思理入门

大青花鱼

人天生会思考,不过,不是每个人都能正确、有效地思考。有些人想问题很快,一下就能抓住重点;有些人想问题很慢,总是抓不住重点。这是因为思考的方式不同。

在漫长的历史中,人类逐渐总结出一些思考的经验和方法。这些经验和方法 对所有人适用,它们针对的不是思考的具体对象,而是思考的形式。我们把这些 经验和方法称为思理。下面就来谈谈其中最基本的内容。

目录

1	属性	和概念	3
2	含义	和范围	5
	2.1	概念的关系	5
	2.2	定义	7
3	判断	和命题	9
	3.1	全判断和有判断	10
	3.2	简单命题的否命题	12
	3.3	真值表	13
	3.4	简单命题的否定	14

1 属性和概念

世界上有种种事物,事物有各种各样的性质,事物之间有各种各样的联系。 事物的性质和关系,都叫做**事物的属性**。

事物总有属性。属性相同的事物形成一类,属性不同的事物分别形成不同的 类。

某类事物都有而其他类没有的属性,称为该类事物的**特性**。其中,决定这类事物和其他事物不同的,称为**本性**。

我们通过看、听、闻、尝、触摸等方式认知事物。我们用感官从外部世界得到的感觉,形成了对单个事物的印象和记忆。随着印象和记忆不断增多,我们会对它们进行归纳、总结、分类。

从印象和记忆中,我们可以进一步抽离出事物的属性,概括出一类事物的特有属性,并用语言来表记这类事物。于是,通过使用语言,我们形成了反映事物的概念。概念是反映事物的特有属性的思维形式。

举例来说,人们在认识各种动物的时候,看见一只又一只兔子,形成了各种印象。经过思考,人们认识到各种各样的兔子可以归为一类。

人们从对不同形状、大小、年龄、毛色的兔子的印象中,抽离出特有的属性,认为有这样特性的动物属于一类,并创造专门的词"兔子",来命名这类动物。这样,我们就形成了"兔子"的概念。

"兔子"的概念脱离了具体的印象。"兔子"并不就是具体的这只或那只兔子。 我们说**概念是抽象的**。

"兔子"的概念建立后,就适用于所有的兔子。我们再看到新的兔子的时候,就会用"兔子"的概念来考虑它、理解它。我们说**概念是普遍的**。

要注意的是:概念并不一定正确反映一类事物的真实属性。概念的特性只是我们主观概括得到的。人类认识世界的能力是有局限的,很多概念都不一定正确

反映了事物的真实属性。很多时候,我们对事物有了新的认识,就会发现原有的认识是错误的,偏颇的,片面的。

很多时候,我们认识中的概念,客观世界里并不一定存在对应的事物。比如:古人认为月亮上有月宫,海中有龙王,人死了变成鬼,等等。"月宫"、"龙王"、"鬼"这些概念存在于人们的认知中,但并不正确反映客观世界的事物。

这种概念称为**虚假概念**。虚假概念可能来自错误的感知,错误的印象,错误的抽象,错误的思考,错误的归纳概括,等等。

人类不断探索、研究世界,就是不断修正虚假概念,形成新概念的过程。

想一想

你觉得以下哪些是虚假概念?

孙悟空 黑洞 比 3 大比 4 小的自然数

最大的恒星 蓝色的苹果 一块谁也看不见的石头

人们使用词语来表记概念。词语是概念的语言形式,概念是词语的思想内容。

同一个概念可能用不同的词语表记,同一个词语也可能表记不同的概念。

日常语言不是完美的,语言使用中的混乱经常导致概念的混乱,而概念的混乱又会导致语言的混乱。因此,我们希望创造更好的语言形式,减少概念的混乱,方便思考。

数学语言、计算机语言等,都是为了更好地表达和讨论复杂的概念而发明的语言。我们把这样的语言称为人工语言,把人类历史中自然形成的语言称为自然语言。

2 含义和范围

概念的含义,就是概念的特性,也叫概念的内涵。简单来说,就是"是什么"。

概念的范围,就是具有概念特性的事物,也叫概念的外延。简单来说,就是"有哪些"。

比如: "人"这个概念的含义,就是人的特性,比如能够制造和使用生产工具、有智慧、能用语言交流、两足直立的灵长类动物。而"人"的范围,就是张三、李四等一个个具体的人。"资本主义国家"的含义,就是由资产阶级专政的国家。而"资本主义国家"的范围,就是美国、日本、德国等一个个具体的资本主义国家。

有些概念的范围是独一无二的,称为**单独概念**或**个别概念**。有些概念的外延是可以有很多的,称为**普遍概念**或**群体概念**。比如,"李白"、"马克思"是单独概念,"国家"、"三角形"是群体概念。

