

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»

Отчет

о выполнении лабораторной работы №4  
«Моделирование следящей системы»

Студент гр. ЭР-15-16

Жеребцов Иван Сергеевич

Вариант 2

Преподаватель:

Корогодин И.В.

Москва

2020

## Цели работы

Учебные цели выполнения лабораторной работы:

- применить метод информационного параметра при моделировании радиотехнического устройства;
- получить опыт моделирования следящей системы (СС);
- развить навыки обработки данных статистических экспериментов.

Постановка задача:

- 1) Построить график зависимости динамической ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 2) Построить график зависимости флуктуационной ошибки оценивания от полосы следящей системы.
- 3) Построить график общей среднеквадратической ошибки оценивания частоты от полосы следящей системы.
- 4) Определить шумовую полосу следящей системы, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки оценивания частоты.

Таблица 1 Таблица индивидуальных данных данных

№ варианта	$D_{\xi}$	$D_{\eta}$
2	6	8

Допущения:

- 1) Моделирование будем производить в линейном приближении работы следящей системы по методу информационного параметра.
- 2) Процесс частоты развивается в соответствии с моделью второго порядка как интеграл от винеровского случайного процесса.

Математические модели процесса частоты:

$$\omega_k = \omega_{k-1} + v_{k-1}T$$

$$v_k = v_{k-1} + \xi_k T$$

$$\xi_k \sim N(0, D_\xi)$$

$$M[\xi_i \xi_j] = D_\xi \delta_{ij}$$

Начальные значения:

$$\omega_0 = 0, v_0 = 0.$$

Выражение запишем в векторном виде:

$$\mathbf{x}_k = F \mathbf{x}_{k-1} + G \xi_k$$

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \omega_k \\ v_k \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad \xi_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_k \end{bmatrix}$$

Алгоритм работы следящей системы относительно информативного параметра:

$$\tilde{\omega}_k = 0, \tilde{v}_0 = 0.$$

коэффициенты определяются шумовой полосой системы  $\Delta f$

$$K_1 = \frac{8}{3} \Delta f \cdot T$$

$$K_2 = \frac{32}{9} \Delta f^2 \cdot T$$

$\omega_{meas,k}$  – поступившие на  $k$  – м шаге измерения частоты.

Алгоритм может быть представлен в векторном виде

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_k \\ \hat{v}_k \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{x}}_k + K(\omega_{meas,k} - \tilde{\omega}_k)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_k \\ \tilde{v}_k \end{bmatrix} = F \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, K = \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix}$$

Исключим формирующий шум и шум наблюдений. Установим полосу СС равной 2 Гц. Установим начальную ошибку слежения на уровне нескольких Гц.

Ожидаемый результат:

Следящая система произведет подстройку частоты, ошибка в установившемся режиме будет равняться нулю (ввиду величины астатизма). Характерное время переходного процесса – несколько обратных значений полосы, т.е. для 2 Гц около 1-2 секунд.

