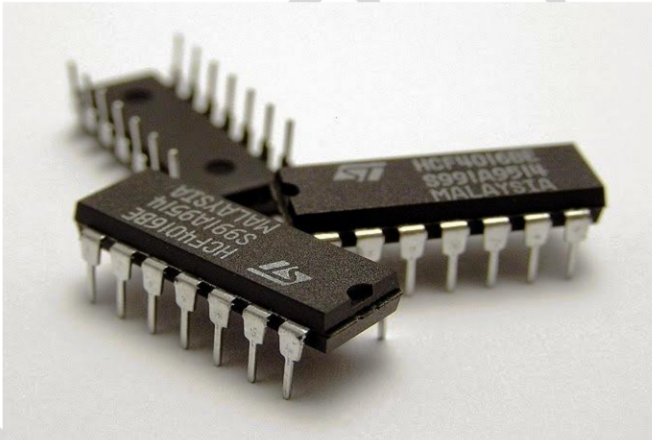
Institut Africain de Djibouti ( IAD)

Département de Génie Informatique

Support de cours :

# Systèmes Logiques (1)



Pour les Classes de 1er année GI

Année universitaire: 2023/2024

# *SYSTEMES DE NUMERATION ET CONVERSION*

## 1 . OBJECTIFS

Traiter en détails les différents systèmes de numération : systèmes décimal, binaire, octal et hexadécimal ainsi que les méthodes de conversion entre les systèmes de numération.

## 2. SYSTEMES DE NUMERATION

Pour qu'une information numérique soit traitée par un circuit, elle doit être mise sous forme adaptée à celui-ci. Pour cela Il faut choisir un système de numération de base B (B un nombre entier naturel $\geq 2$)

De nombreux systèmes de numération sont utilisés en technologie numérique. Les plus utilisés sont les systèmes : Décimal (base 10), Binaire (base 2), Tétral (base 4), Octal (base 8) et Hexadécimal (base 16).

### *2.1 <u>Représentation polynomiale</u>*

Tout nombre **N** peut se décomposer en fonction des puissances entières de la base de son système de numération. Cette décomposition s'appelle la forme polynomiale du nombre **N** et qui est donnée par :

$$\boxed{N=a_nB^n + a_{n-1}B^{n-1} + a_{n-2}B^{n-2} + \ldots + a_2B^2 + a_1B^1 + a_0B^0}$$

- **B** : Base du système de numération, elle représente le nombre des différents chiffres qu'utilise ce système de numération.
- $a_i$ : un chiffre (ou digit) parmi les chiffres de la base du système de numération.
- **i** : rang du chiffre $a_i$.

### *2.2 <u>Système décimal (base 10)</u>*

Le système décimal comprend 10 chiffres qui sont {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} c'est un système qui s'est imposé tout naturellement à l'homme qui possède 10 doigts. Écrivons quelques nombres décimaux sous la forme polynomiale :

**Exemples :**

$(5462)_{10}= 5*10^3 + 4*10^2 + 6*10^1 + 2*10^0$

$(239.537)_{10} = 2*10^{2} + 3*10^{1} + 9*10^{0} + 5*10^{-1} + 3*10^{-2} + 7*10^{-3}$

### *2.3 Système binaire (base 2)*

Dans ce système de numération il n'y a que deux chiffres possibles {0, 1} qui sont souvent appelés bits « binary digit ». Comme le montre les exemples suivants, un nombre binaire peut s'écrire sous la forme polynomiale.

