

1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
0	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Matrikelnummer

Name

Hinweise zur Personalisierung:

- Kreuzen Sie Ihre Matrikelnummer an (mit führender Null). Diese wird maschinell ausgewertet.
- Tragen Sie oben Ihren Namen ein.

Systemtheorie

Klausur: EI00220 / GOP-Wiederholung
Prüfer: Dr.-Ing. Michael Joham

Datum: Donnerstag, 7. Oktober 2021
Uhrzeit: 15:00 – 16:30

	A 1	A 2	A 3	A 4	A 5
I					

Bearbeitungshinweise

- Diese Klausur umfasst **18 Seiten** mit insgesamt **5 Aufgaben**.
Bitte kontrollieren Sie jetzt, dass Sie eine vollständige Angabe erhalten haben.
- Die Gesamtpunktzahl in dieser Prüfung beträgt 90 Punkte.
- Das Heraustrennen von Seiten aus der Prüfung ist untersagt.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen:
 - eine Formelsammlung mit maximal 10 DIN A4 Blättern
 - ein **analoges Wörterbuch** Deutsch ↔ Muttersprache **ohne Anmerkungen**
- Mit * gekennzeichnete Teilaufgaben sind ohne Kenntnis der Ergebnisse vorheriger Teilaufgaben lösbar.
- **Es werden nur solche Ergebnisse gewertet, bei denen der Lösungsweg erkennbar ist.** Auch Textaufgaben sind **grundsätzlich zu begründen**, sofern es in der jeweiligen Teilaufgabe nicht ausdrücklich anders vermerkt ist.
- Schreiben Sie weder mit roter / grüner Farbe noch mit Bleistift.
- Schalten Sie alle mitgeführten elektronischen Geräte vollständig aus, verstauen Sie diese in Ihrer Tasche und verschließen Sie diese.

Kenntnisnahme:

Hiermit bestätige ich, dass ich die auf der nächsten Seite abgedruckten „Informationen und Regelungen im Zusammenhang mit der COVID-19-Pandemie“ sowie die Hinweise zum „Verhalten im Brandfall“ und dem „Verhalten bei während der Prüfung auftretenden Erkrankung“ zur Kenntnis genommen habe.

Unterschrift

Hörsaal verlassen von _____ bis _____ / Vorzeitige Abgabe um _____

Informationen und Regelungen im Zusammenhang mit der COVID-19-Pandemie

Teilnahme an der Prüfung

Der Prüfungsvorsitzende setzt Sie hiermit davon in Kenntnis,

- dass die Teilnahme an der Prüfung grundsätzlich freiwillig ist.
- Nur zur Prüfung angemeldete Personen an dieser teilnehmen dürfen.
- Von der Teilnahme an der Prüfung sind Personen ausgeschlossen,
 - die einer Quarantänemaßnahme unterliegen (z.B. nach Einreise oder Kontakt mit einer infizierten Person) oder
 - bei denen eine aktuelle Infektion mit dem Coronavirus durch Tests jedweder Art nachgewiesen worden ist oder
 - die für eine Infektion mit dem Coronavirus typische Symptome aufweisen.
- Personen, die einer Gruppe mit erhöhtem Risiko für einen schweren Verlauf angehören und an der Prüfung teilnehmen möchten, sind angehalten, die notwendigen Maßnahmen zum Eigenschutz zu treffen bzw. von einer Teilnahme abzusehen.

Einzuhaltende Hygieneregeln und Schutzmaßnahmen während und nach der Prüfung

Der Prüfer weist Sie hiermit auf die im Prüfungsraum und Wartebereich ausgehängten Hygieneregeln hin. Insbesondere weist Sie der Prüfungsvorsitzende darauf hin, dass

