P_2(m_1 - m_2)^2$ (等价) 无需迭代/阈值有效性可评估 直方图概率密度函数 p_i -累计和 $P_1(k) = \sum_{i=1}^k p_i$ -累计均值 $m(k) = \sum_{i=0}^k ip_i$ -全局灰度均值 $m_G = \sum_{i=1}^{L-1} ip_i$ -类间方差 $\sigma_B^2(k) = \frac{[m_G P_1(k) - m(k)]^2}{P_1(k)[1 - P_1(k)]}$ -求使其极大值的 k (若不唯一则取平均值) 全局方差 $\sigma_G^2 = \sum_{i=0}^{L-1} (i - m_G)^2 p_i$ -可分离性测度 $\eta = \frac{\sigma_B^2(k^*)}{\sigma_G^2}$
- 图像平滑改进 目标和背景面积相差很大时效果较差
- 边缘信息改进的全局阈值处理
先计算梯度幅度/拉普拉斯绝对值-规定阈值 T 对边缘图像阈值处理得到 $g_T(x, y)$ -从 $f(x, y)$ 根据 $g_T(x, y)$ 遮罩得到模板图像,灰度直方图计算得到阈值 k^* -以此分割原图像(减少背景大波峰的影响)
- 多阈值处理 $\sigma_B^2 = \sum_{k=1}^K P_k(m_k - m_G)^2$
- 局部分区阈值处理
 - 基于局部图像性质的可变阈值处理(平均值/方差)
 - 基于移动平均的可变阈值处理(目标尺寸较小时)

3.2.2.2. 区域生长

- 选择或确定一组能代表所需区域的种子像素(人机交互/直方图峰值)
- 确定在生长过程中能将相邻像素包含进来的准则(生长或相似准则)
- 指定让生长过程停止的条件或规则(步数/像素点数/无新种子点)

3.2.2.3. 区域分裂合并

- 任一区域 $Q(R_i) = FALSE$,分裂成不重叠的四等分(一般使用方差最小准则)
- 对于相邻区域 $Q(R_i \cup R_j) = TRUE$, 可合并
- 不能进一步分裂或合并则结束

3.2.2.4. 聚类

衡量距离的方法*4 **z-score**标准化

- k-means
 - 随机选取 k 个初始聚类中心
 - 将每个样本归到最近的聚类中心
 - 对于每个簇取均值迭代直至不再变化/一定次数

3.3. 图像复原

估计退化过程(噪声干扰/运动模糊/几何失真/辐射失真)-客观-提高图像保真度

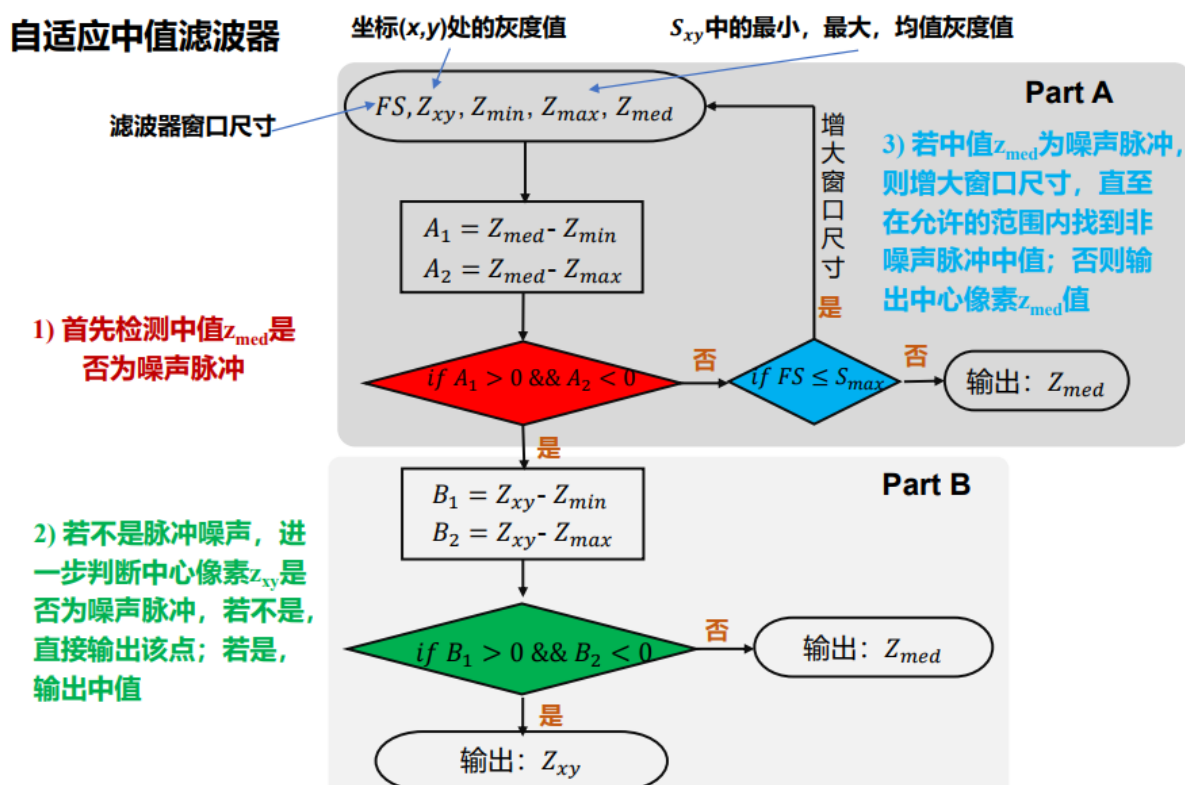
退化模型 $g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + \eta(x, y)$

