

Листок 2.

1. Исследовать равномерную сходимость интеграла

$$(a) \int_0^\infty \frac{\sin(x^2)}{1+x^p} dx, p \geq 0, \quad (b) \int_0^1 \frac{1}{x^t} \sin \frac{1}{x} dx, t \in (0, 2).$$

2. Вычислить интеграл:

$$(a) \int_0^\infty e^{-x^2 - a^2/x^2} dx, \quad (b) \int_0^\infty \frac{e^{-\alpha x^2} - \cos(\beta x)}{x^2} dx, \alpha \geq 0.$$

3. Найти преобразование Фурье функций: (a)  $f(x) = x$  при  $x \in [a, b]$  и  $f(x) = 0$  вне  $[a, b]$ .  
(b)  $f(x) = x^2 e^{-|x|}$ , (c)  $f(x) = x/(1+x^2)$ , (d)  $f(x) = \sin x/(1+x^2)$ .

4. Найти преобразование Фурье обобщенных функций:

$$(a) \sin x; \quad (b) (\sin x)^2; \quad (c) \sin(x^2); \quad (d) |x|; \quad (e) x \sin x.$$

5. Доказать, что существует следующая обобщенная функция и найти ее преобразование Фурье:

$$(a) V.P. \frac{1}{x} := \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \frac{1}{x} I_{\mathbb{R} \setminus [-\varepsilon, \varepsilon]};$$
$$(b) \frac{1}{x + i0} := \lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} \frac{1}{x + i\varepsilon}.$$

Выяснить, равны ли эти обобщенные функции.