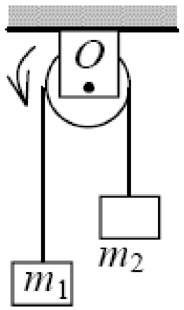
第3-4章习题

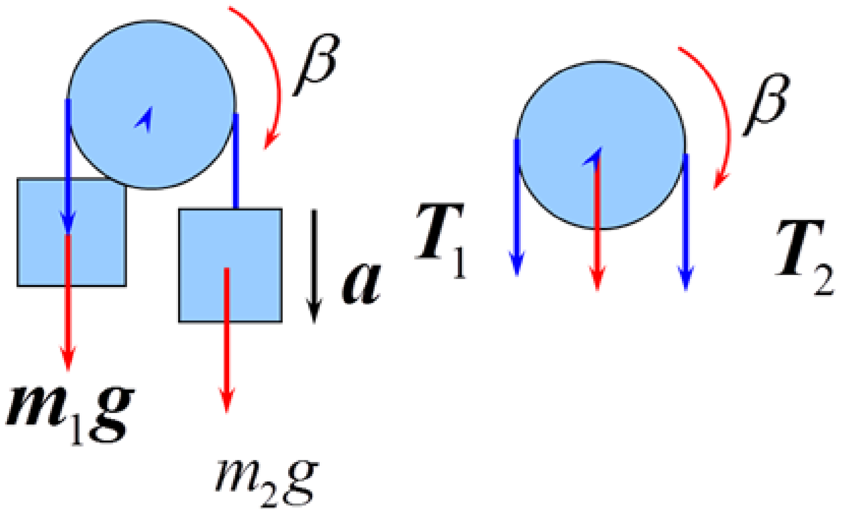
第三章 刚体和理想流体

一、 选择题

1.一轻绳跨过一具有水平光滑轴、质量为M 的定滑轮，绳的两端分别悬有质量为m_1 和m_2 的物体(m_1 <m_2)，如图所示．绳与轮之间无相对滑动．若某时刻滑轮沿顺时针方向转动，则绳中的张力

[C]





(A) 处处相等． (B) 左边大于右边．

(C) 右边大于左边． (D) 哪边大无法判断．

解法（1）将物体和定滑轮看成一个整体时，合力矩

$M=(m_2-m_1)gR$，转动定律$M=J\beta$，$\because m_2>m_1,\beta$ 顺时针方向，单独分析定滑轮

$M'=(T_2-T_1)R$，$M'=J'\beta$，因为角加速度是顺时针的，，所以要求$T_2>T_1$

解法（2）用隔离体法，分别画出三个物体的受力图。

对物体 1，在竖直方向应用牛顿运动定律

$$T_1' - m_1 g = m_1 a$$

对物体 2，根据牛顿运动定律

$$m_2 g - T_2' = m_2 a$$

对滑轮，应用转动定律

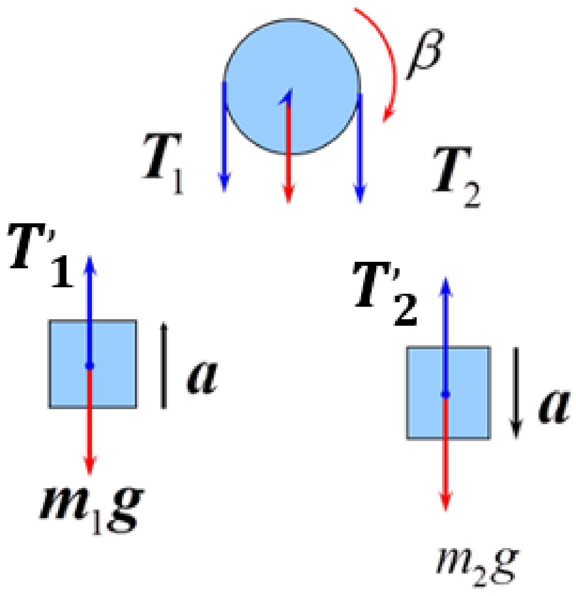
$$T_2 r - T_1 r = J\beta$$

并利用关系

$$a = r\beta$$

另外：

$$T_1' = T_1$$
$$T_2' = T_2$$



由以上各式，　解得

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + J/r^2} \cdot g$$

$$T_1 = \frac{2m_2 + J/r^2}{m_1 + m_2 + J/r^2} \cdot m_1 g = \frac{2m_1 m_2 + J m_1/r^2}{m_1 + m_2 + J/r^2} \cdot g$$

