APUNTES DEL MODELO CLÁSICO

Francisco Llamocca Solis[†]

20 de febrero del 2025

[†]Estudiante de pregrado de la Escuela Profesional de Economia Internacional en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos (UNMSM).

1. Introducción

En el presente documento se encuentra el modelo clásico o prekeynesiano que se enseña en el curso de Macroeconomía I. El modelo clásico describe una realidad en circunstancias especiales; dentro del modelo, se explica el mercado laboral, el mercado de bienes y servicios, el mercado monetario y el de activos financieros. La importancia de este modelo radica en sus componentes que prevalecen en las teorías más complejas.

2. Supuestos

Son los supuestos generales que contiene la teoría clásica para fundamentar sus pensamientos.

Supuestos basicos:

- La conforman son las familias, las empresas y el sector publico(BCRP).
- Los agentes económicos son racionales-optimizadores.
- Los precios son flexibles - mercados walrasianos.
- La estructura de mercado de competencia perfecta.
- Existe información perfecta.
- El mercado está siempre en equilibrio, en situación de pleno empleo.
- La tecnologia está dada exogenamente.
- La oferta agregada determina el nivel productivo asignado.

Supuestos auxiliares:

- Economía cerrada o autarquia.
- Existen tres mercados: bienes y servicios; monetarios y laboral.
- Factor capital está dada exogenamente al corto plazo.
- La velocidad del dinero es exógeno al corto plazo.
- Los trabajadores homogeneos y se movilizan entre sectores sin inconvenientes.
- El ingreso real que genera el ultimo trabajador debe ser igual al costo real que aporta.
- La tecnologia es de naturaleza Cobb-Douglas.

3. Oferta Agregada

Para hallar la oferta agregada del modelo clásico se hace uso del mercado de trabajo, de la función de producción y de un cuadrante reflejo para derivar dicha oferta.

3.1. Función de producción

Para dar la función de produccion usada por los clásicos, se parte del supuesto que hay empresas idénticas y con un capital dado exógenamente que se mantendrá constante.

La función de producción de una firma representativa es la siguiente:

$$Y_i = f(K_i, L_i)$$

$$\sum_{i=1}^{n} Y_i = f\left(\sum_{i=1}^{n} K_i \; ; \; \sum_{i=1}^{n} L_i\right)$$

Tal que la misma cumple las siguientes condiciones:

- Rendimientos constantes a escala:

  $f(\lambda K, \lambda L) = \lambda f(K, L)$
- Productividad marginal positiva:

  $\frac{\partial f}{\partial L} \equiv PmgL > 0$; $\frac{\partial f}{\partial K} \equiv PmgK > 0$
- Productividad marginal decreciente:

  $\frac{\partial^2 f}{\partial L^2} \equiv f_{LL} < 0$; $\frac{\partial^2 f}{\partial K^2} \equiv f_{KK} < 0$
- Condiciones de Inada:

  $\lim_{L \to 0} f_L = \lim_{K \to 0} f_K = \infty$; $\lim_{L \to \infty} f_L = \lim_{K \to \infty} f_K = 0$

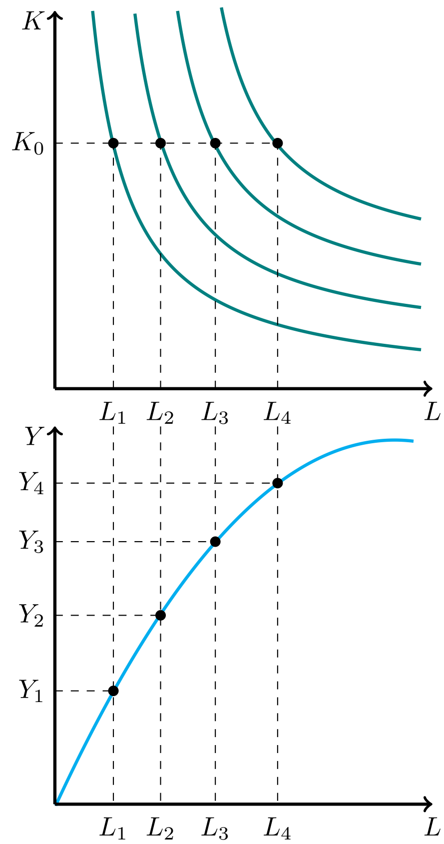


Figura 1: Función producción. Elaboración propia.

