

思理入门

大青花鱼

人天生会思考，不过，不是每个人都能正确、有效地思考。有些人想问题很快，一下就能抓住重点；有些人想问题很慢，总是抓不住重点。这是因为思考的方式不同。

在漫长的历史中，人类逐渐总结出一些思考的经验和方法。这些经验和方法对所有人适用，它们针对的不是思考的具体对象，而是思考的形式。我们把这些经验和方法称为思理。下面就来谈谈其中最基本的内容。

目录

1	属性和概念	3
2	含义和范围	5
2.1	概念的关系	5
2.2	定义	7
3	判断和命题	9
3.1	性质判断和关系判断	10
3.2	全判断和有判断	11
3.3	简单命题的否命题	12
3.4	真值表	14
3.5	简单命题的否定	15
3.6	二元关系	17

1 属性和概念

世界上有种种事物，事物有各种各样的性质，事物之间有各种各样的联系。事物的性质和关系，都叫做**事物的属性**。

事物总有属性。属性相同的事物形成一类，属性不同的事物分别形成不同的类。

某类事物都有而其他类没有的属性，称为该类事物的**特性**。其中，决定这类事物和其他事物不同的，称为**本性**。

我们通过看、听、闻、尝、触摸等方式认知事物。我们用感官从外部世界得到的感觉，形成了对单个事物的印象和记忆。随着印象和记忆不断增多，我们会对它们进行归纳、总结、分类。

从印象和记忆中，我们可以进一步抽离出事物的属性，概括出一类事物的特有属性，并用语言来标记这类事物。于是，通过使用语言，我们形成了反映事物的概念。**概念是反映事物的特有属性的思维形式**。

举例来说，人们在认识各种动物的时候，看见一只又一只兔子，形成了各种印象。经过思考，人们认识到各种各样的兔子可以归为一类。

人们从对不同形状、大小、年龄、毛色的兔子的印象中，抽离出特有的属性，认为有这样特性的动物属于一类，并创造专门的词“兔子”，来命名这类动物。这样，我们就形成了“兔子”的概念。

“兔子”的概念脱离了具体的印象。“兔子”并不就是具体的这只或那只兔子。我们说**概念是抽象的**。

“兔子”的概念建立后，就适用于所有的兔子。我们再看到新的兔子的时候，就会用“兔子”的概念来考虑它、理解它。我们说**概念是普遍的**。

要注意的是：概念并不一定正确反映一类事物的真实属性。概念的特性只是我们主观概括得到的。人类认识世界的能力是有局限的，很多概念都不一定正确

反映了事物的真实属性。很多时候，我们对事物有了新的认识，就会发现原有的认识是错误的，偏颇的，片面的。

很多时候，我们认识中的概念，客观世界里并不一定存在对应的事物。比如：古人认为月亮上有月宫，海中有龙王，人死了变成鬼，等等。“月宫”、“龙王”、“鬼”这些概念存在于人们的认知中，但并不正确反映客观世界的事物。

这种概念称为**虚假概念**。虚假概念可能来自错误的感知，错误的印象，错误的抽象，错误的思考，错误的归纳概括，等等。

人类不断探索、研究世界，就是不断修正虚假概念，形成新概念的过程。

想一想

你觉得以下哪些是虚假概念？

孙悟空

黑洞

比 3 大比 4 小的自然数

最大的恒星

蓝色的苹果

一块谁也看不见的石头

人们使用**词语**来标记概念。**词语是概念的语言形式，概念是词语的思想内容。**

同一个概念可能用不同的词语标记，同一个词语也可能标记不同的概念。

日常语言不是完美的，语言使用中的混乱经常导致概念的混乱，而概念的混乱又会导致语言的混乱。因此，我们希望创造更好的语言形式，减少概念的混乱，方便思考。

数学语言、计算机语言等，都是为了更好地表达和讨论复杂的概念而发明的语言。我们把这样的语言称为人工语言，把人类历史中自然形成的语言称为自然语言。

2 含义和范围

概念的**含义**，就是概念的特性，也叫概念的**内涵**。简单来说，就是“是什么”。

概念的**范围**，就是具有概念特性的事物，也叫概念的**外延**。简单来说，就是“有哪些”。

比如：“人”这个概念的含义，就是人的特性，比如能够制造和使用生产工具、有智慧、能用语言交流、两足直立的灵长类动物。而“人”的范围，就是张三、李四等一个个具体的人。“资本主义国家”的含义，就是由资产阶级专政的国家。而“资本主义国家”的范围，就是美国、日本、德国等一个个具体的资本主义国家。