$$T_2 = \frac{2m_1 + J/r^2}{m_1 + m_2 + J/r^2} \cdot m_2 g = \frac{2m_1 m_2 + J m_2/r^2}{m_1 + m_2 + J/r^2} \cdot g$$

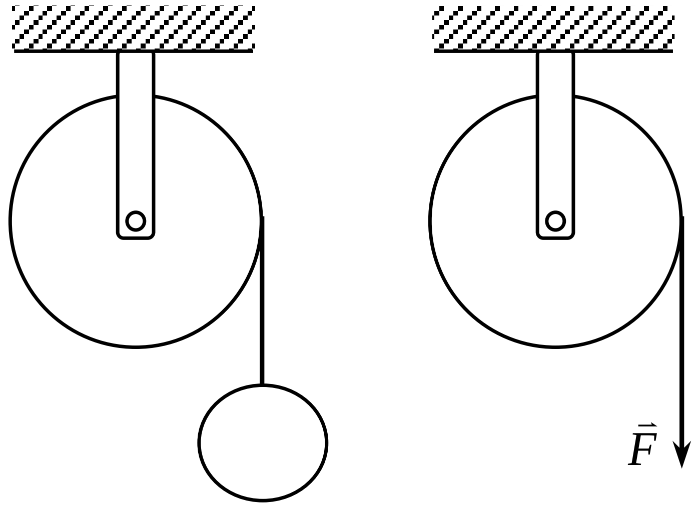
因为$\because m_2 > m_1, \therefore T_2 > T_1$

2、将细绳绕在一个具有水平光滑轴的飞轮边缘上，现在在绳端挂一质量为m的重物，飞轮的角加速度为β. 如果以拉力$2mg$ 代替重物拉绳时，飞轮的角加速度将［　C　］

(A) 小于β .　　(B) 大于β，小于2β.　(C) 大于2β.　　(D) 等于2β.

解析：答案选 C。挂 mg 重物时，对物体应用牛顿运动定律 $\boldsymbol{mg-T=m\cdot a}$

对滑轮应用转动定律 $-T\cdot r=J(-\beta)$



利用关系 $a=r\beta$

由以上各式解得

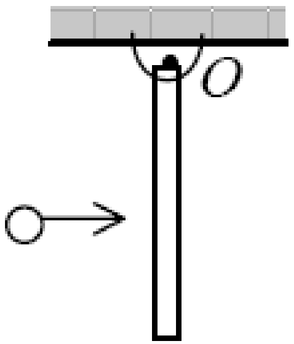
$$\beta=\frac{m}{mr+J/r}g$$

2mg 力代替时，由转动定律 $M=J\beta'$，$M=\mathrm{F}r=2mgr$

$\beta'=\dfrac{2mgr}{J}=\dfrac{2m}{J/r}g$，显然 $\beta'>2\beta$

3、如图所示，一匀质细杆可绕通过上端与杆垂直的水平光滑固定轴O 旋转，初始状态为静止悬挂．现有一个小球自左方水平打击细杆．设小球与细杆之间为非弹性碰撞，则在碰撞过程中对细杆与小球这一系统

[C]