3.2. Mercado de Trabajo

El mercado de trabajo o mercado laboral es, como se menciona en los supuestos, de precios flexibles en el que las fuerzas que la conformar, la oferta y demanda, determinan el salario y empleo de equilibrio. Para comenzar la explicación, se empezará por explicar la demanda laboral y luego la oferta laboral.

3.2.1. Demanda laboral

La demanda laboral es proveniente de las empresas con racionalidad optimizadora, que quieren maximizar su beneficio (Π), y se asumirá que dentro del costo total(CT) no está incluido el costo del capital.

$$\Pi = IT - CT$$

$$\Pi = PY - WL$$

$$\Pi = Pf(K, L) - WL$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = Pf_L - W = 0$$

$$PmgL \equiv f_L = \frac{W}{P} \tag{1}$$

Una vez obtenida la ecuacion 1, se hará una cambio de la variable exógena salario nominal que aumentará para poder derivar la recta de la demanda laboral o de trabajo.

Una vez hecho la alteración de variables exógenas restantes, la función de la demanda laboral implicita es la siguiente:

$$L^d = L^d(\overset{-}{W}, \overset{+}{P}, \overset{+}{K})$$

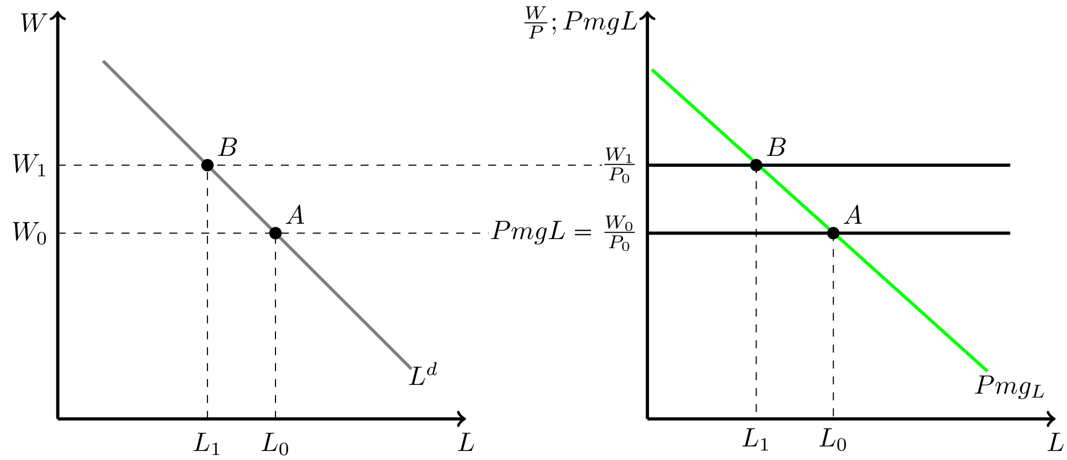


Figura 2: Derivación de la demanda de trabajo. Elaboración propia.

3.2.2. Oferta laboral

Provienen de los individuos que están en edad de trabajar, decidiendo de manera racional y voluntaria la cantidad de horas que desean destinar al trabajo y ocio. Para la derivación de la oferta laboral, los agentes consideran al trabajo como un mal y al ocio como un bien. Esta derivación puede darse de dos manera, una en la que se relacione el consumo y el ocio, mientras que en la otra se relaciona el consumo con el trabajo.
Dentro de la oferta laboral, existen ciertas condiciones a las que está sujeta la maximización de su utilidad que está en función del consumo (C) y el ocio (θ), puesto ambas en un sola función $U = U(C, \theta)$, como tambien de la igualdad entre lo que consume por su precio y su salario por sus horas laboradas. Bajo estas premisas dadas, se dará la ecuacion del consumo de la oferta laboral.