**Exemples :**

$(111011)_{2} = 1*2^{5} + 1*2^{4} + 1*2^{3} + 0*2^{2} + 1*2^{1} + 1*2^{0}$

$(10011.1101)_{2} = 1*2^{4} + 0*2^{3} + 0*2^{2} + 1*2^{1} + 1*2^{0} + 1*2^{-1} + 1*2^{-2} + 0*2^{-3} + 1*2^{-4}$

### *2.4 Système tétral (base 4)*

Ce système appelé aussi base 4 comprend quatre chiffres possibles {0, 1, 2, 3}. Un nombre tétral peut s'écrire sous la forme polynomiale comme le montre les exemples suivant :

**Exemples :**

$(2331)_{4} = 2*4^{3} + 3*4^{2} + 3*4^{1} + 1*4^{0}$

$(130.21)_{4} = 1*4^{2} + 3*4^{1} + 1*4^{0} + 2*4^{-1} + 1*4^{-2}$

***Système Octal (base 8)***

Le système octal ou base 8 comprend huit chiffres qui sont {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}. Les chiffres 8 et 9 n'existent pas dans cette base. Ecrivons à titre d'exemple, les nombres $4527_8$ et $1274.632_8$ :

**Exemples :**

$(4527)_8= 4*8^3 + 5*8^2 + 2*8^1 + 7*8^0$

$(1274.632)_8= 1*8^3 + 2*8^2 + 7*8^1 +4*8^0+ 6*8^{-1} + 3*8^{-2} + 2*8^{-3}$

### *2.5 Système Hexadécimal (base 16)*

Le système Hexadécimal ou base 16 contient seize éléments qui sont {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}. Les chiffres A, B, C, D, E, et représentent respectivement 10, 11, 12, 13, 14 et 15.

**Exemples :**

$(3256)_{16}= 3*16^3 + 2*16^2 + 5*16^1 + 6*16^0$
$(9C4F)_{16}= 9*16^3 + 12*16^2 + 4*16^1 + 15*16^0$
$(A2B.E1)_{16}= 10*16^2 + 2*16^1 + 11*16^0 +14*16^{-1}+ 1*16^{-2}$

## 3. CHANGEMENT DE BASE

Il s'agit de la conversion d'un nombre écrit dans une base $\mathbf{B_1}$ à son équivalent dans une autre base $\mathbf{B_2}$

### *3.1 Conversion d'un nombre N de base B en un nombre décimal*

La valeur décimale d'un nombre **N**, écrit dans une base **B**, s'obtient par sa forme polynomiale décrite précédemment.

**Exemples :**

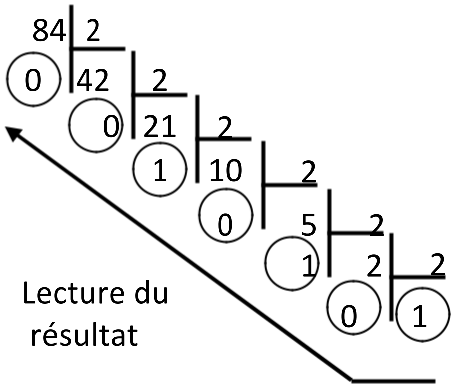
$(1011101)_2= 1*2^6 + 0*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1+ 1*2^0=(93)_{10}$
$(231102)_4= 2*4^5 + 3*4^4 + 1*4^3 + 1*4^2 + 0*4^1+ 2*4^0=(2898)_{10}$
$(7452)_8= 7*8^3 + 4*8^2 + 5*8^1+ 2*8^0=(3882)_{10}$
$(D7A)_{16}= 13*16^2 + 7*16^1 + 10*16^0 =(3450)_{10}$

#### *3.1.1 Conversion d'un nombre décimal entier*

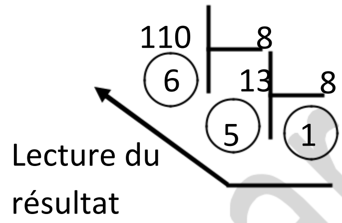
Pour convertir un nombre décimal entier en un nombre de base **B** quelconque, il faut faire des divisions entières successives par la base **B** et conserver à chaque fois le reste de la division. On s'arrête l'lorsqu'on obtient un résultat inferieur à* la base **B**. Le nombre recherche **N** dans la base **B** s'écrit de la gauche vers la droite en commençant par le dernier résultat allant jusqu'au premier reste.