有些概念的范围是独一无二的，称为**单独概念**或**个别概念**。有些概念的外延是可以有很多的，称为**普遍概念**或**群体概念**。比如，“李白”、“马克思”是单独概念，“国家”、“三角形”是群体概念。

想一想

以下哪些概念是单独概念，哪些是普遍概念？

工人

苹果

骆驼

张三

班长

一辆救护车

2.1 概念的关系

不同的概念之间，有各种各样的关系。

两个概念：甲、乙的范围如果完全相同，就说甲**等同于**乙。

例子

“《狂人日记》的作者”和“鲁迅”都指同一个人，范围完全相同。因此“《狂人日记》的作者”等同于“鲁迅”。

如果甲等同于乙，那么乙也等同于甲。反之亦然。因此也可以说甲乙**相等**或**相同**。这种关系叫**等同关系**。

如果所有的甲都是乙，那么就说甲**从属于**乙，乙**包含**甲。这种关系叫**从属关系**或**包含关系**。

例子

所有的兔子都是动物，因此“兔子”从属于“动物”，“动物”包含“兔子”。

如果有些甲是乙，也有一些甲不是乙，就说甲、乙**交叉**。这种关系叫**交叉关系**。

例子

有些面包是甜的，也有些面包不是甜的。于是“面包”和“甜的”是交叉关系。

如果任何甲都不是乙，任何乙也不是甲，就说甲、乙**全异**，或甲、乙**互斥**。这种关系叫**全异关系**或**互斥关系**。

例子

任何兔子都不是荷花，任何荷花也不是兔子。我们说“兔子”和“荷花”全异或互斥。

全异关系中，有一种特殊的关系，叫做**矛盾关系**。如果甲、乙是互斥的概念，并且都从属于另一个概念丙，而任何的丙要么是甲，要么是乙，就说甲、乙是矛盾的。这种关系叫**矛盾关系**。

例子

种子植物分为被子植物和裸子植物两类。“被子植物”和“裸子植物”都从属于“种子植物”，并且互斥。因此，“被子植物”和“裸子植物”是矛盾关系。

想一想

以下这些概念之间有什么关系？

灌木和乔木

汽车和公交车

妇女和工人

玉米和苞米

生铁和钢

豆干和豆皮

2.2 定义

定义是确定概念的含义的方法。

怎样定义呢？我们可以直接用自然语言描述概念的含义。

例子

姨妈就是妈妈的姐妹。

这里要定义的概念是“姨妈”，“妈妈的姐妹”是概念的含义，“就是”这个词把两者等同起来。

例子

月球就是地球唯一的卫星。

这里要定义的概念是“月球”，“地球唯一的卫星”是概念的含义，“就是”这个词把两者等同起来。

此外，我们可以通过列举概念的范围来定义。

例子

夏季大三角就是织女星、河鼓二和天津四。

这里要定义的概念是“夏季大三角”，“织女星、河鼓二和天津四”是概念的范围，“就是”把两者等同起来。

例子

五行就是金、木、水、火、土。

这里要定义的概念是“五行”，“金、木、水、火、土”是概念的范围，“就是”把两者等同起来。

定义的方法有很多，还有一种常见的方法是“属加种差”。假设我们要定义甲，那么可以首先描述甲从属于某个更大的概念乙，表示它是乙的一种，然后描述它和其他从属于乙的概念的差别。

例子

偶数就是能被 2 整除的数。

这里要定义的概念是“偶数”，“偶数”从属于“数”，是“数”的一种，“能被 2 整除”描述了“偶数”和其他数的差别。

描述概念和其他事物的差别时，我们通常使用概念的属性，这些属性一般是概念的特性，也可以是很多个接近特有的属性。

例子

丹顶鹤是一种鹤，体长通常在 1.2 至 1.6 米之间，大多通体白色，头顶鲜红色，喉和颈黑色，耳至头枕白色，脚黑色。

这里要定义的概念是“丹顶鹤”。通过描述丹顶鹤的大小、形态特征来区别于其他的鹤。

想一想

找一找，以下这些概念是怎么定义的？使用了怎样的定义方法？

灌木

沸点

软钎焊

领事裁判权

乌托邦

分子生物学

3 判断和命题

判断，是对事物、情况表达肯定或否定的态度。我们在生活中说的每一句话，大多都是判断。有些判断中还包含了其他的判断。这样的判断叫做**复合判断**。如果判断中不包含其他的判断，就叫做**简单判断**。