$$24 = \theta \ + \ L \quad \wedge \quad P\ C = W\ L$$

$$24 \ - \ \theta = L \quad \wedge \quad P\ C = W\ L$$

$$P\ C = W\ (24 \ - \ \theta)$$

$$C = (W\ 24 \ - W\ \theta) \cdot \frac{1}{P}$$

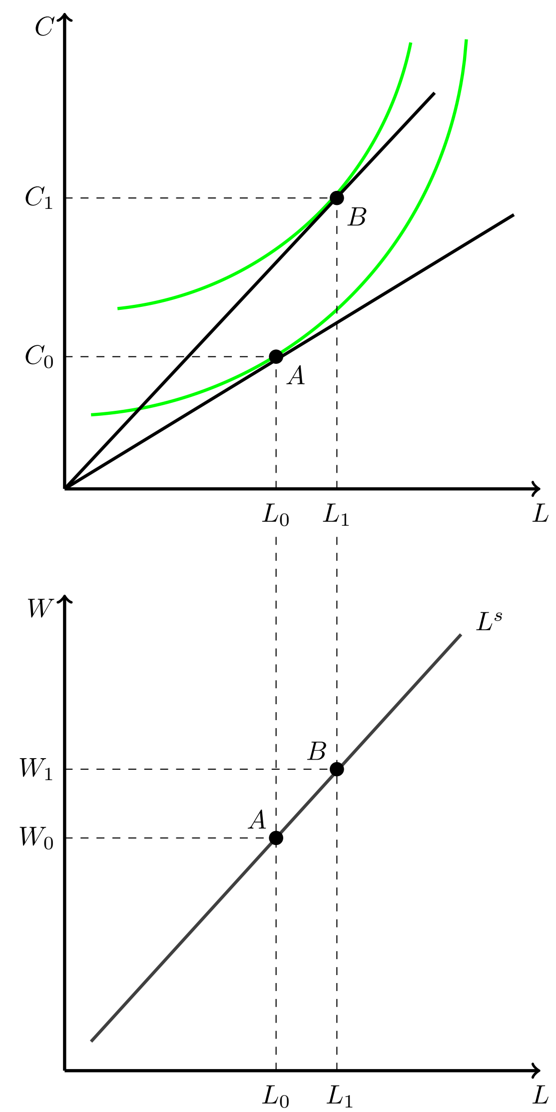
$$C = \frac{W}{P} 24 - \frac{W}{P} \theta \tag{2}$$

Como tambien ciertas propiedades de la maximización de utilidad.

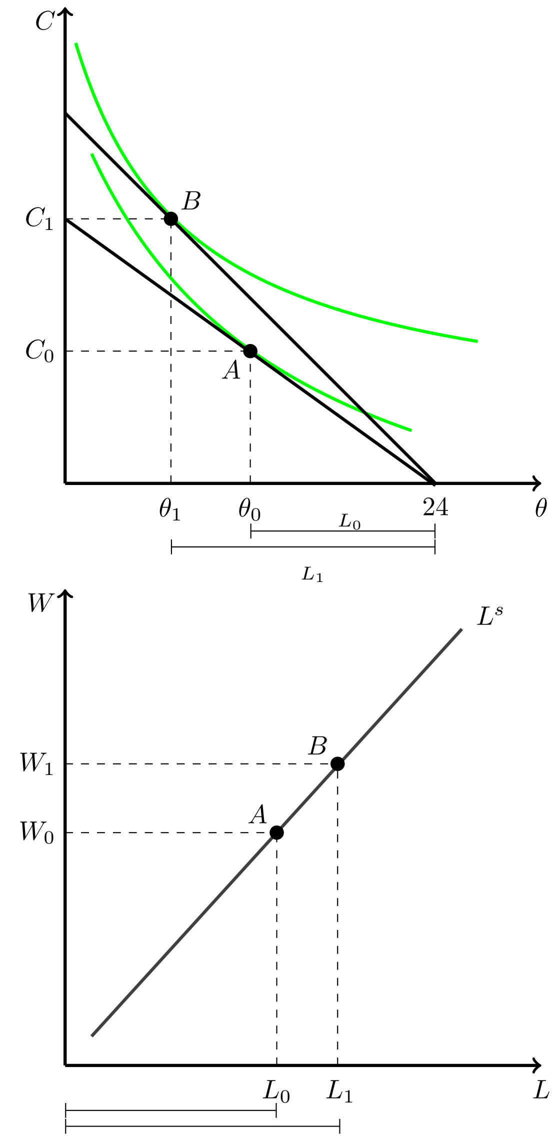
- Utilidad marginal positiva: $U_\theta > 0 \ \wedge \ U_C > 0$
- Utilidad marginal decreciente: $U_{\theta\theta} > 0 \wedge U_{CC} > 0$

Tal que la ecuación de la oferta laboral es la siguiente:

$$L^s = L^s(\overset{+}{W}, \overset{-}{P})$$



(a) Derivación de la Demanda de trabajo C-L. Elaboración propia.



(b) Derivación de la Demanda de trabajo C-θ. Elaboración propia.

3.2.3. Equilibrio del Mercado de Trabajo

Para darse la derivación del mercado de trabajo, se intersectarán ambas fuerzas contrarias, la oferta y demanda de trabajo. Por lo cual, se harán uso de la figura 2 y la subfigura a o b, para este caso se usará la subfigura a. Por lo que se obtendrá la figura 3.