### Проверка модели в тестовых условиях

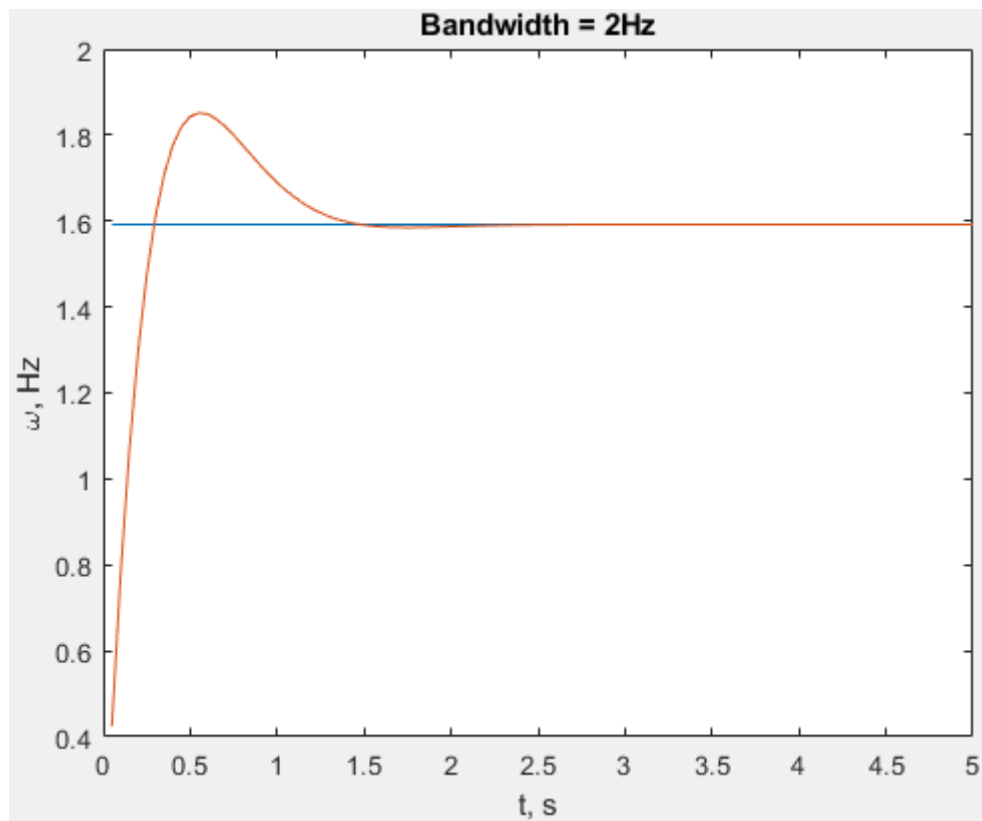
Составлена программа компьютерной модели:

```
clear all;
clc;
T = 0.05;
Tmax = 5;
t = T:T:Tmax;
N = length(t);
G = [0 0;
     0 T];
F = [1 T;
     0 1];
Dksi = 6*0; % Дисперсия формирующего шума
Deta = 8*0; % Дисперсия шумов наблюдений
Band = 0.1:0.1:3; % Полоса СС
Band_for_plot = 2; % Полоса, при которой вывести графики
RMS_Omega = nan(1, length(Band));
for i = 1:length(Band)
    K = nan(2, 1);
    K(1) = 8/3 * Band(i) * T; % Коэффициенты СС
    K(2) = 32/9 * Band(i)^2 * T;
    ksi = sqrt(Dksi) * randn(1, N); % Реализация формирующего шума
    eta = sqrt(Deta) * randn(1, N); % Реализация шумов наблюдений
    Xest = [0; 0]; % Начальные условия
    Xextr = F*Xest;
    Xist = [10; 0];
    ErrOmega = nan(1, N); Omega = nan(1, N);
    for k = 1:N
        Xist = F*Xist + G*[0; ksi(k)]; % Развитие оцениваемого процесса
        omega_meas = Xist(1) + eta(k); % Наблюдения
        Xest = Xextr + K*(omega_meas - Xextr(1)); % Этап оценивания
        Xextr = F*Xest; % Этап экстраполяции
        ErrOmega(k) = Xest(1) - Xist(1); % Ошибка оценивания
        Omega(k) = Xist(1); % Истинные значения
    end
    if Band(i) == Band_for_plot
        figure(1);
        plot(t, ErrOmega/2/pi);
        xlabel('t, s'); ylabel('\Delta \omega, Hz');
        title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
        figure(2);
        plot(t, [Omega; Omega + ErrOmega]/2/pi);
        xlabel('t, s'); ylabel('\omega, Hz');
        title(['Bandwidth = ' num2str(Band(i)) 'Hz']);
    end
    RMS_Omega(i) = sqrt(mean(ErrOmega.^2));
end
if Dksi == 0
    Col = [1 0 0];
```

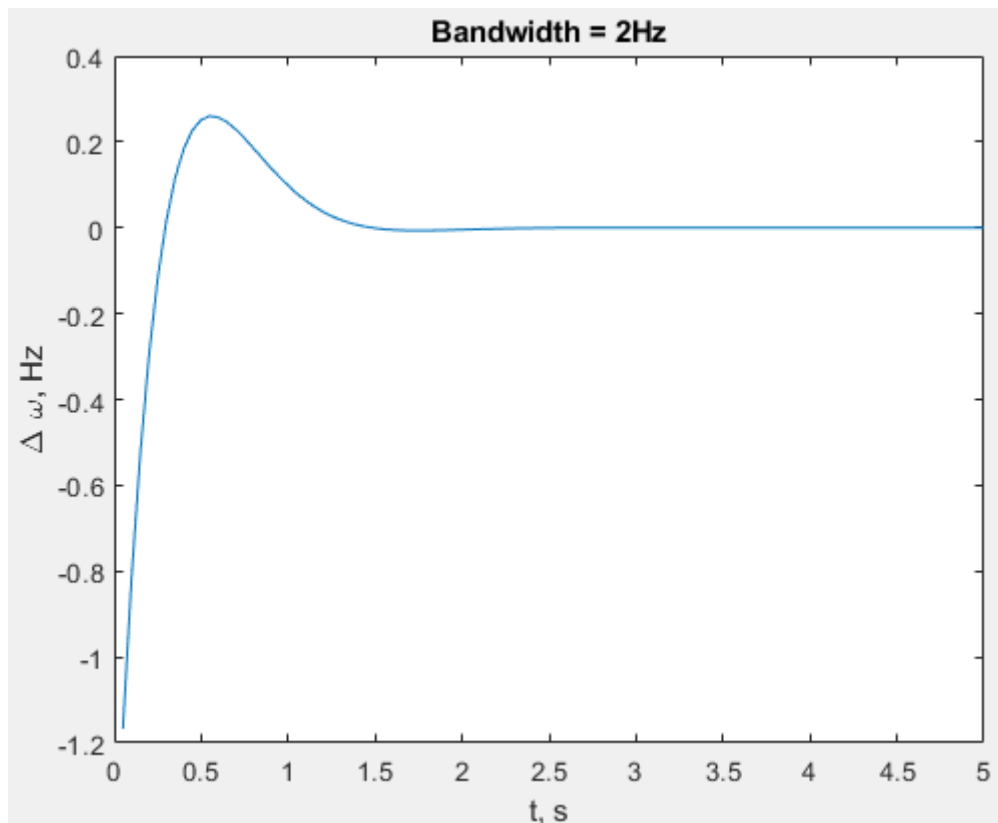
```

elseif Deta == 0
Col = [0 0.5 0];
else
Col = [0 0 1];
end
figure(3)
hold on
plot(Band, RMS_Omega, 'Color', Col);
hold off
xlabel('Bandwidth, Hz'); ylabel('RMS \omega, Hz');

