

ÜBUNGEN ZUR DIFFERENTIALRECHNUNG – EXTREMWERTAUFGABEN

- 1) Cola-Dosen haben einen Durchmesser $d=6,5\text{cm}$ und eine Höhe $h=11\text{cm}$. Wieviel m^2 Blech könnte eingespart werden, wenn man bei Produktion von 10.000 Stück „optimal“ dimensioniert (d.h. bei gleichem Volumen minimale Oberfläche)?
- 2) Welche Abmessungen (r , h) muß ein zylindrischer Behälter mit einem festen Volumen von 1 Liter besitzen, damit der Materialverbrauch (=Oberfläche) zur Herstellung des Zylinders möglichst klein wird?
- 3) Die Treibstoffkosten eines LKWs hängen linear von der Geschwindigkeit ab, und zwar betragen sie bei 60 km/h 1,80 S pro km, bei 90 km/h 2,40 S pro km. Der Stundenlohn des Fahrers beträgt S 128,--. Bei welcher Geschwindigkeit sind die Kosten pro gefahrenem kilometer ein Minimum, und wie hoch sind diese Kosten? (80 km/h)
- 4) Für den stündlichen Treibstoffverbrauch eines Schiffes (in Tonnen) gelte die Formel:
 $y = 3 + 0,0015 x^3$. Die Geschwindigkeit x soll so ermittelt werden, daß eine Strecke von 8000 km mit einem möglichst niedrigen Gesamtverbrauch an Treibstoff bewältigt wird. Wie groß ist dieser Verbrauch? Zusatzfrage: Welche Rolle spielt die angegebene Distanz für diese Fragestellung? (10 km/h, 3600 t)
- 5) Der stündliche Brennstoffverbrauch eines Schiffes hängt von der Geschwindigkeit des Schiffes ab. Zwischen der Geschwindigkeit x (in km/h) und dem stündlichen Brennstoffverbrauch y (in Tonnen) gelte dabei der Zusammenhang:
 $y = 1,6 + 0,002 x^2$. Bei welcher Geschwindigkeit kann das Schiff mit einem Treibstoffvorrat von 800 t am weitesten gelangen? Wie groß ist der zugehörige Treibstoffverbrauch y , und welche Strecke s legt das Schiff zurück? (Dieselbe Geschwindigkeit würde man auch erhalten, wenn verlangt wird, eine gegebene Strecke mit möglichst kleinem Gesamtverbrauch zurückzulegen.)
 (28,28 km/h; 3,2 t/Stunde; 7070 km)
- 6) In einer 40 m langen Fabrikshalle befinden sich die Arbeitsstellen A bzw. B an den gegenüberliegenden Schmalseiten der Halle 15 m bzw. 25 m von einer der beiden Längsseiten entfernt. (Skizze!) An welcher Stelle dieser Längswand (Abstand von der Schmalseite A) ist die Materialausgabestelle einzurichten, wenn die Summe der Wege zu den beiden Arbeitsstellen minimal sein soll? (15 m)
- 7) Eine 2-Liter Flasche hat annähernd die Form eines geraden Zylinders mit einer aufgesetzten Halbkugel. Welche Maße (Höhe d. Zylinders, r) ergeben den geringsten Aufwand an Flaschenglas? ($r = h = 7,26\text{ cm}$)
- 8) Um 20 Stück Aspirin+C Brausetabletten zu verpacken, wurde bis 1985 eine Schachtel mit folgenden Ausmaßen verwendet: Länge = 8,4 cm, Breite = 8,4 cm, Höhe = 2,7 cm. Danach wurde für dieselbe Menge eine Verpackung mit der Länge = 8,4 cm, Breite = 5,4 cm und Höhe = 4,2 cm gewählt. Vergleichen Sie den nötigen Kartonaufwand und das jeweilige Volumen. Könnte die Verpackung weiter optimiert werden (etwa bei gleichbleibender Längsseite)?

347. Die Verkaufsleitung des RENIETS Verlags hat in einer Studie festgestellt, daß bei dem Artikel „Schalk, Mathematik 3“ folgender Zusammenhang besteht: Wird der Verkaufspreis mit S 240,— festgesetzt, so ist ein Absatz von $x = 6000$ Stück zu erwarten. Bei S 180,— steigt dieser Absatz um 2000 Stück und wird das Buch schließlich um S 120,— verkauft, so ist mit $x = 9000$ zu rechnen. Welcher Preis p ist für das Unternehmen am günstigsten, d.h. für welches p wird der Erlös $E = px$ maximal?

Anleitung: Man bestimme zunächst aus den obigen Daten eine gemischt-quadratische Nachfragefunktion $p(x)$.

$$p(x) = -0,00001x^2 + 0,11x - 60$$