想一想 以下哪些概念是单独概念,哪些是普遍概念? 工人 苹果 骆驼 张三 班长 一辆救护车

2.1 概念的关系

不同的概念之间,有各种各样的关系。

两个概念: 甲、乙的范围如果完全相同,就说甲等同于乙。

"《狂人日记》的作者"和"鲁迅"都指同一个人,范围完全相同。因此"《狂人日记》的作者"等同于"鲁迅"。

如果甲等同于乙,那么乙也等同于甲。反之亦然。因此也可以说甲乙**相等**或 相同。这种关系叫**等同关系**。

如果所有的甲都是乙,那么就说甲**从属于**乙,乙**包含**甲。这种关系叫**从属关 系或包含关系**。

例子

所有的兔子都是动物,因此"兔子"从属于"动物","动物"包含"兔子"。

如果有些甲是乙,也有一些甲不是乙,就说甲、乙**交叉**。这种关系叫**交叉关** 系。

例子

有些面包是甜的,也有些面包不是甜的。于是"面包"和"甜的"是交叉关系。

如果任何甲都不是乙,任何乙也不是甲,就说甲、乙**全异**,或甲、乙**互斥**。 这种关系叫**全异关系**或**互斥关系**。

例子

任何兔子都不是荷花,任何荷花也不是兔子。我们说"兔子"和"荷花"全异或互斥。

全异关系中,有一种特殊的关系,叫做矛盾关系。如果甲、乙是互斥的概念, 并且都从属于另一个概念丙,而任何的丙要么是甲,要么是乙,就说甲、乙是矛 盾的。这种关系叫**矛盾关系**。

种子植物分为被子植物和裸子植物两类。"被子植物"和"裸子植物"都从属于"种子植物",并且互斥。因此,"被子植物"和"裸子植物"是矛盾关系。

想一想

以下这些概念之间有什么关系?

灌木和乔木 汽车和公交车 妇女和工人

玉米和苞米 生铁和钢 豆干和豆皮

2.2 定义

定义是确定概念的含义的方法。

怎样定义呢? 我们可以直接用自然语言描述概念的含义。

例子

姨妈就是妈妈的姐妹。

这里要定义的概念是"姨妈","妈妈的姐妹"是概念的含义,"就是"这个词把两者等同起来。

例子

月球就是地球唯一的卫星。

这里要定义的概念是"月球","地球唯一的卫星"是概念的含义,"就是"这个词把两者等同起来。

此外,我们可以通过列举概念的范围来定义。

夏季大三角就是织女星、河鼓二和天津四。

这里要定义的概念是"夏季大三角","织女星、河鼓二和天津四"是概念的范围,"就是"把两者等同起来。

例子

五行就是金、木、水、火、土。

这里要定义的概念是"五行","金、木、水、火、土"是概念的范围,"就 是"把两者等同起来。

定义的方法有很多,还有一种常见的方法是"属加种差"。假设我们要定义 甲,那么可以首先描述甲从属于某个更大的概念乙,表示它是乙的一种,然后描述它和其他从属于乙的概念的差别。

例子

偶数就是能被2整除的数。

这里要定义的概念是"偶数","偶数"从属于"数",是"数"的一种,"能被2整除"描述了"偶数"和其他数的差别。

描述概念和其他事物的差别时,我们通常使用概念的属性,这些属性一般是概念的特性,也可以是很多个接近特有的属性。

例子

丹顶鹤是一种鹤,体长通常在 1.2 至 1.6 米之间,大多通体白色,头顶鲜红色,喉和颈黑色,耳至头枕白色,脚黑色。

这里要定义的概念是"丹顶鹤"。通过描述丹顶鹤的大小、形态特征来区别于其他的鹤。

想一想

找一找,以下这些概念是怎么定义的?使用了怎样的定义方法?

灌木 沸点 软钎焊

领事裁判权 乌托邦 分子生物学

3 判断和命题

判断,是对事物、情况表达肯定或否定的态度。我们在生活中说的每一句话,大多都是判断。最简单的判断,只表达对一个概念的态度,称为**简单判断**。

表示判断的语句叫做命题。不严格地说,每个陈述句,都可以看作是命题。 命题可以表达一个判断,也可以包含不止一个判断。

简单判断对应的命题叫做**简单命题**。简单命题一般只有一个概念作为主语, 以及一个谓语。比如"鸟能飞",其中主语是"鸟",谓语是"能飞"。

表达肯定态度的简单判断(命题),称为肯定判断(命题);表达否定态度的简单判断(命题),称为否定判断(命题)。否定命题一般带有否定词,比如"不"、"没有"、"并非"等等。