- vor und nach der Prüfung gründliches Händewaschen (bzw. Desinfizieren mit den bereitstehenden Desinfektionsmitteln) obligatorisch ist;
- zu jedem Zeitpunkt der Mindestabstand von 1,5 m zwischen je zwei Personen eingehalten werden muss;
- eine medizinischen Maske oder eine FFP2-Maske durchgehend – d.h. auch während der Prüfung – zu tragen ist;
- die Kontaktdatenerfassung mit Hilfe des QRONITON-QR-Codes an Ihrem Sitzplatz bzw. am Eingang / im Eingangsbereich verpflichtend ist;
- Arbeitsmittel oder Gegenstände (Stifte etc.) ausschließlich personenbezogen verwendet werden dürfen;
- das Verweilen auf dem Gelände der TUM nur für studienrelevante Zwecke erlaubt ist.
- Die Papierunterlage an Ihren Arbeitsplätzen dient Ihrem Schutz vor Schmierinfektionen. Bitte berühren Sie die Tischflächen nicht außerhalb dieser Unterlage. Bitte entsorgen Sie die Papierunterlage nach der Prüfung in die dafür vorgesehenen Sammelboxen am Ausgang des Prüfungssaals. Bitte knüllen Sie das Papier nicht, sondern legen es platzsparend flach ab. Danke!

Meldepflicht bei Verdachts- und Infektionsfällen

Sollten Sie im Nachgang der Prüfung erkranken und COVID-19-spezifische Symptome vorweisen, sind Sie verpflichtet, sich unverzüglich beim Krisenstab der TUM über krisenstab-coronavirus@tum.de zu melden. Bitte halten Sie sich an das unter <http://go.tum.de/corona-faq> beschriebene Vorgehen bei der Meldung.

Verhalten im Brandfall

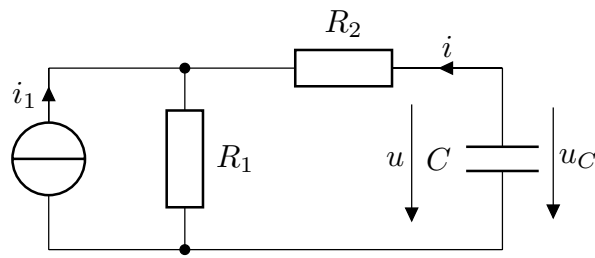
Bewahren Sie die Ruhe, Melden Sie den Brand (112) und bringen Sie sich – möglichst unter Einhalten der Abstandsregeln – in Sicherheit. Warnen und helfen Sie gefährdeten Personen, schließen Sie die Türen und folgen Sie den gekennzeichneten Fluchtwegen. Aufzüge dürfen nicht benutzt werden. Suchen Sie die nächste Sammelstelle auf und achten Sie auf Anweisungen. Feuerlöscher befinden sich an den Hörsaalausgängen. Leben retten geht vor Einhaltung des Infektionsschutzgesetzes!

Verhalten bei während der Prüfung auftretenden Erkrankung

Im Falle einer plötzlich während der Prüfung auftretenden Erkrankung müssen Sie das Aufsichtspersonal umgehend informieren. Geben Sie Ihre Prüfung bei uns mit dem Vermerk ab, dass Sie aus gesundheitlichen Gründen die Prüfung abbrechen wollen. Dies wird im Prüfungsprotokoll vermerkt. Danach müssen Sie unverzüglich einen Rücktritt von der Prüfung beim zuständigen Prüfungsausschuss beantragen. Ein vertrauensärztliches Attest, ausgestellt am Prüfungstag, ist unverzüglich nachzureichen. Wird die Prüfung hingegen in Kenntnis der gesundheitlichen Beeinträchtigung dennoch regulär beendet, kann im Nachhinein kein Prüfungsrücktritt aufgrund von Krankheit beantragt werden. Wird die Prüfung wegen Krankheit abgebrochen, wird die Klausur als „5,0 - nicht erschienen“ gemeldet und, unabhängig vom Rücktritts Antrag, nicht bewertet.

Aufgabe 1 Schaltung ersten Grades (10 Punkte)

Gegeben sei folgende Schaltung ersten Grades, mit $R_1, R_2, C > 0$.



a)* Geben Sie die stromgesteuerte Repräsentation des resistiven Anteils der Schaltung als lineare Quelle an.

☐ 0
☐ 1
☐ 2
☐ 3

b) Geben Sie die Zeitkonstante τ der Schaltung in Abhängigkeit von R_1 , R_2 und C an.