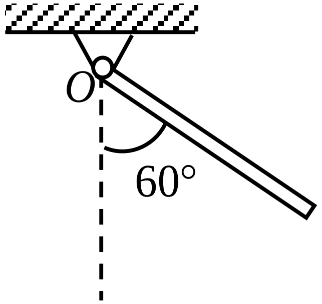


(A) 只有机械能守恒．　　　　　(B) 只有动量守恒．

(C) 只有对转轴O 的角动量守恒．(D) 机械能、动量和角动量均守恒．

解析：选C。射入过程中，小球与细杆是非弹性碰撞，机械能不守恒；因为O点均质细杆在O点收到的拉力大于重力，整个系统和外力不等于0，动量不守恒；碰撞过程中，小球与细杆之间相互作用力对O点的合力矩为0，满足角动量守恒。

4、如图所示，一根匀质细杆可绕通过其一端O的水平轴在竖直平面内自由转动，杆长5/3m。今使杆从与竖直方向成$60°$角由静止释放(g取$10m/s^2$)，则杆的最大角速度为 [A]



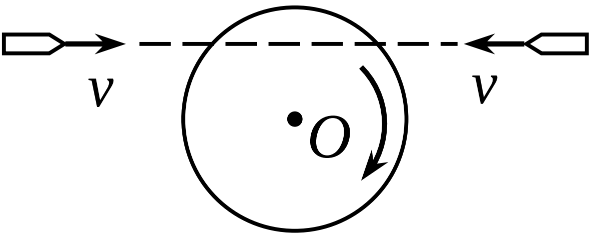
（A）3rad/s；　(B) π rad/s；　$\sqrt{0.3}$ rad/s；　(D) $\sqrt{2/3}$ rad/s。

解析：选 A。

以 O 点为势能 0 点，应用机械能守恒定律

$$\frac{1}{2}[\frac{1}{3}ml^2]\omega^2-mg\frac{l}{2}-=0-mg\frac{l}{2}\cos\theta$$

5、对一个绕固定水平轴 O 匀速转动的转盘，沿图示的同一水平直线从相反方向射入两颗质量相同、速率相等的子弹，并停留在盘中，则子弹射入后转盘的角速度应［ B ］



(A) 增大；(B) 减小；(C) 不变；(D) 无法确定。

解析：选B。初始时，两子弹对中心的角动量均为 $L_{R0}=mvr$，r为O点到子弹运动轨迹的距离，但方向正好相反圆盘角动量 $L_{z0}=J\omega_0$，子弹射入后假设对O点的转动惯量分别为 J_1，J_2，根据角动量守恒

$$\left(J_1+J_2+J\right)\omega'=mvr-mvr+J\omega$$

得到 $\omega'=\dfrac{J\omega}{J_1+J_2+J}<\omega$

6、一根长为l、质量为M的匀质棒自由悬挂于通过其上端的光滑水平轴上。现有一质量为m的子弹以水平速度v_0射向棒的中心，并以$v_0/2$的水平速度穿出棒，此后棒的最大偏转角恰为90°，则v_0的大小为［　　］

(A) $\dfrac{4M}{m}\sqrt{\dfrac{gl}{3}}$；　(B) $\sqrt{\dfrac{gl}{2}}$；　(C) $\dfrac{2M}{m}\sqrt{gl}$；　(D) $\dfrac{16M^2gl}{3m^2}$。

解析：选 A

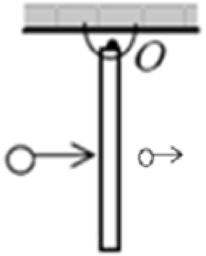
解：(1)第一阶段：子弹穿棒前后。由于时间极短，可认为木棒还没有转动，但获得了角速度，应用角动量守恒定律，求得棒具有的角速度ω。

子弹进入木棒前对O点的角动量为

$$L_{0z}=mv_0\cdot\frac{1}{2}l$$

子弹射出木棒后角动量 $L_z=m\dfrac{v_0}{2}\cdot\dfrac{1}{2}l$

木棒角动量 $L_M=\dfrac{1}{3}Ml^2\omega$



应用角动量守恒定律

$$mv_0\cdot\frac{1}{2}l=\frac{1}{3}Ml^2\omega+m\frac{v_0}{2}\cdot\frac{1}{2}l\ (1)$$