判断(命题)可以是真的,也可以是假的。是真是假,要看它是否符合客观世界的实际情况。比如,

例子

- 1. "地球绕着太阳转"是真的。
- 2. "鱼能飞"是假的。

我们约定,命题是可以讨论真假的语句。命题表示的判断,要么是真的,符合客观世界的真实情况,要么是假的。到底是真是假,也许由于我们的认知能力

有限,无法确定,但两者必居其一。不可能既真又假,也不可能非真非假。不满足的语句,就不是命题。

我们可以发现,判断(命题)之间在真假方面是有联系的。如果掌握了其中的规律,就可以通过已经知道是真的判断(命题),得知另一些判断(命题)的真假。我们把这种思考称为推理。

思理不是研究判断本身真假的学问,而是研究这些判断(命题)之间的联系,探索其中规律的学问。不同的学科,研究的对象不同。但我们会发现,研究不同的对象时,所用到的思考规律和方法是共通的。掌握了这些规律和方法,可以用在各种各样的地方。

因此,通过不断总结正确、有效的推理方式,我们就能更好更快地理解问题、 分析问题、解决问题。

想一想

- 1. 假命题和虚假概念是一样的吗?
- 2. 以下的命题是真的还是假的?
- 2.1. 有的树叶是红的。
- 2.2. 所有的树叶都是红的。
- 2.3. 只要明天不刮台风,公园就照常开放。

3.1 全判断和有判断

例子

鸟能飞。

所有鸟都能飞。

有的鸟能飞。

观察这三句话,它们有什么不同?

思考"鸟能飞"的时候,我们可以给"鸟"这个概念加上两种描述。一种让我们思考"鸟"这个概念范围里的全体,一种让我们思考这个概念范围里的部分。

"所有鸟都能飞"里,"所有鸟"表示"鸟"这个概念范围里的全体,我们称为"全称"。讨论全称的判断(命题),叫做**全判断(全命题**)。指示全称的修饰语有:"所有"、"全部"、"任何"、"一切"、"每个"、"总"、"都"等。

"所有鸟都能飞"里,"有的鸟"表示"鸟"这个概念范围里的全体,我们称为"有称"。讨论有称的判断(命题),叫做**有判断(有命题**)。指示有称的修饰语有:"有的"、"有些"、"某些"、"存在"、"至少有一个"等。

要注意的是,有称也可能指概念范围的全体。比如,某个学校一共有六个年级,当我们说"有的年级今天放假"的时候,可能有 1、2、3、4、5、6 个年级今天放假,其中就包括了"所有六个年级今天都放假"的情形。

当概念的范围是独一无二(也就是单独概念)的时候,有称和全称没区别, 我们称为"单称",把讨论它的判断(命题)叫做**单判断(单命题**)。

全判断、有判断、单判断,每个都可以表达肯定和否定的态度,因此简单判断一共六类:全肯定判断、全否定判断、有肯定判断、有否定判断、有肯定判断、有否定判断、有肯定判断、有否定判断。对应的命题分别叫:全肯定命题、全否定命题、有肯定命题、有否定命题、有

想一想

说一说,以下的简单命题是哪种命题?

- 1. 有的树叶是红的。
- 2. 所有的树叶都是红的。
- 3. 他不是小明的哥哥。
- 4. 我有两个足球。
- 5. 无法在陆地生活的哺乳动物,也是有的。
- 6. 他至少有五十岁了。
- 7. 没有人能从那个摊主手里赢钱。
- 8. 他谁也不认识。

3.2 简单命题的否命题

一个简单命题的否命题,是形式上表达的态度和它相反的命题。

单肯定命题的否命题,一般就是它对应的否定句;单否定命题的否命题,一般就是它对应的肯定句。

例子

- 1. "小明是小红的哥哥"的否命题是"小明不是小红的哥哥"。
- 2. "他没有读过《三国演义》"的否命题是"他读过《三国演义》"。
- 3. "他每天至少刷两次牙"的否命题是"他每天至多刷一次牙"。

简单命题的主语可以是全称和有称,它的否命题也可以分别是全称和有称。 我们把它们分别称为**全否命题**和**有否命题**。

全命题可以对应全否命题和有否命题。

例子

"所有的鱼都能飞"对应的全否命题是"任何鱼都不能飞",有否命题是"有的鱼不能飞"。

同样地,有命题也可以对应全否命题和有否命题。

例子

"有的鱼能飞"对应的全否命题是"任何鱼都不能飞",有否命题是"有的鱼不能飞"。

假设命题的内容相同,只有全称、有称和肯定否定的部分不同,对应的全命题、有命题、全否命题、有否命题之间有什么联系呢?已知其中一个的真假,能不能推断其他命题的真假?