☐ 0
☐ 1

c) Ist die Schaltung stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

☐ 0
☐ 1


Nun sind folgende Bauelementewerte gegeben: $R_1 = R_2 = 10\Omega$ und $C = 1\mu\text{F}$.



d) Geben Sie die Sprungantwort $u_{C,\sigma}(t)$ der Schaltung an.

Hinweis: Achten Sie auf korrekte Einheiten und es gilt: $u_C(0) = 0$.

☐ 0
☐ 1
☐ 2

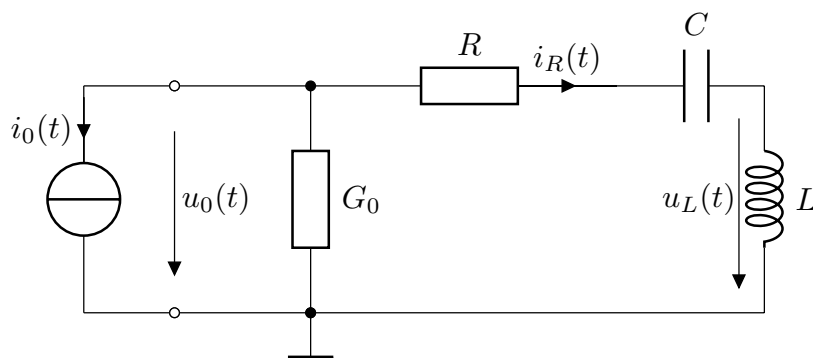
0  e) Wie groß ist die Sprungantwort $u_{C,\sigma}(t)$ zum Zeitpunkt $t = 10\mu s$?
1  **Hinweis:** $\exp(-0.5) \approx 0.6$

0  f) Wie lange dauert es bis an der Kapazität eine Spannung von 10V anliegt?
1 

0  g)* Wie lautet die allgemeine Lösung $x(t)$ für ein System ersten Grades mit einer allgemeinen kausalen Erregung $v(t)$, in Abhängigkeit der Impulsantwort $h(t)$? Es gilt: $x(0) = 0$.
1 

Aufgabe 2 Komplexe Wechselstromrechnung - Komplexe Leistung (13 Punkte)

Gegeben sei folgende Schaltung mit $G_0, R, C, L > 0$.



Der Strom $i_0(t)$ sei sinusoidal mit der Kreisfrequenz ω .

a)* Geben Sie einen Zusammenhang zwischen $u_L(t)$ und $i_R(t)$ an.

☐ 0
☐ 1

Nun sei I_R der komplexe Zeiger von $i_R(t)$, I_0 der komplexe Zeiger von $i_0(t)$, U_0 der komplexe Zeiger von $u_0(t)$ und U_L der komplexe Zeiger von $u_L(t)$.

b)* Gegeben Sie U_L in Abhängigkeit von I_R an.

☐ 0
☐ 1

c) Bestimmen Sie U_0 in Abhängigkeit von I_R .

☐ 0
☐ 1
☐ 2

d) Geben Sie nun I_0 in Abhängigkeit von U_0 an.

☐ 0
☐ 1
☐ 2

Der komplexe Zeiger U_0 in Abhängigkeit des komplexen Zeigers I_0 sei nun gegeben:

$$U_0 = -\frac{1}{G_0} \frac{1 + j\omega/\omega_1 - \omega^2 LC}{1 + j\omega/\omega_2 - \omega^2 LC} I_0,$$

mit den Konstanten $\omega_1, \omega_2 > 0$, wobei $\omega_1 \neq \omega_2$.

0 ☐
1 ☐
2 ☐

e)* Geben Sie die komplexe Leistung der Quelle in Abhängigkeit von I_0 an.

Nun seien $\omega, G_0, R, L > 0$ gegebene Konstanten.

0 ☐
1 ☐
2 ☐
3 ☐

f) Geben Sie die Kapazität C in Abhängigkeit von ω, G_0, R und L an, so dass die Blindleistung der Quelle verschwindet.