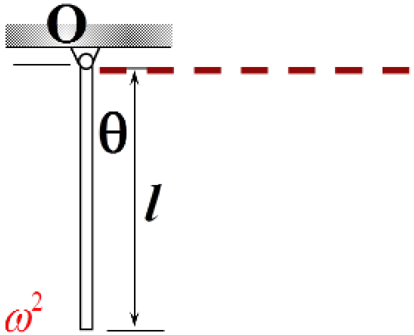
（2）应用机械能守恒定律

以O点为势能0点

木棒在初始时的势能

$$E_{p0M}=-M\left(\frac{l}{2}\right)g$$

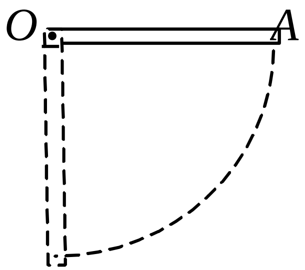
转到动能 $E_{k0M}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{3}Ml^2\right)\omega^2$



$$-M\left(\frac{l}{2}\right)g+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}Ml^2\right)\omega^2=0\ (2)$$

结合（1）和（2）式得 $v_0=\dfrac{4M}{m}\sqrt{\dfrac{gl}{3}}$

7、均匀细棒 OA 可绕通过其一端 O 而与棒垂直的水平固定光滑轴转动，如图所示．今使棒从水平位置由静止开始自由下落，在棒摆动到竖直位置的过程中，下述说法哪一种是正确的？ [A]



(A) 角速度从小到大，角加速度从大到小．

(B) 角速度从小到大，角加速度从小到大．

(C) 角速度从大到小，角加速度从大到小．

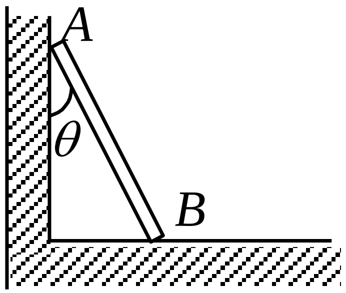
(D) 角速度从大到小，角加速度从小到大．

$$M = J\beta$$

$$\beta = \frac{M}{J} = \frac{mg\,(l/2)cos\theta}{(1/3)\,ml^2}$$

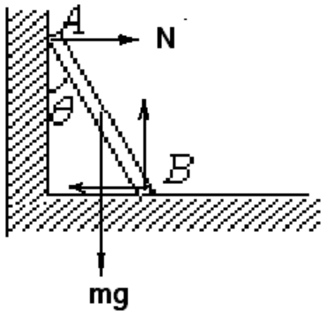
$$\omega - 0 = \int_0^t \beta dt$$

8、如图所示，一质量为 m 的匀质细杆 AB，A 端靠在光滑的竖直墙壁上，B 端置于粗糙水平地面上而静止．杆身与竖直方向成θ角，则 A 端对墙壁的压力大小　　[　B　]



(A) $\frac{1}{4}mg\cos\theta$.　　(B) $\frac{1}{2}mg\text{tg}\theta$　　(C) $mg\sin\theta$.　　(D) 不能唯一确定.

解：受力分析如图，以 B 为定点，



平衡，对 B 点的合力矩为零

$$Nl\cos\theta - mg\frac{l}{2}\sin\theta = 0$$

可计算得到：

$$N = \frac{1}{2}mg\tan\theta$$

10、一轻绳绕在有水平轴的定滑轮上，滑轮的转动惯量为 J，绳下端挂一物体．物体所受重力为 P，滑轮的角加速度为β．若将物体去掉而以与 P 相等的力直接向下拉绳子，滑轮的角加速度β将 [　　]