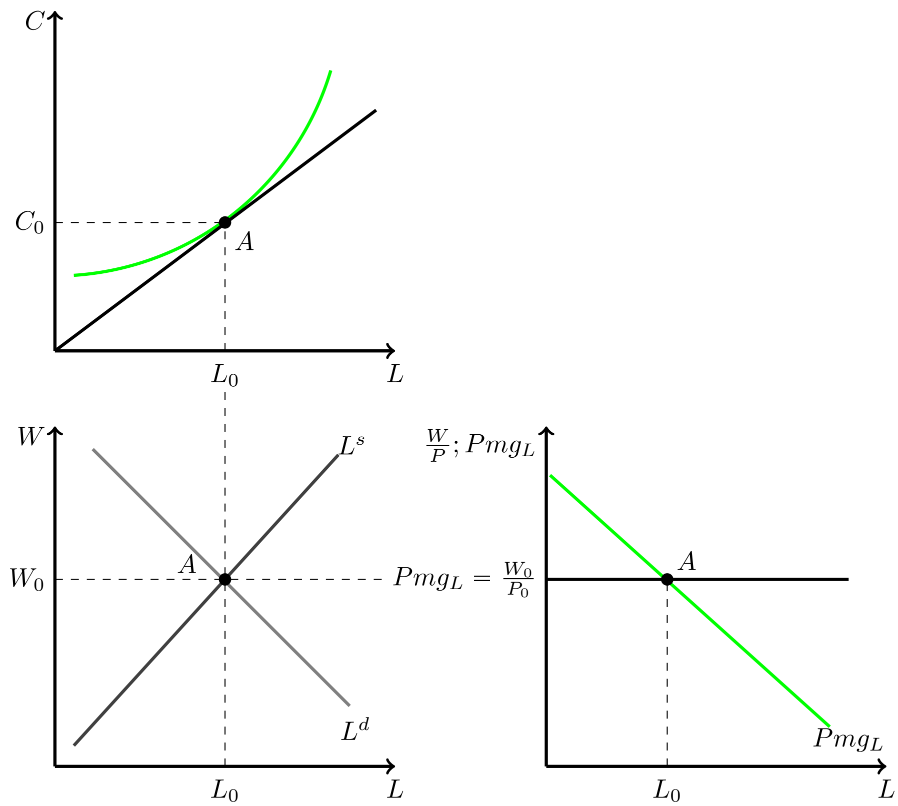


Figura 3: Derivación del mercado de trabajo. Elaboración propia.

3.3. Derivación de la Oferta Agregada

Una vez obtenidos tanto el mercado de trabajo como la función de producción, como se observó en las figuras 1 y 3 con salarios reales, se podrá derivar la oferta agregada clásica que es representada por la figura 4.
Para su derivación, este construido a partir de la variación del precio (P) que incrementará de P_0 a P_1. Este incremento generará un desequilibrio en el mercado de trabajo, dando como resultado un exceso de demanda de trabajo y por consiguiente un aumento en el salario para que el mercado esté nuevamente en equilibrio, generando a su vez que se mantenga la misma misma cantidad de trabajadores al igual que la misma cantidad producida en la economía, dando como resultado que se trace la oferta agregada por ambos puntos que genera una oferta agregada vertical.