Für die entsprechende Wahl von C erhält man

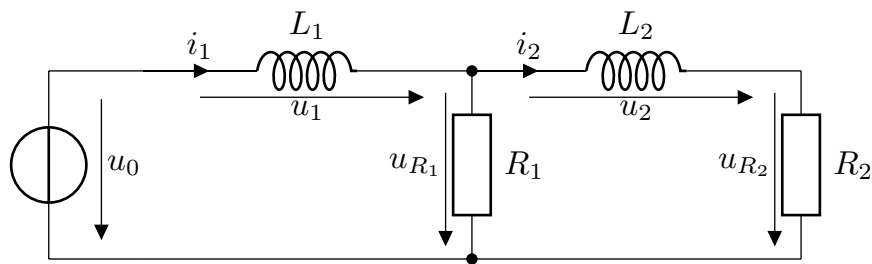
$$P = -\frac{1}{2} \frac{1}{G_0} \frac{R}{R + 1/G_0} |I_0|^2.$$

0 ☐
1 ☐
2 ☐

g)* Zeichnen Sie das korrespondierende äquivalente Ersatzschaltbild. Tragen Sie alle Bauelementewerte, sowie die Zeiger U_0, I_0 und I_R an den entsprechenden Stellen ein.

Aufgabe 3 Lineare Schaltung zweiten Grades (33 Punkte)

Gegeben sei folgende Schaltung zweiten Grades, die aus einer konstanten Spannungsquelle u_0 , zwei Widerständen R_1 und R_2 und zwei Induktivitäten L_1 und L_2 besteht.



Der Ausgang der Schaltung sei u_{R_1} .

a)* Geben Sie die Zustandsgrößen der Schaltung an.

☐ 0
☐ 1

b)* Bestimmen Sie die Zustandsgleichungen der Schaltung.

☐ 0
☐ 1
☐ 2
☐ 3
☐ 4
☐ 5

c) Wie lautet die Zustandsmatrix \mathbf{A} und der Einkoppelvektor \mathbf{b} der Schaltung?

☐ 0
☐ 1
☐ 2

0 ☐
1 ☐
2 ☐

d) Geben Sie den Auskoppelvektor \mathbf{c} und den Durchgriff d an, wenn u_{R_1} die Ausgangsspannung ist.

0 ☐
1 ☐
2 ☐
3 ☐

e)* Skizzieren Sie die Schaltung, welche dual zur gegebenen Schaltung ist. Tragen Sie alle dualen Spannungen und Ströme, sowie die dualen Bauelementewerte ein.

Für eine bestimmte Wahl der Bauelementewerte erhält man folgende normierte Zustandsmatrix

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ a_1 & -5 \end{bmatrix}.$$

0 ☐
1 ☐
2 ☐
3 ☐

f)* Geben Sie das charakteristische Polynom sowie die Eigenwerte der Zustandsmatrix \mathbf{A} in Abhängigkeit der Variable a_1 an.

0 ☐
1 ☐

g) Wie muss a_1 gewählt werden, sodass sich konjugiert komplexe Eigenwerte ergeben?

h) Kann a_1 so gewählt werden, dass sich ein Wirbelpunkt im Phasenportrait ergibt? Begründen Sie Ihre Antwort.

☐ 0
☐ 1

i) Wie muss a_1 gewählt werden, sodass sich ein stabiler Knoten im Phasenportrait ergibt?

☐ 0
☐ 1
☐ 2
☐ 3

Nun gilt, dass $a_1 = 12$ ist.

j) Geben Sie die Eigenwerte der Zustandsmatrix an. Welches Phasenportrait ergibt sich?

☐ 0
☐ 1
☐ 2

k) Berechnen Sie zwei Eigenvektoren, deren zweite Komponente 12 ist.

☐ 0
☐ 1
☐ 2

Für eine gewisse Wahl der Erregung u_0 ergeben sich folgende normierte Zustandsgleichungen:

$$\dot{x}_1 = -x_1 + x_2 + 7,$$

$$\dot{x}_2 = 12x_1 - 5x_2.$$

l)* Wie lautet der Gleichgewichtspunkt x_∞ des normierten Systems?