**Exemples :**

➲ $(84)_{10}=(\,?\,)_2$

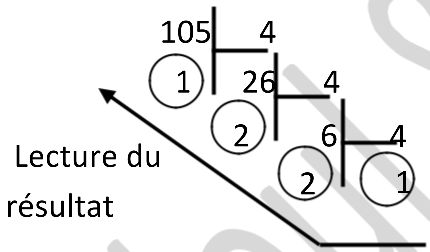



➲ $(110)_{10}=(\,?\,)_8$

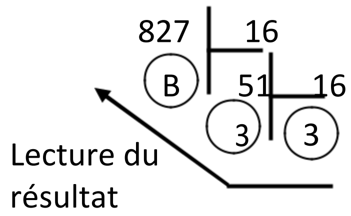



| | |
|---|---|
| $(84)_{10}=(1010100)_2$ | $(110)_{10}=(156)_8$ |

➲ $(105)_{10}=(\,?\,)_4$




➲ $(827)_{10}=(\,?\,)_{16}$




| | |
|---|---|
| $(105)_{10}=(1221)_4$ | $(827)_{10}=(33B)_{16}$ |

### *3.1.2 Conversion d'un nombre décimal à virgule*

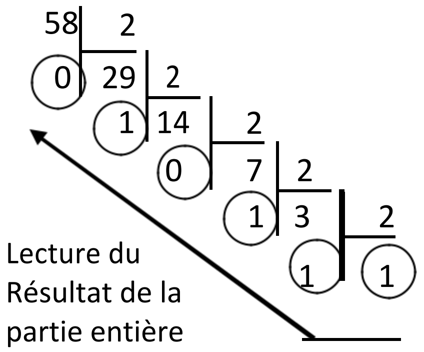
Pour convertir un nombre décimal à virgule dans une base **B** quelconque, il faut :

- Convertir la partie entière en effectuant des divisions successives par **B** (comme nous l'avons vu précédemment).
- Convertir la partie fractionnaire en effectuent des multiplications successives par **B** et en conservant à chaque fois le chiffre devenant entier.

**Exemples :**

Conversion du nombre (58,625) en base 2

➲ Conversion de la partie entière




➲ Conversion de la partie fractionnaire

$0.625 * 2 = \boxed{1}.25$

$0.25 * 2 = \boxed{0}.5$

$0.5 * 2 = \boxed{1}.0$

Lecture du Résultat de la partie fractionnaire

**$(58.625)_{10} = (111010.101)_2$**

**Remarques :**

Parfois en multipliant la partie fractionnaire par la base **B** on n'arrive pas à convertir toute la partie fractionnaire. Ceci est dû essentiellement au fait que le nombre à convertir n'a pas un équivalent exacte dans la base **B** et sa partie fractionnaire est cyclique

**Exemple :** $(0.15)_{10} = ( ? )_2$

0.15 *2 =**0**.3
0.3 *2 =**0**.6
0.6 *2 =**1**.2
0.2 *2 =**0**.4
0.4*2 =**0**.8
0.8*2 =**1**.6
0.6 *2 =**1**.2
0.2 *2 =**0**.4
0.4*2 =**0**.8
0.8*2 =**1**.6

➲ $(0.15)_{10} = (0.001001\underline{\mathbf{1001}})_2$

On dit que le nombre $(0.15)_{10}$ est cyclique dans la base 2 de période **1001**.

# *ALGEBRE DE BOOLE ET FONCTIONS LOGIQUES*

## 1. OBJECTIFS

- Étudier les règles et les théorèmes de l'algèbre de Boole.
- Comprendre le fonctionnement des portes logiques.