表示判断的语句叫做命题。不严格地说，每个陈述句，都可以看作是命题。简单判断对应的命题叫做**简单命题**。

表达肯定态度的简单判断（命题），称为肯定判断（命题）；表达否定态度的简单判断（命题），称为否定判断（命题）。否定命题一般带有否定词，比如“不”、“没有”、“并非”等等。

判断（命题）可以是真的，也可以是假的。是真是假，要看它是否符合客观世界的实际情况。

例子

1. “地球绕着太阳转”是真的。
2. “鱼能飞”是假的。

我们约定，命题是可以讨论真假的语句。命题表示的判断，要么是真的，符合客观世界的真实情况，要么是假的。到底是真是假，也许由于我们的认知能力有限，无法确定，但两者必居其一。不可能既真又假，也不可能非真非假。不满足的语句，就不是命题。

我们可以发现，判断（命题）之间在真假方面是有联系的。如果掌握了其中的规律，就可以通过已经知道是真的判断（命题），得知另一些判断（命题）的真假。我们把这种思考称为**推理**。

思理不是研究判断本身真假的学问，而是研究这些判断（命题）之间的联系，探索其中规律的学问。不同的学科，研究的对象不同。但我们会发现，研究不同的对象时，所用到的思考规律和方法是共通的。掌握了这些规律和方法，可以用在各种各样的地方。

因此，通过不断总结正确、有效的推理方式，我们就能更好更快地理解问题、分析问题、解决问题。

想一想

1. 假命题和虚假概念是一样的吗？
2. 以下的命题是真的还是假的？
 - 2.1. 有的树叶是红的。
 - 2.2. 他慢慢把窗帘拉上。
 - 2.3. 只要明天不刮台风，公园就照常开放。
 - 2.4. 他的姐姐比他高。

3.1 性质判断和关系判断

简单判断是不包含其他判断的判断。简单判断有两种，一种是**性质判断**，一种是**关系判断**。

性质判断就是断定某个事物是否具有某种属性的判断。对应的命题称为**性质命题**。性质判断一般只有一个概念作为主语，作为要判断的对象，以及一个谓语，作为要判断的内容。

例子

鸟能飞。

1. 主语是“鸟”，就是要判断的对象；
2. 谓语是“能飞”，就是要判断的内容。

关系判断就是断定事物之间是否具有某种关系的判断。对应的命题称为**关系命题**。关系判断可以有多个主语或宾语，但只有一个述语，作为要判断的关系。作为主语和宾语的概念都是关系涉及的对象，称为关系的**元**。

一个关系如果涉及两个元，就称为**二元关系**，对应的命题称为二元关系命题；如果涉及三个元，就称为三元关系，对应的命题称为三元关系命题，**依此类推**。

例子

他比我高。

1. 要判断的关系是“比……高”，它涉及两个元，是二元关系；
2. 两个元分别是“他”和“我”。

3.2 全判断和有判断

例子

鸟能飞。

所有鸟都能飞。

有的鸟能飞。

观察这三句话，它们有什么不同？

思考“鸟能飞”的时候，我们可以给“鸟”这个概念加上两种描述。一种让我们思考“鸟”这个概念范围里的全体，一种让我们思考这个概念范围里的部分。

“所有鸟都能飞”里，“所有鸟”表示“鸟”这个概念范围里的全体，我们称为“全称”。讨论全称的判断（命题），叫做**全判断（全命题）**。指示全称的修饰

语有：“所有”、“全部”、“任何”、“一切”、“每个”、“总”、“都”等。

“所有鸟都能飞”里，“有的鸟”表示“鸟”这个概念范围里的全体，我们称为“有称”。讨论有称的判断（命题），叫做**有判断（有命题）**。指示有称的修饰语有：“有的”、“有些”、“某些”、“存在”、“至少有一个”等。

要注意的是，有称也可能指概念范围的全体。比如，某个学校一共有六个年级，当我们说“有的年级今天放假”的时候，可能有1、2、3、4、5、6个年级今天放假，其中就包括了“所有六个年级今天都放假”的情形。

当概念的范围是独一无二（也就是单独概念）的时候，有称和全称没区别，我们称为“单称”，把讨论它的判断（命题）叫做**单判断（单命题）**。

全判断、有判断、单判断，每个都可以表达肯定和否定的态度，因此性质判断一共六类：全肯定判断、全否定判断、有肯定判断、有否定判断、有肯定判断、有否定判断。对应的命题分别叫：全肯定命题、全否定命题、有肯定命题、有否定命题、有肯定命题、有否定命题。