☐ 0
☐ 1
☐ 2

Gegeben sei nun ein anderes normiertes System mit folgenden Eigenwerten und Eigenvektoren:

$$\lambda_1 = 2$$

$$\mathbf{q}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_2 = -4$$

$$\mathbf{q}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Es sei keine Erregung im System vorhanden: $v(t) = 0$.

0 ☐
1 ☐

m)* Wieso ist dieses System instabil?

0 ☐
1 ☐
2 ☐

n)* Geben Sie die Lösung $\mathbf{x}(t)$ des Systems mithilfe der gegebenen Eigenwerte und Eigenvektoren für allgemeine Anfangswerte an.

Da keine Erregung im System vorhanden ist, lautet die Ausgangsgleichung des Systems wie folgt:

$$y(t) = \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t).$$

0 ☐
1 ☐
2 ☐

o)* Bestimmen Sie einen nicht-trivialen Ausgangsvektor \mathbf{c}^T , sodass der Ausgang $y(t)$ des Systems gegen Null konvergiert.

0 ☐
1 ☐

p) Wie lautet $y(t)$ für die in Aufgabe o) gefundene Lösung für \mathbf{c}^T ?

Aufgabe 4 Federschwinger mit Dämpfungsglied, Laplace-Transformation (21 Punkte)

Gegeben sei folgende Bewegungsgleichung eines Federschwingers mit Dämpfungsglied. Auf die Masse wirkt eine zusätzliche Kraft $F(t)$ als Erregung:

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = F(t),$$

wobei m die Masse des Körpers, d die Dämpfungskonstante und k die Federkonstante ist.

Zunächst sei $F(t)$ konstant, $F(t) = F$.

a)* Geben Sie ein Zustandsgleichungssystem mit Differentialgleichungen erster Ordnung in Matrix-Vektor-Notation unter Verwendung der Substitution $s = \dot{x}$ an. Geben Sie hierbei explizit die Zustandsmatrix \mathbf{A} , den Zustandsvektor \mathbf{x} und den Einkoppelvektor \mathbf{b} an.

☐ 0
☐ 1
☐ 2

b) Ist die betrachtete Differentialgleichung autonom? Begründen Sie Ihre Antwort.

☐ 0
☐ 1

c) Kann die Lösung der Differentialgleichung als

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_\infty + \exp(\mathbf{A}(t - t_0))[\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_\infty],$$

angegeben werden? Begründen Sie Ihre Antwort.

☐ 0
☐ 1
☐ 2
☐ 3

Die zeitliche Ableitung einer Größe $a(t)$ kann mit Hilfe einer Laplace-Transformations Regel angegeben werden als:

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d}{dt}a(t)\right\} = pA(p) - a(0),$$

wobei $A(p)$ die Laplace-Transformierte von $a(t)$ ist.

- 0 ☐ d)* Geben Sie basierend auf dieser Transformations-Regel für die Ableitung eine Regel für die zweifache
1 ☐ Ableitung nach der Zeit, $\frac{d}{dt}\frac{d}{dt}a(t)$, an.
2 ☐

Folgende Laplace-Transformationspaare sind gegeben:

$$\mathcal{L}\{\cos(\omega t)\} = \frac{p}{p^2 + \omega^2} \qquad \mathcal{L}\{\sin(\omega t)\} = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}.$$

Die Erregung sei nun $F(t) = F \cos(\omega t)$ mit $\omega > 0$. Zudem sei $x_0 = x(0)$ und $v_0 = x'(0)$ gegeben.

- 0 ☐ e) Transformieren Sie die Bewegungsgleichung des Federschwingers in den Laplace-Bereich.
1 ☐
2 ☐

Von nun an gilt, dass $d = 0$ ist.

- 0 ☐ f) Geben Sie $x(t)$ für den Fall $F = 0$ an.
1 ☐
2 ☐
3 ☐
4 ☐

Hinweis: Lösen Sie die Gleichung zunächst im Laplace-Bereich und verwenden Sie die Substitution $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Für $F \neq 0$ und $x_0 = v_0 = 0$ erhält man folgenden Zusammenhang:

$$X(p) = \frac{F}{m} \frac{p}{(p^2 + \omega_0^2)(p^2 + \omega^2)}.$$

g)* Finden Sie die Koeffizienten der folgenden Partialbruchzerlegung unter der Voraussetzung, dass $\omega \neq \omega_0$:

$$\frac{p}{(p^2 + \omega_0^2)(p^2 + \omega^2)} = \frac{c_1 p + c_2}{(p^2 + \omega_0^2)} + \frac{c_3 p + c_4}{(p^2 + \omega^2)}.$$

<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2
<input type="checkbox"/>	3
<input type="checkbox"/>	4

h) Geben Sie $X(p)$ unter Verwendung Ihrer Lösung aus Teilaufgabe g) an.

