

Übungen zur Vorlesung Differentialgeometrie II

Blatt 8

Aufgabe 27. (4 Punkte)

Gib zwei nicht homöomorphe \mathbb{R} -Bündel über \mathbb{S}^1 an.

Aufgabe 28. (4 Punkte)

- (i) Seien M , N , S differenzierbare Mannigfaltigkeiten und $f : M \rightarrow N$, sowie $g : N \rightarrow S$ differenzierbare Abbildungen.

Zeige, dass

$$g_* \circ f_* = (g \circ f)_*$$

gilt.

- (ii) Sei M eine differenzierbare Untermannigfaltigkeit von N .

Zeige, dass TM eine Untermannigfaltigkeit von TN ist.

Aufgabe 29. (4 Punkte)

Seien M , N differenzierbare Mannigfaltigkeiten und sei $f : M \rightarrow N$ ein Diffeomorphismus.

Zeige, dass $f_* : TM \rightarrow TN$ ein Diffeomorphismus ist.

Aufgabe 30. (4 Punkte)

Seien (M, g) und (N, \tilde{g}) glatte Riemannsche Mannigfaltigkeiten und sei $\varphi : M \rightarrow N$ ein Diffeomorphismus, mit der Eigenschaft, dass für alle glatten Kurven $\gamma : [0, 1] \rightarrow M$

$$L_g(\gamma) = L_{\tilde{g}}(\varphi \circ \gamma)$$

gilt, wobei

$$L_g(\gamma) := \int_0^1 \sqrt{g(\dot{\gamma}(s), \dot{\gamma}(s))} \, ds$$

ist. Ein Diffeomorphismus mit dieser Eigenschaft wird als Isometrie zwischen M und N bezeichnet.

Zeige, dass

$$\varphi^* \tilde{g} = g$$

gilt.

Abgabe: Bis Donnerstag, 14.06.2018, 10.00 Uhr, in die Mappe vor Büro F 402.