想一想

说一说，以下的简单命题是哪种命题？

1. 有的树叶是红的。
2. 所有的树叶都是红的。
3. 他不是小明的哥哥。
4. 我有两个足球。
5. 无法在陆地生活的哺乳动物，也是有的。
6. 他至少有五十岁了。
7. 没有人能从那个摊主手里赢钱。
8. 他谁也不认识。

3.3 简单命题的否命题

简单命题的**否命题**，是形式上表达的态度和它相反的命题。

单肯定命题的否命题，一般就是它对应的否定句；单否定命题的否命题，一般就是它对应的肯定句。

例子

1. “小明是小红的哥哥”的否命题是“小明不是小红的哥哥”。
2. “他没有读过《三国演义》”的否命题是“他读过《三国演义》”。
3. “他每天至少刷两次牙”的否命题是“他每天至多刷一次牙”。
4. “他比我高”的否命题是“他不比我高”。

性质命题的主语可以是全称和有称，它的否命题也可以分别是全称和有称。我们把它分别称为**全否命题**和**有否命题**。

全命题可以对应全否命题和有否命题。

例子

“所有的鱼都能飞”对应的全否命题是“任何鱼都不能飞”，有否命题是“有的鱼不能飞”。

同样地，有命题也可以对应全否命题和有否命题。

例子

“有的鱼能飞”对应的全否命题是“任何鱼都不能飞”，有否命题是“有的鱼不能飞”。

关系命题的每个元都可以是全称和有称，因此，二元关系命题就对应四个命题和四个否命题，三元关系命题对应八个，依此类推。我们现在不研究关系命题的否命题。

假设性质命题的内容相同，只有全称、有称和肯定否定的部分不同，对应的全命题、有命题、全否命题、有否命题之间有什么联系呢？已知其中一个的真假，能不能推断其他命题的真假？

想一想

请写出以下命题的否命题。

1. 有的树叶是绿的。
2. 所有的树叶都是红的。
3. 他不是小明的哥哥。
4. 他家至少有两个孩子。
5. 这种产品是否有防皱纹的效果，还有待研究。
6. 过了这座山，就能看到五彩湖了。
7. 天马上就要亮了。
8. 他谁也不认识。

3.4 真值表

为了方便、清楚地讨论命题之间的真假关系，我们常常使用叫做**真值表**的小工具，列举命题的真假。

一个判断（命题）的**真值**，表示它到底是真的还是假的。比如，我们说“地球绕着太阳转”的真值是“真”，“鱼能飞”的真值是“假”。

假设我们要研究一些命题之间的关系，比如从其中一些命题的真假出发，是否能推断出另一些命题的真假。那么，我们可以列举作为出发点的命题的所有可能的真假情况，然后在每一种情况下，调查另一些命题的真假，把这些真值排列成一个表，就是真值表。

例子

用字母 p 表示命题：“地球绕着太阳转”， q 表示命题：“地球不绕着太阳转”。

我们想知道 p 的真假和 q 的关系。因此，我们从 p 出发，列举 p 所有可能的真假情况。考虑每一种情况下， q 的真假。最后把结果排列成下表：

p	q
真	假
假	真

从例子中的真值表可知，单命题的真假，总和它的否命题的真假相反。单命题为真，它的否命题就为假，反之亦然。

想一想

我们想要研究以下命题 p 和 q 的关系，请你画出真值表。

1. p : 有的树叶是红的。 q : 所有的树叶都是红的。
2. p : 他不是小明的哥哥。 q : 他是小明的弟弟。
3. p : 天马上就要亮了。 q : 天还没亮。
4. p : 他谁也不认识。 q : 他认识老张。

3.5 简单命题的否定

简单命题的否定，是一个真假和原来的命题恰好相反的命题。只要原来的命题是真的，它就是假的。只要原来的命题是假的，它就是真的。

比如，命题“他至多有三支笔”的否定是“他至少有四支笔”。

对自然语言中具体的命题来说，它的否定可能有多种形式，和语言的种类、文体、措辞都有关系。数学上，如果把某个命题记作 p ，那么为了方便，把 p 的否定记为“非 p ”。