```



**Рисунок 1** – Процесс частоты (синий) и его оценка (красная линия)



**Рисунок 2 – Ошибка оценивания частоты**

Графики истинного процесса частоты и оценки частоты приведены на рисунке 1, график ошибки оценивания частоты – на рисунке.2. Из графиков можно сделать вывод, что система слежения успешно обрабатывает начальную ошибку. Характерное время переходного процесса – около 1 с, что соответствует ожидаемому при полосе СС 2 Гц.

После завершения тестирования была выполнена основная программа моделирования.

Для увеличения объема статистики время одного эксперимента увеличено до 60 минут. Начальные значения векторов состояния оцениваемого процесса и фильтра приравнены друг другу:

```
Xest = [0; 0]; % Начальные условия
Xist = [0; 0];
```

На первом этапе построен график динамической ошибки в зависимости от полосы СС (см. рисунок 3, линия). Для этого дисперсия флуктуационных

шумов приравнена нулю, а дисперсия формирующего шума установлена номинальной:

```
Dksi = 6*1; % Дисперсия формирующего шума  
Deta = 8*0; % Дисперсия шумов наблюдений
```

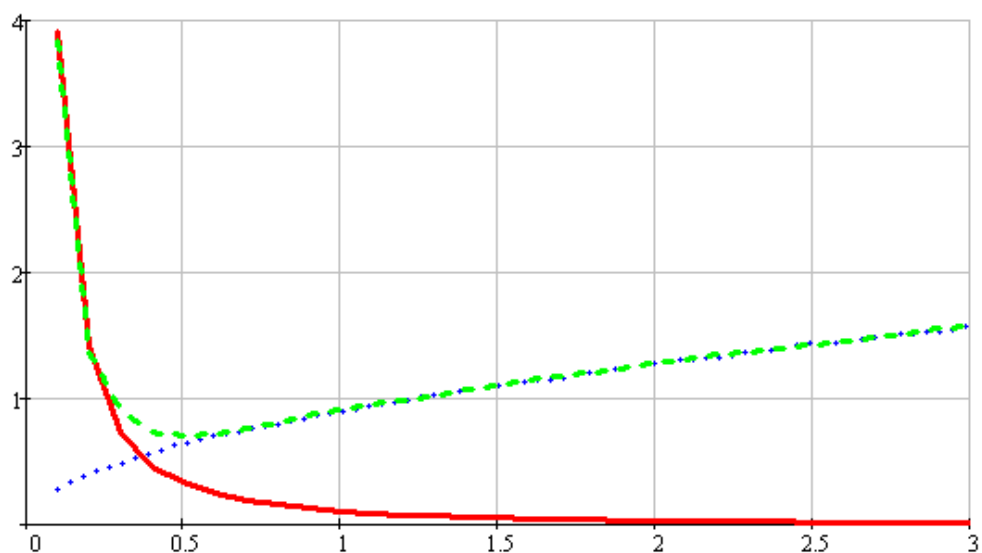
На втором этапе построен график флуктуационной ошибки. Для этого дисперсия формирующих шумов уменьшена до нуля (частота постоянна), а дисперсия шумов наблюдений выставлена в соответствии с вариантом задания:

```
Dksi = 6*0; % Дисперсия формирующего шума  
Deta = 8*1; % Дисперсия шумов наблюдений
```

Результат представлен на рисунке 3 (пунктир). График зависимости общей среднеквадратической ошибки оценивания построен при значениях дисперсий шумов

```
Dksi = 6*1; % Дисперсия формирующего шума  
Deta = 8*1; % Дисперсия шумов наблюдений
```

На рисунке 3 он изображен штрихом.



**Рисунок 3** – Среднеквадратическая ошибка оценивания: общая (штрих), динамическая (линия), флуктуационная (пунктир)

Минимум среднеквадратической ошибки слежения 0.7126 [Гц] при заданных условиях достигается при полосе СС 0.5 [Гц].

### **Выводы:**

- найдены графики динамической, флуктуационной и общей среднеквадратической ошибки слежения в зависимости от полосы СС;
- определена полоса СС, при которой достигается минимум среднеквадратической ошибки слежения; она составила 0.6 Гц.

Результаты моделирования не противоречат ожиданиям и общетеоретическим соображениям. Проведение новых итераций моделирования и уточнение модели не требуется.