(A) 不变． (B) 变小．

(C) 变大． (D) 如何变化无法判断．

解：挂重物时， $mg - T = ma = mR\beta$， $TR = J\beta$， $P = mg$

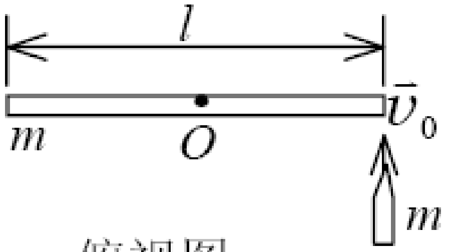
由此解出 $\beta = \dfrac{mgR}{mR^2 + J}$

而用拉力时， $\mathrm{mg}R = J\beta'$ $\beta' = \dfrac{mgR}{J}$

故有 $\beta' > \beta$

二 填空题

1、质量为m、长为l 的棒，可绕通过棒中心且与棒垂直的竖直光滑固定轴O在水平面内自由转动(转动惯量$J=ml^2/12$)．开始时棒静止，现有一子弹，质量也是m，在水平面内以速度v_0 垂直射入棒端并嵌在其中．则子弹嵌入后棒的角速度ω ＝____。



俯视图

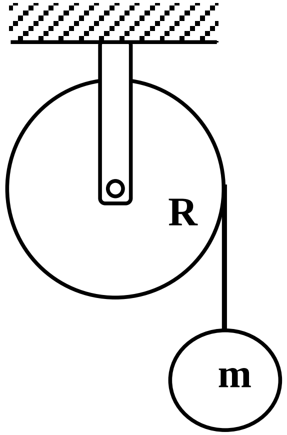
解析：答案为$3v_0/(2l)$。子弹嵌入后棒具有共同的角速度ω。应用角动量守恒定律，子弹初始对O点

角动量$L_{z0}=m\upsilon_0\cdot\frac{1}{2}l$，棒初始为0；子弹入射后对O点角动量$L_{z0}=m\left(\frac{1}{2}l\right)^2\omega$，棒在子弹入射后对O点

角动量$L_B=m\frac{l^2}{12}\omega$，应用角动量守恒定律，

$$m\upsilon\cdot\frac{1}{2}l=\frac{1}{12}ml^2\omega+m\left(\frac{1}{2}l\right)^2\omega$$ 。得$\omega=\frac{3v_0}{2l}$

2、半径为R 具有光滑轴的定滑轮边缘绕一细绳，绳的下端挂一质量为m 的物体．绳的质量可以忽略，绳与定滑轮之间无相对滑动．若物体下落的加速度为a，则定滑轮对轴的转动惯量J ＝______。



解析:对物体应用牛顿运动定律 $\boldsymbol{mg - T = m \cdot a}$

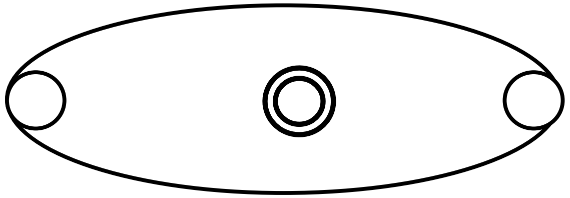
对滑轮应用转动定律 $-T \cdot r = J(-\beta)$

利用关系 $a = r\beta$

由以上各式解得

$$\boldsymbol{J = \frac{m(g-a)R^2}{a}}$$

3、两个质量都为100kg的人，站在一质量为200kg、半径为3m的水平转台的直径两端．转台的固定竖直转轴通过其中心且垂直于台面．初始时，转台每5s转一圈．当这两人以相同的快慢走到转台的中心时，转台的角速度ω ＝_______．(已知转台对转轴的转动惯量$J=MR^2/2$，计算时忽略转台在转轴处的摩擦)。

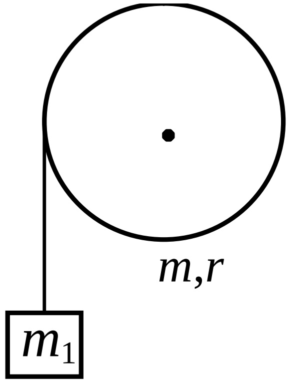


解析：初始时，两人对中心的角动量均为$L_{R0}=mR^2\omega_0$，转台角动量$L_{z0}=\frac{mR^2}{2}\omega_0$，当人走到中心后的角动量为0，转台角动量$L_z=\frac{mR^2}{2}\omega$，根据角动量守恒