命题的否定是相互的，假设命题 p 是 q 的否定，那么 q 也是 p 的否定。

想一想

相互矛盾的概念，和相互否定的命题，有什么相似之处，有什么不同之处，有什么联系？

对简单命题来说，命题的否定取决于全称、有称还是单称。现在我们只讨论性质命题的否定，不讨论关系命题的否定。

单命题的否定就是它的否命题。

例子

1. “小明是小红的哥哥”的否定是“小明不是小红的哥哥”。
2. “他没有读过《三国演义》”的否定是“他读过《三国演义》”。
3. “他每天至少刷两次牙”的否定是“他每天至多刷一次牙”。

全命题和有命题的否定，则要复杂一点。

例子

用字母 p 表示命题：“四年级所有的学生都参加了校运会”， q 表示命题：“四年级有些学生没有参加校运会”， r 表示命题：“四年级所有的学生都没有参加校运会”。

考虑 p 的真假和 q 、 r 的关系，结果为下表：

p	q	r
真	假	假
假	真	—

我们发现，当“四年级所有的学生都参加了校运会”为真的时候，“四年级所有的学生都没有参加校运会”为假；但“四年级所有的学生都参加了校运会”为假的时候，“四年级所有的学生都没有参加校运会”的真假无法判断。比如，有可能四年级大部分学生参加了校运会，但少数学生没有参加，这时候“四年级所有的学生都没有参加校运会”为假。但也有可能四年级确实没有任何学生参加校运会。

不过，我们也可以看到，“四年级所有的学生都参加了校运会”和“四年级有些学生没有参加校运会”的真假恰好相反。

一般来说，**全命题的否定是它对应的有否命题**。比如，“所有的甲是乙”的

否定，是“有些甲不是乙”；“所有的甲都不是乙”的否定，是“有些甲是乙”。

另一方面，**有命题的否定是它对应的全否命题**。比如，“有些甲是乙”的否定，是“所有的甲都不是乙”；“有些甲不是乙”的否定，是“所有的甲都是乙”。

例子

“有的树秋天会落叶”的否定是“所有的树秋天都不会落叶”，“有的树秋天不会落叶”的否定是“所有的树秋天都会落叶”。

想一想

请写出以下命题的否定。

1. 有的树叶是红的。
2. 所有的树叶都是红的。
3. 他不是小明的哥哥。
4. 有些蚊子不咬人。
5. 无法在陆地生活的哺乳动物，也是有的。
6. 没人知道他去了哪里。

3.6 二元关系

关系判断涉及的概念比性质判断多，因此更加复杂。这里我们只讨论最简单的二元关系。如果把二元关系记作 R ，两个元记为“甲”、“乙”，那么二元关系命题可以记作“甲 R 乙”。

事物之间的关系有很多种。关系也有各种性质。

如果甲 R 乙和乙 R 甲同时为真，同时为假，就说 R 是对称的，叫做**对称关系**。如果只有甲就是乙的时候，甲 R 乙和乙 R 甲才同时为真，否则甲 R 乙和乙 R 甲不会同时为真，就说 R 是反称的，叫做**反称关系**。如果甲 R 乙和乙 R 甲总是一真一假，就说 R 是逆称的，叫做**逆称关系**。

例子

“等于”是一种对称关系。甲等于乙，那么乙也等于甲。反之亦然。“大于等于”是一种反称关系。只有甲等于乙的时候，才有甲大于等于乙并且乙大于等于甲。“大于”是一种逆称关系。甲大于乙，那么乙必定不大于甲。反之亦然。

如果甲 R 甲总是真的，就说 R 是自返的，是自返关系。

例子

“等于”是一种自返关系。甲等于甲总是真的。

如果任何情况下，甲 R 乙和乙 R 甲至少有一个是真的，就说 R 是完全的，叫做完全关系。

例子

自然数的“大于等于”是一种完全关系。任取两个自然数甲和乙，要么甲大于等于乙，要么乙大于等于甲。

如果甲 R 乙和乙 R 丙都是真的时候，甲 R 丙也总是真的，就说 R 是传递的，是传递关系。

例子

“等于”和“大于”都是传递关系。甲等于乙、乙等于丙的时候，甲也等于丙。甲大于乙、乙大于丙的时候，甲也大于丙。

同时满足对称、自返、传递的二元关系，称为**等价关系**。比如“等于”就是等价关系。

同时满足反称、自返、传递的二元关系，称为**偏序关系**。比如“大于等于”就是偏序关系。

既是偏序关系，又是完全关系，叫做**全序关系**。比如自然数的“大于等于”就是偏序关系。

想一想

1. 你还知道哪些对称关系、反称关系?
2. 你还知道哪些自返关系?
3. 你还知道哪些传递关系?
4. 你还知道哪些等价关系?
4. 你还知道哪些偏序关系?