## 2. LES VARIABLES ET LES FONCTIONS LOGIQUES

### *2.1 Les variables logiques*

Une variable logique est une grandeur qui ne peut prendre que deux états logiques. Nous les symbolisons par 0 ou 1.

**Exemples :**

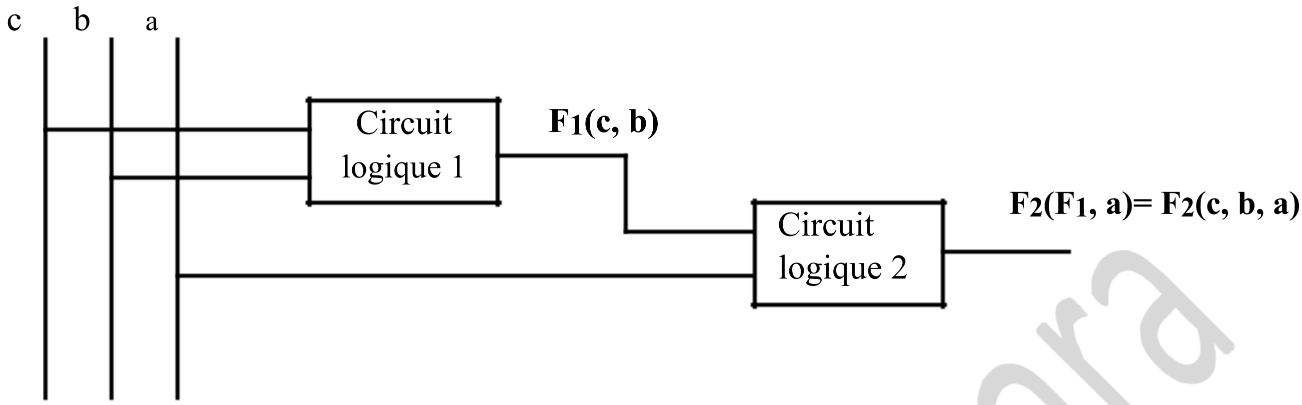
- Un interrupteur peut être soit fermée (1 logique), soit ouvert (0 logique). Il possède donc 2 états possibles de fonctionnement.
- Une lampe possède également 2 états possibles de fonctionnement qui sont éteinte (0 logique) ou allumée (1 logique).

### *2.2 Les fonctions logiques*

Une fonction logique est une variable logique dont la valeur dépend d'autres variables,

- Le fonctionnement d'un système logique est décrit par une ou plusieurs propositions logiques simples qui présentent le caractère binaire "VRAI" ou "FAUX".
- Une fonction logique qui prend les valeurs 0 ou 1 peut être considérée comme une variable binaire pour une autre fonction logique.
- Pour décrire le fonctionnement d'un système en cherchant l'état de la sortie pour toutes les combinaisons possibles des entrées, on utilisera « La table de vérité ».

**Exemple :**




## 3. LES OPERATIONS DE BASE DE L'ALGEBRE DE BOOLE ET LES PROPRIETES ASSOCIEES

L'algèbre de Boole est un ensemble de variables à deux états {0 et 1} dites aussi booléennes muni de 3 operateurs élémentaires présentés dans le tableau suivant :

<table>
<tr><th rowspan="2">Opération logique</th><th>Addition</th><th>Multiplication</th><th>Inversion</th></tr>
<tr><th>OU</th><th>ET</th><th>NON</th></tr>
<tr><td>Notation Algébrique</td><td>A OU B=A+B</td><td>A ET B=A.B</td><td>Non A=$\overline{A}$</td></tr>
<tr><td>Table de vérité</td>
<td><table><tr><th>A</th><th>B</th><th>A+B</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td>
<td><table><tr><th>A</th><th>B</th><th>A.B</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table></td>
<td><table><tr><th>A</th><th>NON A</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table></td></tr>
</table>