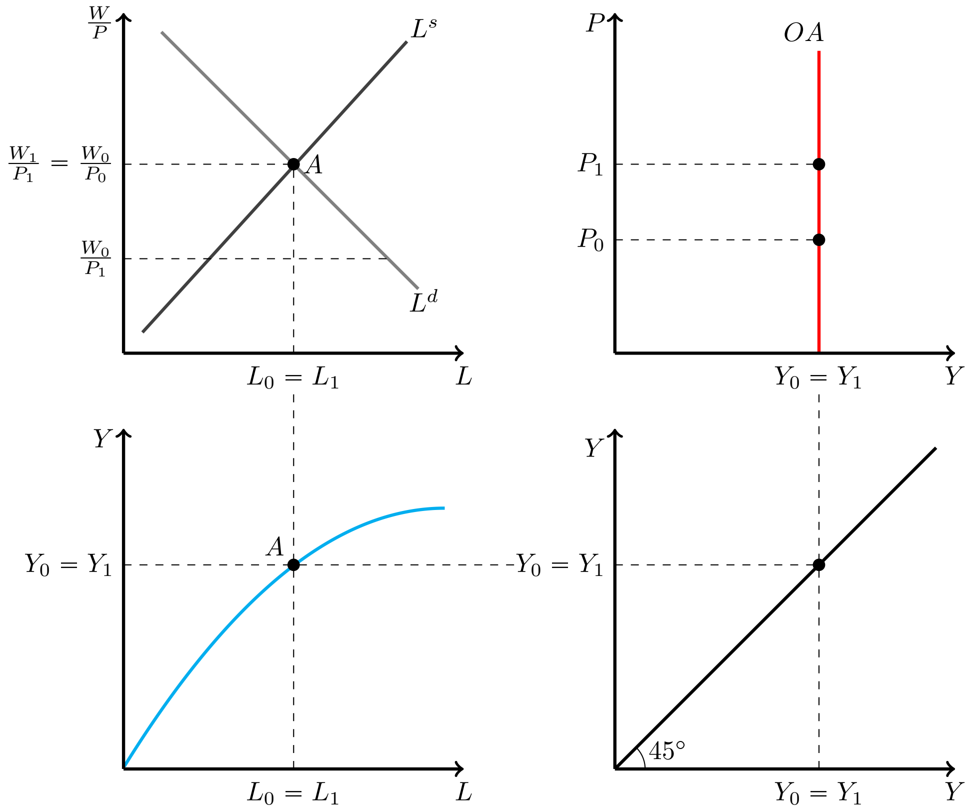


Figura 4: Derivación de la oferta agregada. Elaboración propia.

4. Demanda Agregada

La demanda agregada clásica, a diferencia de la ofera agregada, solo es derivada de un mercado que es el mercado de dinero.

4.1. Mercado monetario: enfoque de Cambridge

4.1.1. Demanda de Dinero: Enfoque de Cambrigde

La demanda de dinero es obtenida a traves de la ecuación de la teoría cuantitativa del dinero. Tal que de este ultimo se sostiene que el dinero mantiene un uso exclusivo como un medio de cambio.

$$MV = PY$$

$$M = \frac{1}{V} \cdot PY \ ; \ \frac{1}{V} = k$$

Tal que k es la propensión a mantener dinero (k de Cambridge) y es reemplazada en la ecuación.

$$M = kPY$$

Para que la función implicita de la demanda de dinero sea la siguiente:

$$M^d = M^d(Y, P, k)$$

4.1.2. Ofera de dinero

Para la obtención de la oferta de dinero se parte del supuesto que esta oferta está controlada por un banco central que emite dinero, el cual es exógeno al modelo.
Tal que la función de la oferta de dinero es la siguiente:

$$M^s = \overline{M}$$

4.2. Derivacion de la Demanda Agregada

Dadas la oferta y demanda de dinero, se podrá obtener la demanda agregada clásica a traves de un aumento en el precio de P_0 a P_1. Se parte del punto de equilibrio A con un producción Y_0 en el mercado de dinero que se traspasa a la relación del precio con la producción. Después del aumento de precios, en el mercado de dinero se pasará a una nueva situación de equilibrio en el punto B que se reduce la producción a Y_1 que se pasará a la relación del precio con la producción. Finalmente se traza una recta para dar por obtenida la demanda agregada como se observa en la figura 5.

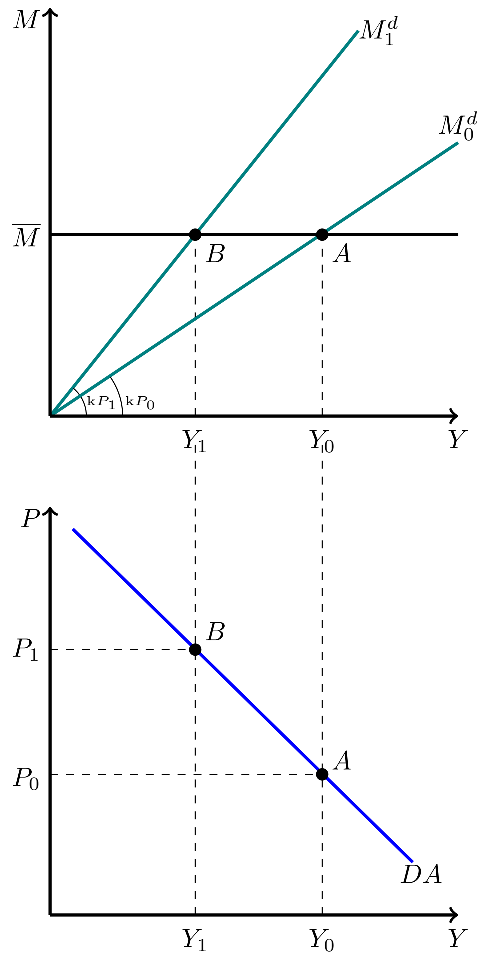


Figura 5: Derivación de Demanda Agregada. Elaboración propia.