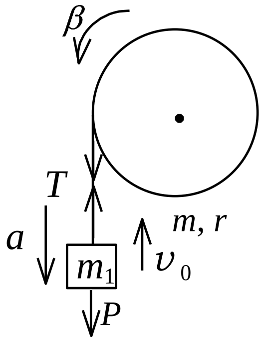
$$\frac{MR^2}{2}\omega=\frac{MR^2}{2}\omega_0+2mR^2\omega_0$$

得到$\omega=\frac{M+4m}{M}\omega_0=\frac{200+4\times100}{200}\frac{2\pi}{5}=1.2\pi=3.77\left(rad/s\right)$

5、质量 m＝1.1 kg 的匀质圆盘，可以绕通过其中心且垂直盘面的水平光滑固定轴转动，对轴的转动惯量 J＝$\frac{1}{2}mr^2$ (r 为盘的半径)．圆盘边缘绕有绳子，绳子下端挂一质量 m_1＝1.0 kg 的物体，如图所示．起初在圆盘上加一恒力矩使物体以速率 v_0＝0.6 m/s 匀速上升，如撤去所加力矩，问经历多少时间圆盘开始作反方向转动．



解：撤去外加力矩后受力分析如图所示．



$$m_1g - T = m_1a$$

$$Tr = J\alpha$$

$$a = r\alpha$$

$$a = m_1gr / (m_1r + J/r)$$

代入 $J = \frac{1}{2}mr^2$，　　$a = \dfrac{m_1g}{m_1 + \frac{1}{2}m} = 6.32\ \mathrm{ms}^{\ 2}$

∵　　　$v_0 - at = 0$

∴　　　$t = v_0 / a = 0.095\ \mathrm{s}$

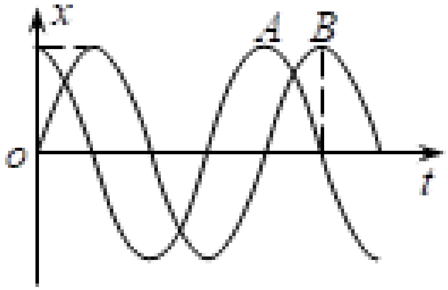
第四章 振动和波动

一、选择题

1、一弹簧振子，当把它水平放置时，它作简谐振动。若把它竖直放置或放在光滑斜面上，试判断下列情况正确的是 [C]

(A) 竖直放置作简谐振动，在光滑斜面上不作简谐振动；
(B) 竖直放置不作简谐振动，在光滑斜面上作简谐振动；
(C) 两种情况都作简谐振动；
(D) 两种情况都不作简谐振动。

2、两个简谐振动的振动曲线如图所示，则有 [A] 。



(A) A超前π/2
(B) A落后π/2
(C) A超前π
(D) A落后π。

3、一质点在x轴上作简谐振动，振辐A = 4 cm，周期T = 2 s，其平衡位置取作坐标原点．若t = 0时刻质点第一次通过x = -2 cm处，且向x轴负方向运动，则质点第二次通过x = -2 cm处的时刻为 [B]

(A) 1 s． (B) (2/3) s．
(C) (4/3) s． (D) 2 s．

4、一个质点作简谐振动，周期为T，当质点由平衡位置向x轴正方向运动时，由平衡位置到二分之一最大位移这段路程所需要的最短时间为 [B] 。

(A) T/4 (B) T/12 (C) T/6 (D) T/8

5、对一个作简谐振动的物体，下面哪种说法是正确的？[C]

(A)物体处在运动正方向的端点时，速度和加速度都达到最大值．

(B)物体位于平衡位置且向负方向运动时，速度和加速度都为零．

(C)物体位于平衡位置且向正方向运动时，速度最大，加速度为零．

(D)物体处在负方向的端点时，速度最大，加速度为零．

解：物体处在运动正方向的端点时，速度为零，加速度最大；物体位于平衡位置且向负方向运动时，速度最大，加速度为零；物体处在负方向的端点时，速度为零，加速度最大。故选

6、一质点沿x轴作简谐振动，振动方程为 $x=4\times10^{-2}\cos\left(2\pi t+\frac{1}{3}\pi\right)$ (SI) 。从t = 0时刻起，到质点位置在x = －2 cm处，且向x轴正方向运动的最短时间间隔为[C]

