Wiederholungsaufgaben Differentialrechnung, 3. Jg.

Die Berechnungen können mit Mathcad durchgeführt werden. Sie sollten aber im Hinblick auf die Schularbeit insbesondere bei den Aufgaben 2), 3), 4), 6) auch händisch durchgeführt werden (können!).

1) Die unten angeführten Funktionen beschreiben die Ausbreitung einer Infektionskrankheit in Österreich nach dem Modell des logistischen Wachstums.
   a) Stelle beide Fkt. in einem Koordinatensystem für einen Zeitraum von 95 Tagen – mit Geogebra bzw. Mathcad – graphisch dar (sie sollten beide den gleichen Graphen ergeben).
   b) Überlege und beschreibe die Gleichwertigkeit oder Unterschiedlichkeit der folgenden Fragestellungen und berechne die jeweils gesuchten Größen.
   * Nach wie vielen Tagen (zu welchem Zeitpunkt) ist die tägliche Zunahme der Infizierten am stärksten?
   * Wann erreicht die Steigung ihr Maximum?
   * Wann beginnt die Kurve wieder flacher zu werden?
   * Berechne den Wendepunkt der Funktion.
   * Wie groß ist die stärkste Zunahme der Neuinfektionen pro Tag und wann ist damit zu rechnen?

   $N(t) = \frac{6675000}{1+3337499\cdot 0{,}7157^t}$ $\qquad$ $N(t) = \frac{6675000}{1+3337499\cdot e^{-0{,}3345\cdot t}}$

   t … Anzahl der vergangenen Tage seit dem ersten Auftreten
   N(t) … Anzahl der infizierten Personen nach t Tagen
   6675000 … stellt die sogenannte Kapazitätsgrenze dar (vgl. 2. Jg.), das wären hier angenommene 75 % der Gesamtbevölkerung Österreichs von 8,9 Mio. Anfang 2020

2) Zeige, dass die Funktion $f(x) = x^2 - 4 \cdot cos(x) - 3$ im Intervall [1;2] einen Vorzeichenwechsel macht und berechne die darin liegende Nullstelle mit Hilfe des Newton\`schen Näherungsverfahrens auf zwei Dezimalstellen genau. (Hinweis: x in Radiant!)

3) Eine Polynomfunktion f(x) dritten Grades weist folgende Monotonieintervalle auf:

x	]-∞; -3[	-3	]-3; 3[	3	]3; ∞[
f'(x)	>0	0	<0	0	<0

   Entscheide mit Hilfe der Monotonieintervalle die Art der Extremstellen und skizziere einen möglichen Verlauf des Funktionsgraphen.

4) Der Graph einer Polynomfunktion dritten Grades geht durch den Punkt P(2/1) und hat den Wendepunkt W(1/2). Die Steigung der Wendetangente beträgt 1.
   a) Beschreibe die gegebenen Eigenschaften mit Gleichungen.
   b) Löse das Gleichungssystem mit Mathcad Prime und gib die Funktionsgleichung an.

5) Diskutiere die Funktion $f(x) = \frac{10\cdot(\sqrt{x}-2)^2}{x}$ mit Hilfe von Mathcad Prime.
   Berechne Nullstellen, Extrema (auch die Art der Extrempunkte) und Wendepunkte. Stelle die Funktion im Koordinatensystem dar.

6) Thema Umkehraufgaben (auch umgekehrte Kurvendiskussion, Polynomfunktionen mit vorgegebenen Eigenschaften, Aufsuchen von Polynomfunktionen, Buch S. 129 – 133)
   Bsp. 4.57, 4.58, 4.59 lösen. Dazu schicke ich noch die fast idente Fragestellung aus einer älteren Auflage des Lehrbuchs mit, die euch hoffentlich bei den beiden letzten Bsp. weiterhilft.