5. Equilibrio General del Modelo Clásico

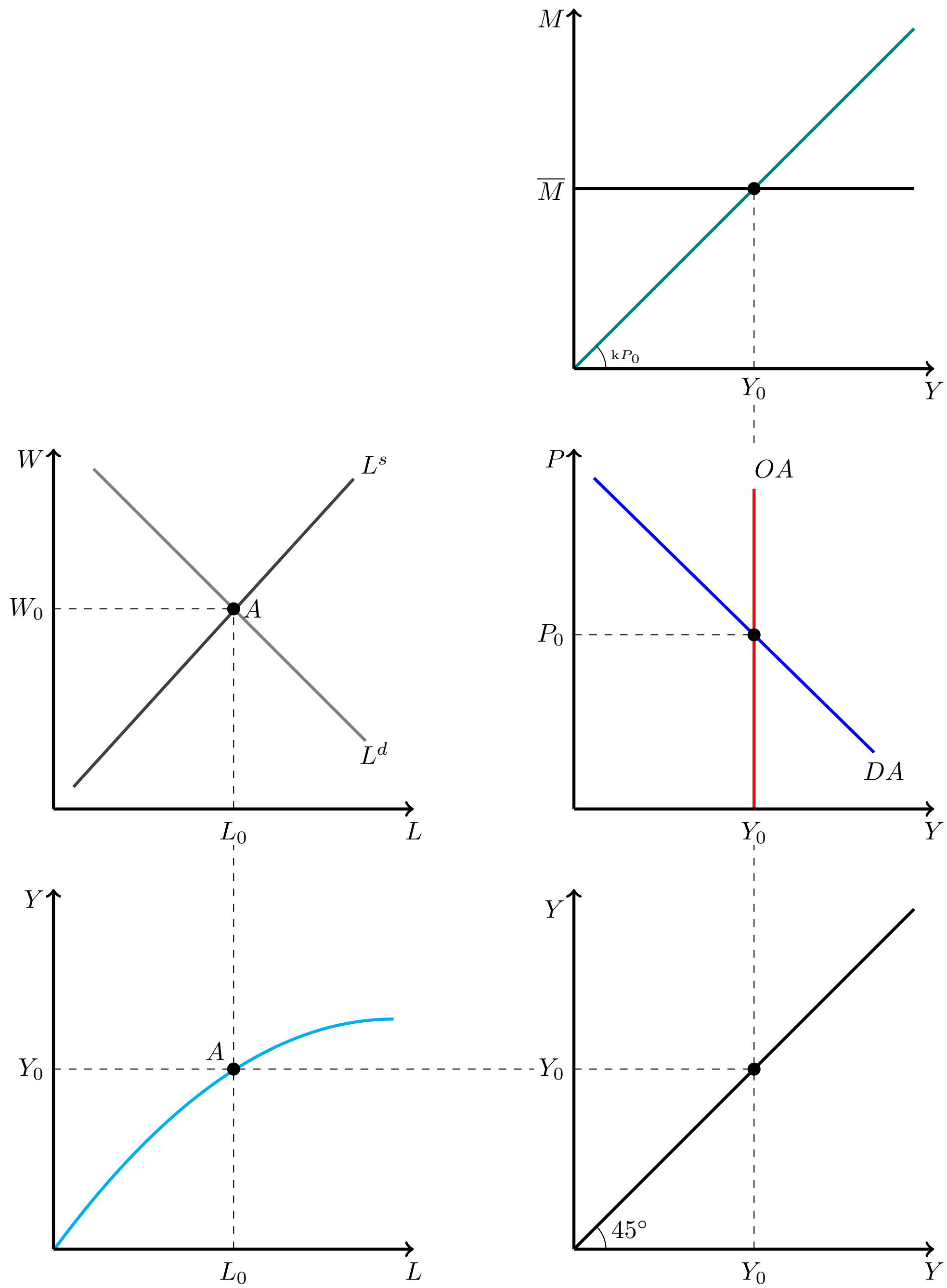


Figura 6: Equilibrio general del modelo clásico. Elaboración propia.