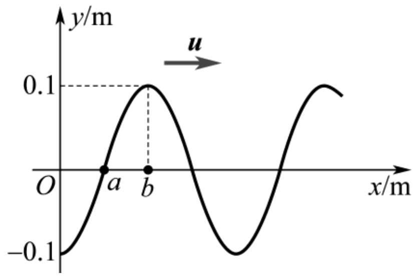
(A)1/8 s. (B)1/4 s.

(C)1/2 s. (D)1/3 s.

(E)1/6 s.

解：由 $x=4\times10^{-2}\cos(2\pi t+\frac{\pi}{3})$，已知 $x=-2cm$，代入得 $\cos(2\pi t+\frac{\pi}{3})=-\frac{1}{2}$，且向 x 轴正向运动的最短时间间隔，取 $t=\frac{1}{2}s$ 故选 C

7、平面简谐波的表达式为 $y=0.1\cos(3\pi t-\pi x+\pi)$ (SI)，$t=0$ 时的波形曲线如图所示，则 [C]



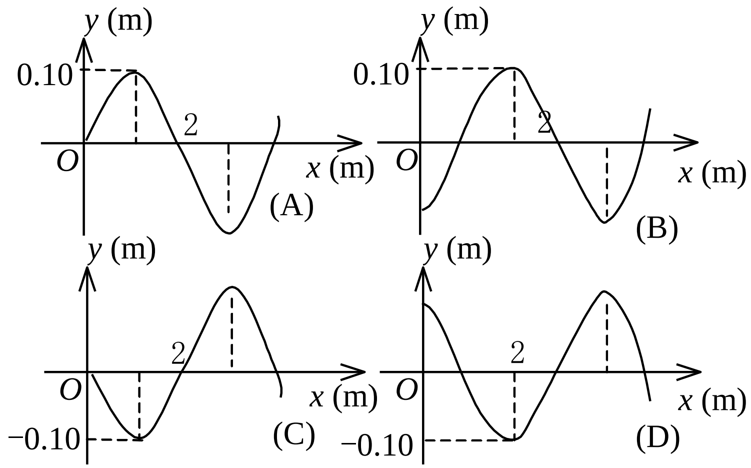
(A) O 点的振幅为-0.1 m

(B) 波长为 3 m

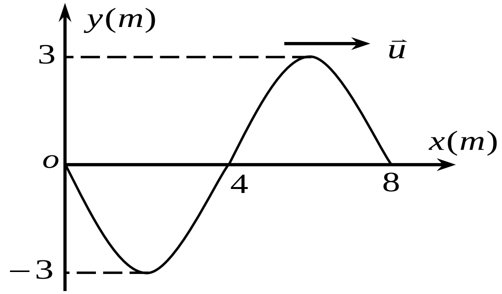
(C) a、b 两点间相位差为 $\frac{1}{2}\pi$

(D) 波速为 9 m/s

8、 平面简谐波沿 Ox 正方向传播，波动表达式为 $y=0.10\cos[2\pi(\frac{t}{2}-\frac{x}{4})+\frac{\pi}{2}]$ (SI)，该波在 $t=0.5$ s 时刻的波形图是 [B]



9、 一个平面简谐波沿 x 轴正方向传播，波速为 u=160m/s，t=0 时刻的波形图如图所示，则该波的表式为 ［ C ］



(A) $y = 3\cos(40\pi t + \frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{2})$ m；

(B) $y = 3\cos(40\pi t + \frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{2})$ m；

(C) $y = 3\cos(40\pi t - \frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{2})$ m；

