1 Introduction

Souvent SEDJRO Friedly un problème concret fourni par l'analyse, la mécanique, la physique, la biologie , l'économie ,... se ramène à la résolution d'équations ou de systèmes différentielle. C'est dans cette otique que j'ai décide de vous faire un bref résumé de la résolution de ces gens de problème.

2

2.1 Équation différentiel linéaire du premier ordre

Définition 1. *On appelle equation linéaire du premier ordre une equation de la forme :*

$$\forall x \in \mathbb{R}, y'(x) + a(x)y(x) = f(x) \tag{1}$$

ou a et f sont deux fonctions données, continues sur I un intervalle non vide de $\mathbb{R}$. La fonction a s'appelle de coefficient et le fonction f le second membre de l'équation (E).

Exemple 1. *L'équation suivante est une equation différentiel linéaire du premier ordre :*

$$\forall x \in \mathbb{R}, y'(x) + 2xy(x) = x \tag{2}$$

Définition 2. *Définition On appelle équation homogène associée à (E) l'équation (E_H) obtenue en remplaçant f par 0 dans (E) :*

$$\forall x \in I, y'(x) + a(x)y(x) = 0 \tag{3}$$

Proposition 1. *Si y_1 et y_2 sont deux solutions de l'équation (E), alors $y_1 - y_2$ est une solution de (E_H).*

Théorème 1. *Soit S_H l'ensemble des solutions de E_H, l'équation homogène associée à (E) et soit yp une solution particulière de (E). Alors l'ensemble S des solutions de (E) est défini par :*

$$S = y_p + y_h,$$

$y_h \in S_h$

Corolaire 1. *Soit A une primitive quelconque de a sur I et soit y_p une solution particulière de (E). Alors, nous avons*

$$S = \{y_p + y_h, \quad y_h \in S_h\} \tag{4}$$

2.2 Recherche de solution particulière par variation de la constante

Nous allons déterminer une solution particulière Y_p de la forme $\forall x \in I, \quad y_p(x) = v(x)y_H(x)$ ou $y_H(x)$ est une solutions de $(E_h$, l'équation homogène associée à (E) est v est une fonction dérivable du I à déterminer.
En effet, si y_p est solutions de (E) alors $\forall x \in I$

$$y'_p(x) + a(x)y_p(x) = f(x) \tag{5}$$

$$v'(x)y_H(x) + v(x)y'_H(x) + a(x)v(x)y_H(x) = f(x) \tag{6}$$

$$v'(x)y_H(x) + v(x)(y'_H(x) + a(x)y_H(x)) = f(x) \tag{7}$$

d'où puisque y_H ne s'annule pas sur $\mathbb{I}$:

$$\forall x \in I, v'(x) = \frac{f(x)}{y_H(x)} \tag{8}$$

Nous sommes ainsi ramenés a un nouveau à la recherche d'une primitive . Dans la pratique, les solutions de l'équation homogène associés sont de la forme $x \longrightarrow C \exp(x)$ (**??**)

Références