<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1

i) Geben Sie nun $x(t)$ an.

<input type="checkbox"/>	0
<input type="checkbox"/>	1
<input type="checkbox"/>	2

Aufgabe 5 Praktikumsaufgaben (13 Punkte)

Gegeben sei folgende Zustandsgleichung für den Preis einer bestimmten Ware:

$$\dot{p}(t) = -k(d + a)p(t) + k(c + b),$$

mit $a, b, c, d, k > 0$.

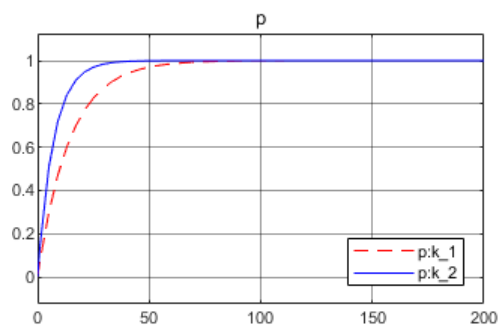
0 ☐
1 ☐

a) Ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

0 ☐
1 ☐
2 ☐

b)* Skizzieren Sie ein Simulink Blockdiagramm, welches die gegebene Zustandsgleichung beschreibt. Dabei dürfen Sie maximal einen Integrator-Block, einen Gain-Block, eine konstante Quelle und einen Add-Block verwenden. Zudem soll die Zustandsvariable mit einem Scope-Block verbunden werden.

Gegeben sei nun folgender Graph, welcher die Entwicklung des Preises bei fixen Werten für a, b, c und d , jedoch bei zwei unterschiedlichen Werten für k beschreibt (k_1 und k_2).



0 ☐
1 ☐

c) Zeigen Sie rechnerisch, dass k keinen Einfluss auf den Preis im Äquilibrium hat.

0 ☐
1 ☐

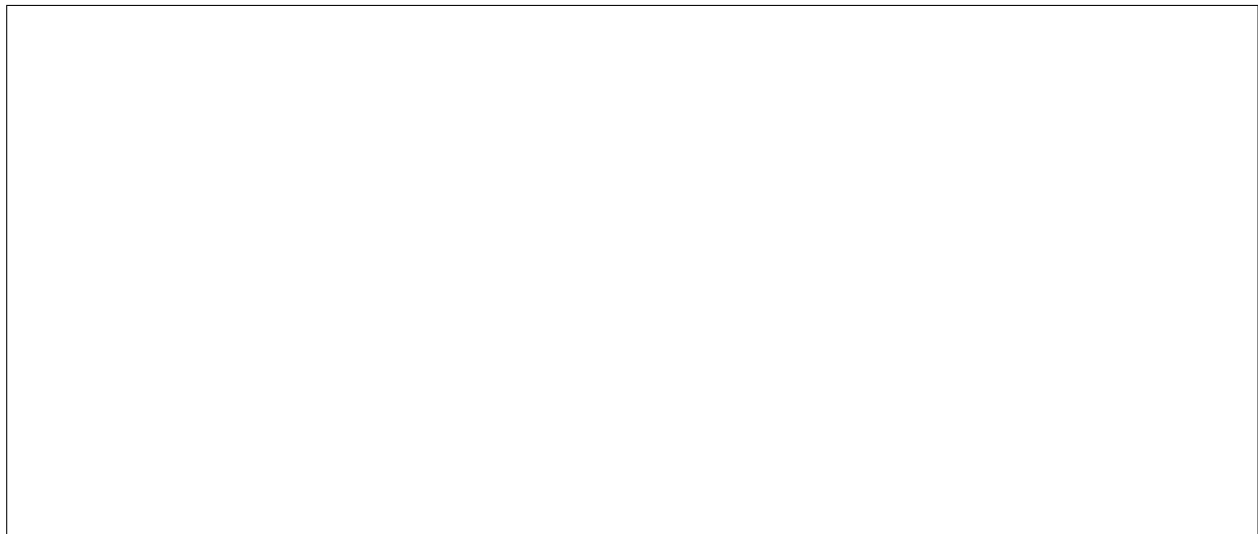
d) Hat k einen Einfluss darauf, wann sich der Preis im Äquilibrium einstellt? Begründen Sie Ihre Antwort.

