

# Cours Statistique Bayésienne

## Statistique Bayésienne

- Josephine Merhi Bleik
- Wang GAO

Le 1er déc. 2017

## Résumé

Considérons un modèle statistique paramétrique  $f(x|\theta)$ .

### Approche classique

Le modèle classique attribue à  $\theta$  une vraie valeur, certes inconnue, mais conceptuellement unique, c'est-à-dire *inconnue, mais certaine*. Pour l'estimer, l'analyse construit une statistique dont les paramètres dépendent de  $\theta$ .

On se place dans un espace probabilité paramétrique classique :

$$X \in (\mathcal{X}, \mathcal{A}, \{P_\theta, \theta \in \Theta\})$$

$\mathcal{X}$  désigne l'espace des données,  $\Theta$  celui des paramètres  $\theta$ .

Le but de l'analyse statistique est de faire de l'inférence sur  $\theta$ , c'est-à-dire décrire un phénomène passé ou à venir dans un cadre probabiliste.

### Approche bayésienne

L'idée centrale de l'analyse bayésienne est de *considérer le paramètre inconnu  $\theta$  comme aléatoire* : l'espace des paramètres  $\Theta$  est muni d'une probabilité  $\pi$  tel que  $(\theta, \mathcal{B}, \pi)$  est un espace probailisé. Nous noterons  $\theta \sim \pi$ .

$\pi$  est appelée loi a priori. Intuitivement et en termes informationnels, elle détermine ce qu'on sait et ce qu'on ne sait pas avant d'observer  $X$ .

## Différence

L'approche bayésienne se différencie donc de l'approche classique dans le sens où le paramètre  $\theta$  du modèle statistique,  $f(x|\theta)$ , n'est plus considéré comme étant totalement inconnu; il est devenu une v.a. dont le comportement est supposé connu. On fait intervenir dans l'analyse statistique une distribution associée à ce paramètre.

---

## Mots clés

Modèle paramétrique ; inférence statistique ; théorème de Bayes ; Loi *a priori* ; Loi *a posteriori* ; vraisemblance

## Plan provisoire du cours

1. Rappel de probabilité
  - Théorème de Bayes
2. Problème d'estimation des paramètres
  - Approche classique
    1. Rappel de la fonction de vraisemblance
    2. Estimation ponctuelle
    3. Estimation par l'intervalle de confiance
    4. Exercices
    5. Présenter les limitations de cette approche
  - Approche bayésienne
    1. Lois *a priori*
      1. Lois conjuguées
      2. Lois impropres
      3. Lois non informatives
    2. Lois *a posteriori*
    3. Estimateurs ponctuels : Maximum *a posteriori*, moyenne *a posteriori*
    4. Exercices