### *3.1 Les propriétés des opérations de base*

Quelques propriétés remarquables sont à connaitre :

| Fonctions | OU | ET | Commentaires |
|---|---|---|---|
| 1 variable | A+A=A | A.A=A | Idempotence |
| | A+1=1 | A.0=0 | Élément absorbant |
| | A+0=A | A.1=A | Élément Neutre |
| | A+$\overline{A}$=1 | A.$\overline{A}$=0 | Complément |
| | $\overline{\overline{A}}$=A | | Involution |

| Fonctions | OU | ET | Commentaires |
|---|---|---|---|
| 2 variables | $A+B=B+A$ | $A.B=B.A$ | Commutativité |
| 3 variables | $A+(B+C)=(A+B)+C$ $=A+B+C$ | $A.(B.C)=(A.B).C$ $=A.B.C$ | Associativité |
| | $A+B.C=(A+B).(A+C)$ | $A.(B+C)=A.B+A.C$ | Distributivité |

### 3.2 *Les théorèmes de l'algèbre de Boole*

Pour effectuer tout calcul Booléen, on utilise, en plus des propriétés, un ensemble de théorèmes :

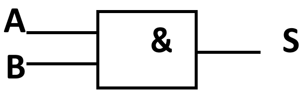
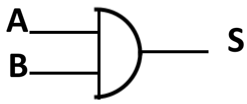
| Théorèmes | OU | ET |
|---|---|---|
| De DEMORGAN | $\overline{A+B}=\overline{A}.\overline{B}$ | $\overline{A.B}=\overline{A}+\overline{B}$ |
| | Ce théorème peut être généralisé à plusieurs variables | |
| | $\overline{A+B+\ldots+Z}=\overline{A}.\overline{B}.\ldots.\overline{Z}$ | $\overline{A.B.\ldots.Z}=\overline{A}+\overline{B}+\ldots+\overline{Z}$ |
| D'absorption | $A+AB=A$ | $A.(A+B)=A$ |
| D'allègement | $A+AB=A+B$ | $A.(\overline{A}+B)=A.B$ |
| | $A.B+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$ | |

## 4. MATERIALISATION DES OPERATEURS LOGIQUES

### 4.1 *Les portes logiques de base*

Les portes logiques sont des circuits électroniques dont les fonctions de transfert (relations entre les entrées et les sorties) matérialisant les opérations de base appliquées à des variables électriques.

### 4.1.1 *La porte ET (AND)*

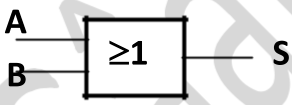
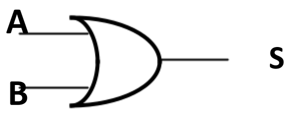
| Symbole logique | | Equation | Circuit intégré |
|---|---|---|---|
| Symbole International (CEI) | Symbole Européen (MIL) | | |
|   |   | S=A.B | TTL : 7408<br>CMOS : 4081 |

Si $V_0$ représente le niveau BAS de tension (état **0**) et $V_1$ représente le niveau HAUT (état **1**), on relève en sortie du circuit les tensions données dans la table de fonctionnement et on en déduit la table de vérité.

| Table de fonctionnement | | |
|---|---|---|
| $V_A$ | $V_B$ | $V_S$ |
| $V_0$ | $V_0$ | $V_0$ |
| $V_0$ | $V_1$ | $V_0$ |
| $V_1$ | $V_0$ | $V_0$ |
| $V_1$ | $V_1$ | $V_1$ |

| Table de vérité | | |
|---|---|---|
| A | B | S |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

### 4.1.2 *La porte OU (OR)*

| Symbole logique | | Equation | Circuit intégré |
|---|---|---|---|
| Symbole International (CEI) | Symbole Européen (MIL) | | |
|   |   | S=A+B | TTL : 7432<br>CMOS : 4071 |