Gegeben sei folgende Netzliste eines Schaltplans in LTSpice.

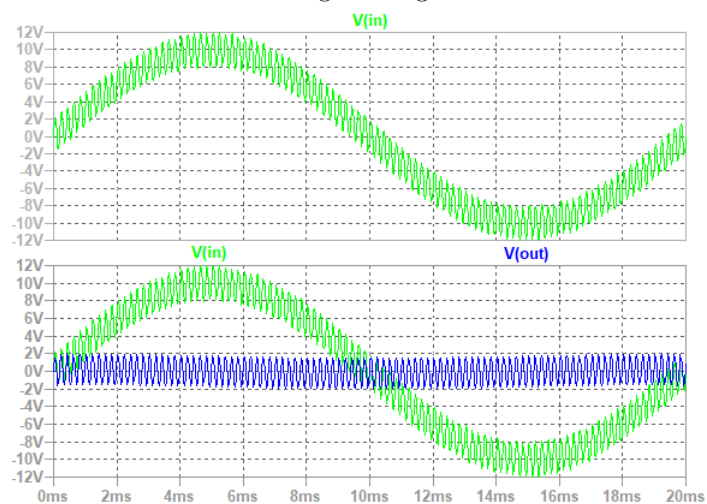
```
* Praktikumsaufgabe.asc
C1  out  in  1µF
R1  out  0   75
V1  in  2   SINE(0 10V 50Hz)
V2  2   0   SINE(0 2V 5kHz)
.tran 0 0.02s 0s uic
.backanno
.end
```

e)* Skizzieren Sie die entsprechende Schaltung. Beschriften Sie die Elemente und Knoten!

0
1
2

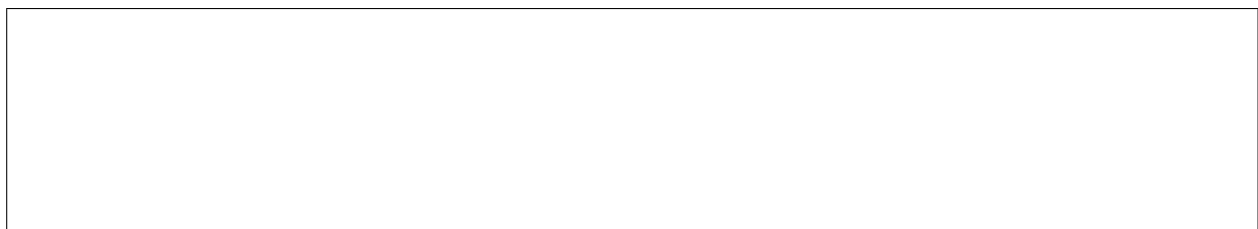


Sie starten nun die Simulation und beobachten folgende Signalverläufe:



f) Welche Funktion erfüllt diese Schaltung? Begründen Sie Ihre Antwort, indem Sie über die gegebenen Signalverläufe argumentieren.

0
1
2



- 0 ☐ g) Geben Sie mithilfe der komplexen Wechselstromrechnung die Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ zwischen
1 ☐ Eingang und Ausgang der Schaltung an.
2 ☐

- 0 ☐ h) Verifizieren Sie Ihre Antwort aus der Teilaufgabe f), indem Sie die Übertragungsfunktion $H(j\omega)$ für $\omega = 0$
1 ☐ und $\omega \rightarrow \infty$ untersuchen.
2 ☐

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, uniform squares formed by thin, light gray lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

