

Übungen zur Vorlesung Differentialgeometrie II

**Blatt 1**

**Aufgabe 1.** (4 Punkte)

Bestimme auf dem durch die Gleichung

$$\beta(x^2 + y^2) = z^2$$

mit  $z \neq 0$  und  $\beta > 0$  im  $\mathbb{R}^3$  definierten Kegel Geodätische, die keine Geradenstücke sind. Benutze dabei eine lokale Isometrie zu  $\mathbb{R}^2$  für eine Vermutung über das Aussehen dieser Geodätischen.

**Aufgabe 2** (Existenz und Eindeutigkeit maximaler Geodätischen). (4 Punkte)

Formuliere und beweise Theorem 13.5 für höhere Kodimensionen.

**Aufgabe 3** (Geodätisch vollständige Untermannigfaltigkeiten). (4 Punkte)

Formuliere und beweise Theorem 13.9 für höhere Kodimensionen.

**Aufgabe 4.** (4 Punkte)

Geodätische auf der  $\mathbb{S}^2$  sind gegeben durch

$$\alpha_\varphi(t) = (\cos t, \sin t \cos \varphi, \sin t \sin \varphi).$$

Zeige, dass die Parallelverschiebung von  $X(0) = e_3$  entlang  $\alpha_\varphi$  von  $\varphi$  abhängt.

**Abgabe:** Bis Donnerstag, 26.04.2018, 10.00 Uhr, in die Mappe vor Büro F 402.