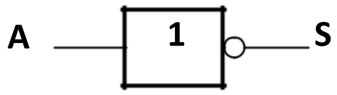
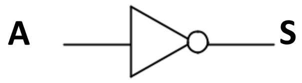
| Table de fonctionnement | | |
|---|---|---|
| $V_A$ | $V_B$ | $V_S$ |
| $V_0$ | $V_0$ | $V_0$ |
| $V_0$ | $V_1$ | $V_1$ |
| $V_1$ | $V_0$ | $V_1$ |
| $V_1$ | $V_1$ | $V_1$ |

| Table de vérité | | |
|---|---|---|
| A | B | S |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

**Remarque :** Il existe des portes logiques OU et ET à 2, 3, 4, 8, et 13 entrées sous forme de circuit intégrés.

#### *4.1.3 La porte NON (NOT)*

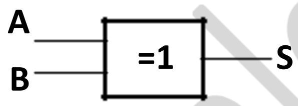
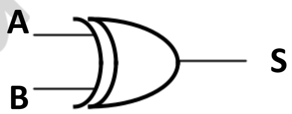
C’est une porte à une seule entrée, elle matérialise l’opérateur inverseur.

| **Symbole logique** | | **Equation** | **Circuit intégré** |
|---|---|---|---|
| Symbole International (CEI) | Symbole Européen (MIL) | | |
|   |   | $S=\overline{A}$ | TTL : 7404<br>CMOS : 4069 |

| **Table de fonctionnement** | |
|---|---|
| **$V_A$** | **$V_S$** |
| $V_0$ | $V_1$ |
| $V_1$ | $V_0$ |

| **Table de vérité** | |
|---|---|
| **A** | **S** |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

#### *4.1.4 La porte OU-exclusif (XOR)*

| **Symbole logique** | | **Équation** | **Circuit intégré** |
|---|---|---|---|
| Symbole International (CEI) | Symbole Européen (MIL) | | |
|   |   | $S= A\oplus B$<br>$= \overline{A}B * A\overline{B}$ | TTL : 7486<br>CMOS : 4070 |

| **Table de fonctionnement** | | |
|---|---|---|
| **$V_A$** | **$V_B$** | **$V_S$** |
| $V_0$ | $V_0$ | $V_0$ |
| $V_0$ | $V_1$ | $V_1$ |
| $V_1$ | $V_0$ | $V_1$ |
| $V_1$ | $V_1$ | $V_0$ |

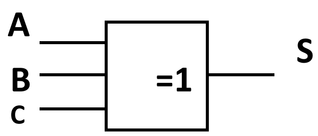
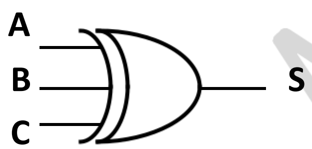
| **Table de vérité** | | |
|---|---|---|
| **A** | **B** | **S** |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

**REMARQUE**

La fonction OU-exclusif vaut **1** si une seule des entrées est à l'état **1** et l'autre est l'état **0**.

**Généralisations de la fonction OU-EXCLUSIF :** La sortie de la fonction OU-EXCLUSIF prend l'état logique **1** si un nombre impair des variables d'entrée est à l'état logique **1**.

**Exemple :** OU-exclusif a trois entrées

| **Symbole logique** | | **Equation** | **Circuit intégré** |
|---|---|---|---|
| Symbole International (CEI) | Symbole Européen (MIL) | | |
|   |   | $S = A \oplus B \oplus C$ | TTL : 74386 |

| **Table de fonctionnement** | | | |
|---|---|---|---|
| $V_A$ | $V_B$ | $V_C$ | $V_S$ |
| $V_0$ | $V_0$ | $V_0$ | $V_0$ |
| $V_0$ | $V_0$ | $V_1$ | $V_1$ |
| $V_0$ | $V_1$ | $V_0$ | $V_1$ |
| $V_0$ | $V_1$ | $V_1$ | $V_0$ |
| $V_1$ | $V_0$ | $V_0$ | $V_1$ |
| $V_1$ | $V_0$ | $V_1$ | $V_0$ |
| $V_1$ | $V_1$ | $V_0$ | $V_0$ |
| $V_1$ | $V_1$ | $V_1$ | $V_1$ |