5.1. Dicotomía clásica

La dicotomía clásica es que ante los cambios en las variables nominales, estos no afectarán en las variables reales.

5.2. La neutralidad del dinero

Ante cambios sobre la cantidad de dinero, estos no tendran efecto o influencia sobre las variables reales.

6. Estática comparativa

Para resolver el efecto que tiene una variable exógena sobre una endógena, se hará uso del método de diferenciales.

Para la aplicación del método de diferenciales se hará uso de lo siguiente:

- Relación variable exógena y endógena: $\frac{\partial(\text{endógena})}{\partial(\text{exógena})}$
- Diferencial total: $dz = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$

Para hacerlo más dinámico se hará una variacón en el capital (K) para hallar su relación con la producción (Y). Para ello, se harán los siguiente pasos:

1. Se diferenciará cada una de las ecuaciones antes vistas.

- $L^d = L^d(\frac{W}{P}, K)$

  $dL^d = L^d_{\frac{W}{P}} d\frac{W}{P} + L^d_K dK$
- $L^s = L^s(\frac{W}{P})$

  $dL^s = L^s_{\frac{W}{P}} d\frac{W}{P}$
- $Y = F(K, L)$

  $dY = f_K dK + f_L dL$
- $M^d = kPY$

  $dM^d = kPdY + kYdP$

2. Para hallar $\frac{dY}{dK}$, se debe encontrar una ecuación que contenga a ambas variables para que posteriormente toda la ecuación esté en función de las variables mencionadas anteriormente.

- La función de producción diferenciada contiene a ambas variables: $dY = f_K dK + f_L dL$
- Toda la ecuación debe estar en funcion de dK, por ende se buscará que dL sea reemplazada por otra función que contenga a dK.

Dos funciones contiene a dL, en ese caso ambas funciones se deben igualar por otra variable en común.

$$dL^d = L^d_{\frac{W}{P}} d\frac{W}{P} + L^d_K dK \quad \wedge \quad dL^s = L^s_{\frac{W}{P}} d\frac{W}{P}$$

Se igualarán con el salario real $\frac{W}{P}$, por lo que se despejará la diferencial de esta variable.

$$\left.\begin{aligned} (dL^d - L^d_K\, dK) \cdot \frac{1}{L^d_{\frac{W}{P}}} &= d\frac{W}{P} \\ dL^s \cdot \frac{1}{L^s_{\frac{W}{P}}} &= d\frac{W}{P} \end{aligned}\right\} \frac{dL^d}{L^d_{\frac{W}{P}}} - \frac{L^d_K}{L^d_{\frac{W}{P}}} dK = \frac{dL^s}{L^s_{\frac{W}{P}}}$$

$$\frac{dL^s}{L^s_{\frac{W}{P}}} - \frac{dL^d}{L^d_{\frac{W}{P}}} = -\frac{L^d_K}{L^d_{\frac{W}{P}}} dK$$

Las diferenciales de la demanda y oferta de trabajo son factorizadas

$$dL \cdot \left(\frac{1}{L^s_{\frac{W}{P}}} - \frac{1}{L^d_{\frac{W}{P}}} \right) = -\frac{L^d_K}{L^d_{\frac{W}{P}}} dK$$

Se despeja dL

$$dL = -\frac{L^d_K}{L^d_{\frac{W}{P}}} dK \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{L^s_{\frac{W}{P}}} - \frac{1}{L^d_{\frac{W}{P}}} \right)}$$

Reemplazamos dL en la función de producción diferenciada

$$dY = f_K dK + f_L dL$$

$$dY = f_K dK + f_L \cdot \left[-\frac{L^d_K}{L^d_{\frac{W}{P}}} dK \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{L^s_{\frac{W}{P}}} - \frac{1}{L^d_{\frac{W}{P}}} \right)} \right]$$

$$dY = f_K dK + f_L \cdot \left[-\frac{L^d_K}{L^d_{\frac{W}{P}}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{L^s_{\frac{W}{P}}} - \frac{1}{L^d_{\frac{W}{P}}} \right)} \right] \cdot dK$$

Se factoriza dK

$$dY = \left\{ f_K + f_L \cdot \left[-\frac{L^d_K}{L^d_{\frac{W}{P}}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{L^s_{\frac{W}{P}}} - \frac{1}{L^d_{\frac{W}{P}}} \right)} \right] \right\} dK$$

$$\frac{dY}{dK} = f_K + f_L \cdot \left[-\frac{L^d_K}{L^d_{\frac{W}{P}}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{L^s_{\frac{W}{P}}} - \frac{1}{L^d_{\frac{W}{P}}} \right)} \right]$$

Se comprobarán los signos de cada diferencial y finalmente se evalua el efecto que tiene la variable exógena sobre la endógena.