- 噪声模型估计
 - 直观经验
 - 先验知识
 - 理想图像
 - 退化图像(尽量取纯色快的PDF)

3.3.1. 只存在噪声的图像复原

$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$ 滤波器了解名字即可, 表达式不用记, 考点: 分别消除了什么噪声

- 均值滤波
 - 算术均值滤波器
 - 几何均值滤波器 细节损失较少, 无法处理椒盐噪声
 - 谐波均值滤波器 '盐'噪声处理较好, 不适用于'椒'噪声, 善于处理高斯噪声
 - 逆谐波均值滤波器 Q 为正: 消除'椒'噪声; Q 为负: 消除'盐'噪声(不可同时消除)
- 统计排序滤波器
 - 中值滤波器 对单极或双极脉冲噪声(椒盐)有效
 - 最大值和最小值滤波器
 - 中点滤波器 结合顺序统计和求平均, 对高斯和均匀分布有效
 - 修正的阿尔法均值滤波器 均值和中值混合, 可处理混合噪声(如高斯+椒盐)
- 自适应滤波器 考虑图像局部特性
 - 自适应局部降低噪声滤波器(均值) $\hat{f}(x, y) = g(x, y) - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2} [g(x, y) - m_L]$ L : 局部特征
 - 自适应中值滤波器 改变窗口尺寸



噪声去除效果与中值滤波器接近但能保持尖锐性和细节

- 频率滤波器
 - 带通滤波器
 - 带阻滤波器
 - 陷波滤波器 **Notch Filters** 阻止事先定义的中心频率邻域内的频率(必须关于原点对称/形状任一)

3.3.2. 噪声与退化函数并存的图像复原

- 退化函数估计
 - 图像观测估计法 子图像近似无噪声重建 $H(u, v) = \frac{G_s(u, v)}{F_s(u, v)}$
 - 实验估计法 脉冲(小亮点)的冲激响应 $H(u, v) = \frac{G(u, v)}{A}$

◦ 模型估计法 原理/先验知识 例子都是重点

■ 大气湍流 $H(u, v) = e^{-k(u^2+v^2)^{5/6}}$

■ 相对运动 $g(x, y) = \int_0^T f(x - x_0(t), y - y_0(t)) dt$

$G(u, v) = F(u, v) \int_0^T e^{-j2\pi[ux_0(t)+vy_0(t)]} dt$ 给定速度 $x_0(t) = at/T, y_0(t) = bt/T$

$H(u, v) = \frac{T}{\pi(ua+vb)} \sin[\pi(ua+vb)] e^{-j\pi(ua+vb)}$

- 逆滤波 $\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} = F(u, v) + \frac{N(u, v)}{H(u, v)}$ 噪声较小时效果好, 完全未考虑噪声的统计特征

$H \rightarrow 0$ 时放大噪声

- 设置受限半径
- 分母+常数k

- 维纳滤波(最小均方误差)Wiener Filtering 假设 图像和噪声均为随机信号 互不相关 使 $e^2 = E(f - \hat{f})^2$

$\hat{F}(u, v) = H_{wie}(u, v)G(u, v)$ $H_{wie} = \frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)}}$ 噪声未知:

$H_{wie} = \frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K}$ s_η : 噪声功率谱 s_f : 未退化图像功率谱 s_f/s_η : 信噪比

3.3.3. 图像复原评价

主观/客观

相似度的测量(有参考):

- 平均绝对误差MAE
- 均方误差MSE
- 归一化均方误差NMSE
- 信噪比SNR

类型	表达式
平均绝对误差 (MAE)	$\text{MAE} = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N g(i, j) - \hat{g}(i, j) }{M \times N}$
均方误差 (MSE)	$\text{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [g(i, j) - \hat{g}(i, j)]^2}{M \times N}$
归一化均方误差 (NMSE)	$\text{NMSE} = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [g(i, j) - \hat{g}(i, j)]^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [g(i, j)]^2}$
信噪比 (SNR)	$\text{SNR} = 10 \log_{10} \left[\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N g(i, j)^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [g(i, j) - \hat{g}(i, j)]^2} \right]$
与峰值信噪比 (PSNR)	$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \left[\frac{255^2 \times M \times N}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [g(i, j) - \hat{g}(i, j)]^2} \right]$

- 峰值信噪比PSNR参考
- 灰度评价梯度值GMG
- 拉普拉斯算子和方法

无

3.4. 彩色图像处理

多通道

3.5. 小波与多分辨率处理

小波变换常用于医学影像降噪重建

3.6. 图像压缩和水印

3.7. 特征提取/目标识别