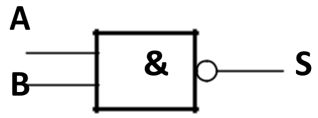
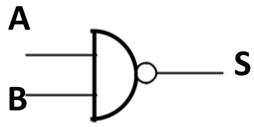
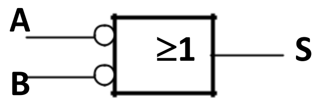
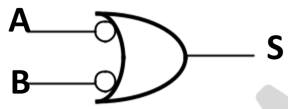
| **Table de vérité** | | | |
|---|---|---|---|
| **A** | **B** | **C** | **S** |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

### *4.2 Les portes universelles*

Autre que les portes logiques de base (ou élémentaires), il existe des portes appelées portes logique universelles (complètes) telles que les portes NON-ET et NON-OU.

#### *4.2.1 La porte NON-ET (NAND)*

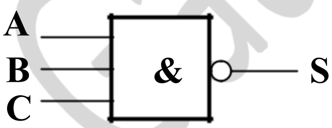
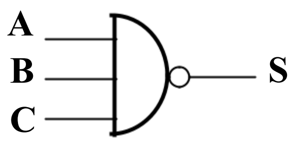
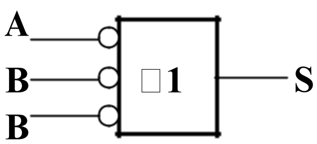
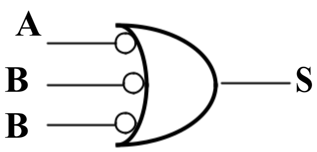
Elle est équivalente à une porte suivie d'un inverseur.

| **Symbole logique** | | **Equation** | **Circuit intégré** |
|---|---|---|---|
| Symbole International (CEI) | Symbole Européen (MIL) | $S = A/B$<br>$S = \overline{A.B}$<br>$S = \overline{A}+\overline{B}$ | TTL : 7400<br>CMOS : 4011-4093 |
|  |  | | |
|  |  | | |

| **Table de fonctionnement** | | |
|---|---|---|
| $V_A$ | $V_B$ | $V_S$ |
| $V_0$ | $V_0$ | $V_1$ |
| $V_0$ | $V_1$ | $V_1$ |
| $V_1$ | $V_0$ | $V_1$ |
| $V_1$ | $V_1$ | $V_0$ |

| **Table de vérité** | | |
|---|---|---|
| **A** | **B** | **S** |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Pour la porte NAND à trois entrées on trouve :

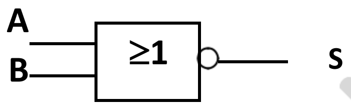
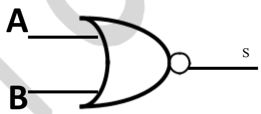
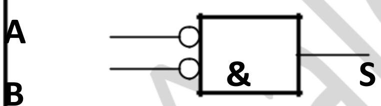
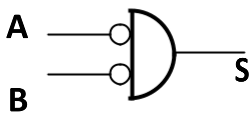
| **Symbole logique** | | **Equation** | **Circuit intégré** |
|---|---|---|---|
| Symbole International (CEI) | Symbole Européen (MIL) | $S=A\vert B\vert C$<br>$S=\overline{A.B.C}$<br>$S=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$ | TTL : 7410<br>CMOS : 4023 |
|  |  | | |
|  |  | | |