$f_L \equiv \frac{\partial f}{\partial L} \equiv (PmgL > 0) \rightarrow (+)$ $\quad L^s_{\frac{W}{P}} = (\frac{\partial L^s}{\partial \frac{W}{P}} \frac{W}{P} > 0) \rightarrow (+)$ $\quad L^d_{\frac{W}{P}} = (\frac{\partial L^d}{\partial \frac{W}{P}} d\frac{W}{P} < 0) \rightarrow (-)$

$f_K \equiv \frac{\partial f}{\partial K} \equiv (PmgK > 0) \rightarrow (+)$ $\quad L^d_K = (\frac{\partial L^s}{\partial K} dk > 0) \rightarrow (+)$

$$\frac{dY}{dK} = (+) + (+) \cdot \left[-\frac{(+)}{(-)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{(+)} - \frac{1}{(-)} \right)} \right]$$

$$\frac{dY}{dK} = (+) + (+) \cdot \left[(+) \cdot \frac{1}{(+)} \right]$$

$$\frac{dY}{dK} = (+) + (+) \cdot (+)$$

$$\frac{dY}{dK} > 0$$

Ahora se evaluará el efecto que tiene el capital (K) sobre el precio (P).

1. Se diferenciará cada una de las ecuaciones antes vistas.

- $L^d = L^d(\frac{W}{P}, K)$
  $dL^d = L^d_{\frac{W}{P}} d\frac{W}{P} + L^d_K dK$
- $L^s = L^s(\frac{W}{P})$
  $dL^s = L^s_{\frac{W}{P}} d\frac{W}{P}$
- $Y = F(K, L)$
  $dY = f_K dK + f_L dL$
- $M^d = kPY$
  $dM^d = kPdY + kYdP$

2. Para hallar $\frac{dP}{dK}$, se debe encontrar una ecuación que contenga a ambas variables para que posteriormente toda la ecuación esté en función de las variables mencionadas anteriormente.

- La función de demanda de dinero diferenciada contiene al menos a la diferencial del precio: $dM^d = kPdY + kYdP$
- Toda la ecuación debe estar en funcion de dP, por ende se buscará que dY sea reemplazada por otra función que contenga a dK.

Primero despejaremos la diferencial de precios para un mejor orden.

$$dM^d = kPdY + kYdP$$

$$0 = kPdY + kYdP$$

$$-kPdY = kYdP$$

$$-\frac{P}{Y}dY = dP$$

La funcion de producción diferenciada contiene a la diferencial de capital y la diferencial de la producción que ya fueron obtenidos al hallar $\frac{dY}{dK}$, por ende será reemplazado en la en dY

$$dP = -\frac{P}{Y}dY$$

$$dP = -\frac{P}{Y}\left\{f_K + f_L \cdot \left[-\frac{L^d_K}{L^d_{\frac{W}{P}}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{L^s_{\frac{W}{P}}} - \frac{1}{L^d_{\frac{W}{P}}}\right)}\right]\right\} dK$$

$$\frac{dP}{dK} = -\frac{P}{Y}\left\{f_K + f_L \cdot \left[-\frac{L^d_K}{L^d_{\frac{W}{P}}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{L^s_{\frac{W}{P}}} - \frac{1}{L^d_{\frac{W}{P}}}\right)}\right]\right\}$$

De la misma manera, se comprobarán las diferenciales y finalmente se evaluará el efecto de la variable exógena.

$$\frac{dP}{dK} = -(+)\left\{(+) + (+) \cdot \left[-\frac{(+)}{(-)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{(+)} - \frac{1}{(-)}\right)}\right]\right\}$$

$$\frac{dP}{dK} = -(+)\left\{(+) + (+) \cdot \left[(+) \cdot \frac{1}{(+)}\right]\right\}$$

$$\frac{dP}{dK} = -(+)$$

$$\frac{dP}{dK} < 0$$

7. Referencias

De Gregorio, J. (2007). *Macroeconomía: teoría y políticas*. Prentice Hall.

Jiménez, F. (2012). *Elementos de teoría y política macroeconómica para una economía abierta. Tomo I.* Fondo Editorial de la Pontificia Univerdad Católica del Perú.