想一想

请写出以下命题的否命题。

- 1. 有的树叶是绿的。
- 2. 所有的树叶都是红的。
- 3. 他不是小明的哥哥。
- 4. 他家至少有两个孩子。
- 5. 这种产品是否有防皱纹的效果,还有待研究。
- 6. 过了这座山,就能看到五彩湖了。
- 7. 天马上要亮了。
- 8. 他谁也不认识。

3.3 真值表

为了方便、清楚地讨论命题之间的真假关系,我们常常使用叫做**真值表**的小工具,列举命题的真假。

一个判断(命题)的**真值**,表示它到底是真的还是假的。比如,我们说"地球绕着太阳转"的真值是"真","鱼能飞"的真值是"假"。

假设我们要研究一些命题之间的关系,比如从其中一些命题的真假出发,是 否能推断出另一些命题的真假。那么,我们可以列举作为出发点的命题的所有可 能的真假情况,然后在每一种情况下,调查另一些命题的真假,把这些真值排列 成一个表,就是真值表。

用字母 p 表示命题: "地球绕着太阳转", q 表示命题: "地球不绕着太阳转"。

我们想知道 p 的真假和 q 的关系。因此,我们从 p 出发,列举 p 所有可能的真假情况。考虑每一种情况下,q 的真假。最后把结果排列成下表:

p	q
真	假
假	真

从例子里的真值表可知,单命题的真假,总和它的否命题的真假相反。单命题为真,它的否命题就为假,反之亦然。

想一想

我们想要研究以下命题 p 和 q 的关系,请你画出真值表。

- 1. p: 有的树叶是红的。q: 所有的树叶都是红的。
- 2. p: 他不是小明的哥哥。q: 他是小明的弟弟。
- 3. p: 天马上要亮了。q: 天还没亮。
- 4. p: 他谁也不认识。q: 他认识老张。

3.4 简单命题的否定

简单命题的否定,是一个真假和原来的命题恰好相反的命题。只要原来的命题是真的,它就是假的。只要原来的命题是假的,它就是真的。

比如,命题"他至多有三支笔"的否定是"他至少有四只笔"。

对自然语言中具体的命题来说,命题的否定可能有多种形式,和语言的种类、文体、措辞都有关系。数学上,如果把某个命题记作 p,那么为了方便,把 p 的 否定记为 "非 p"。

命题的否定是相互的,假设命题 $p \neq q$ 的否定,那么 q 也是 p 的否定。

想一想

相互矛盾的概念,和相互否定的命题,有什么相似之处,有什么不同之处,有什么联系?

对简单命题来说,命题的否定取决于全称、有称还是单称。

单命题的否定就是它的否命题。

例子

- 1. "小明是小红的哥哥"的否定是"小明不是小红的哥哥"。
- 2. "他没有读过《三国演义》"的否定是"他读过《三国演义》"。
- 3. "他每天至少刷两次牙"的否定是"他每天至多刷一次牙"。

全命题和有命题的否定,则要复杂一点。

例子

用字母 p 表示命题: "四年级所有的学生都参加了校运会", q 表示命题: "四年级有些学生没有参加校运会", r 表示命题: "四年级所有的学生都没有参加校运会"。

考虑 p 的真假和 q、r 的关系,结果为下表:

p	q	r
真	假	假
假	真	_

我们发现,当"四年级所有的学生都参加了校运会"为真的时候,"四年级所有的学生都没有参加校运会"为假;但"四年级所有的学生都参加了校运会"为假的时候,"四年级所有的学生都没有参加校运会"的真假无法判断。比如,有可能四年级大部分学生参加了校运会,但少数学生没有参加,这时候"四年级所有的学生都没有参加校运会"为假。但也有可能四年级确实没有任何学生参加校运会。

不过,我们也可以看到,"四年级所有的学生都参加了校运会"和"四年级有些学生没有参加校运会"的真假恰好相反。

一般来说,**全命题的否定是它对应的有否命题**。比如,"所有的甲是乙"的 否定,是"有些甲不是乙";"所有的甲都不是乙"的否定,是"有些甲是乙"。

另一方面,**有命题的否定是它对应的全否命题**。比如,"有些甲是乙"的否定,是"所有的甲都不是乙";"有些甲不是乙"的否定,是"所有的甲都是乙"。

例子

"有的树秋天会落叶"的否命题是"所有的树秋天都不会落叶","有的树秋天不会落叶"的否命题是"所有的树秋天都会落叶"。

想一想

请写出以下命题的否定。

- 1. 有的树叶是红的。
- 2. 所有的树叶都是红的。
- 3. 他不是小明的哥哥。
- 4. 有些蚊子不咬人。
- 5. 无法在陆地生活的哺乳动物,也是有的。
- 6. 没人知道他去了哪里。