| Table de fonctionnement | | | |
|---|---|---|---|
| $V_A$ | $V_B$ | $V_C$ | $V_S$ |
| $V_0$ | $V_0$ | $V_0$ | $V_1$ |
| $V_0$ | $V_0$ | $V_1$ | $V_1$ |
| $V_0$ | $V_1$ | $V_0$ | $V_1$ |
| $V_0$ | $V_1$ | $V_1$ | $V_1$ |
| $V_1$ | $V_0$ | $V_0$ | $V_1$ |
| $V_1$ | $V_0$ | $V_1$ | $V_1$ |
| $V_1$ | $V_1$ | $V_0$ | $V_1$ |
| $V_1$ | $V_1$ | $V_1$ | $V_0$ |

| Table de vérité | | | |
|---|---|---|---|
| A | B | C | S |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

### *4.2.2 La porte NON-OU (NOR)*

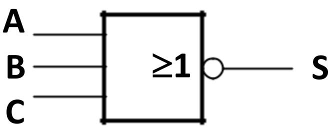
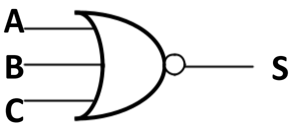
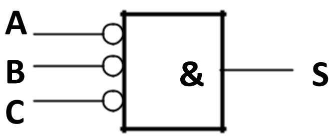
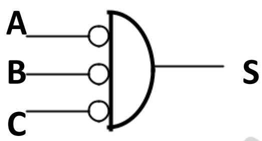
Elle est équivalente à une porte suivie d'un inverseur.

| Symbole logique | | Equation | Circuit intégré |
|---|---|---|---|
| Symbole International (CEI) | Symbole Européen (MIL) | $S=A\downarrow B$<br>$S=\overline{A+B}$<br>$S=\overline{A}.\overline{B}$ | TTL : 7402<br>CMOS : 4001 |
|  |  | | |
|  |  | | |

| Table de fonctionnement | | |
|---|---|---|
| $V_A$ | $V_B$ | $V_S$ |
| $V_0$ | $V_0$ | $V_1$ |
| $V_0$ | $V_1$ | $V_0$ |
| $V_1$ | $V_0$ | $V_0$ |
| $V_1$ | $V_1$ | $V_0$ |

| Table de vérité | | |
|---|---|---|
| A | B | S |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

Pour la porte NOR à trois entrées on trouve :

| Symbole logique | | Equation | Circuit intégré |
|---|---|---|---|
| Symbole International (CEI) | Symbole Européen (MIL) | $S = A \downarrow B \downarrow C$<br>$S = \overline{A+B+C}$<br>$S = \bar{A}.\bar{B}.\bar{C}$ | TTL : 7427<br>CMOS : 4025 |
|   |   | | |
|   |   | | |

| Table de fonctionnement | | | |
|---|---|---|---|
| $V_A$ | $V_B$ | $V_C$ | $V_S$ |
| $V_0$ | $V_0$ | $V_0$ | $V_1$ |
| $V_0$ | $V_0$ | $V_1$ | $V_0$ |
| $V_0$ | $V_1$ | $V_0$ | $V_0$ |
| $V_0$ | $V_1$ | $V_1$ | $V_0$ |
| $V_1$ | $V_0$ | $V_0$ | $V_0$ |
| $V_1$ | $V_0$ | $V_1$ | $V_0$ |
| $V_1$ | $V_1$ | $V_0$ | $V_0$ |
| $V_1$ | $V_1$ | $V_1$ | $V_0$ |

| Table de vérité | | | |
|---|---|---|---|
| A | B | C | S |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

## 4.2.3 Exercice

1) Démontrer si les foncions universelles sont associatives :

$$(A|B)|C \stackrel{?}{=} A|(B|C) \stackrel{?}{=} A|B|C$$

$$(A\downarrow B)\downarrow C \stackrel{?}{=} A\downarrow(B\downarrow C) \stackrel{?}{=} A\downarrow B\downarrow C$$

2) Réaliser la fonction NAND à trois entrées à l'aide des opérateurs NAND à deux entrées.