(D) $y = 3\cos(40\pi t - \frac{\pi}{4}x + \frac{\pi}{2})$ m。

二、填空题

1、一质点沿x轴以x = 0为平衡位置作简谐振动．频率为0.25 Hz，t = 0时，x = −0.37 cm而速度等于零，则振幅是_______，振动的数值表达式为_______．

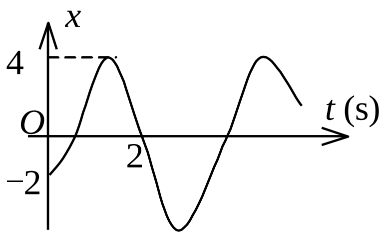
解：$0.37cm$；$x=0.37\times10^{-2}\cos(\frac{1}{2}\pi t\pm\pi)(SI)$

当速度为零时，$x=-0.37cm$，可知振幅为$0.37cm$；

设$x=0.37\times10^{-2}\cos(\frac{1}{2}\pi t+\varphi_0)$，$t=0$时，$x=-0.37cm$，代入得$\cos\varphi_0=-1$，解得$\varphi_0=\pm\pi$，则

$x=0.37\times10^{-2}\cos(\frac{1}{2}\pi t\pm\pi)(SI)$

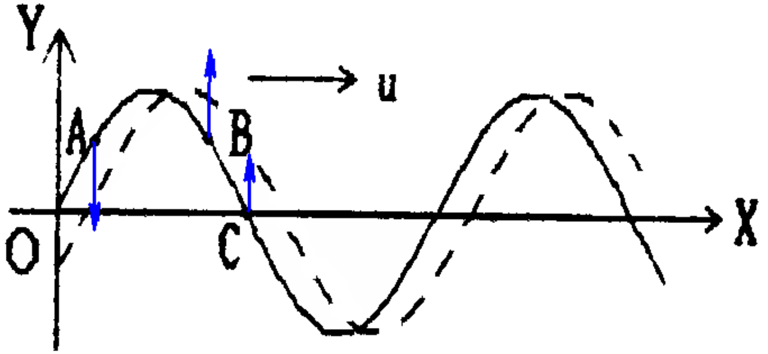
2、一质点作简谐振动．其振动曲线如图所示．根据此图，它的周期 T =___3.43 s ______，用余弦函数描述时初相ϕ=_____−2π/3_______．



解：$3.43s$；$-\frac{2\pi}{3}$

设$x=4\cos(\omega t+\varphi_0)$，$t=0$时$x=-2$，得$-2=4\cos\varphi_0$；$t=2$时$x=0$，$\cos(2\omega+\varphi_0)=0$；同时根据振动曲线得$\varphi_0=-\frac{2\pi}{3}$，$\omega=\frac{7}{12}\pi$，得$T=\frac{2\pi}{\omega}=3.43s$

3、一个余弦横波以速度 u 沿 X 轴正向传播，t 时刻波形曲线如图所示。试分别指出图中 A、B、C 各质点在该时刻的运动方向。



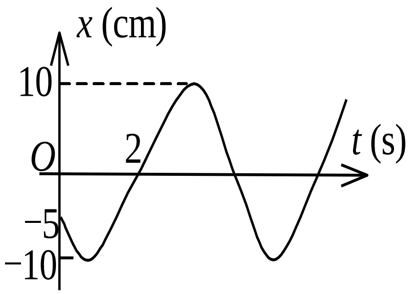
A______向下______；B_____向上______；　　C________向上________。

4、 一简谐波的频率为 $\mathbf{5\times10^4}\ \boldsymbol{Hz}$，波速为 $\mathbf{1.5\times10^3}\ \boldsymbol{m/s}$。在传播路径上相距 $\mathbf{5\times10^{-3}}\boldsymbol{m}$ 的两点之间的振动相位差为_________。

解： $\lambda=\dfrac{u}{\nu}=\dfrac{1500}{50000}=0.03m$， $\boldsymbol{\Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x=\dfrac{2\pi\times5\times10^{-3}}{0.03}=\dfrac{\pi}{3}}$

三、计算题

1、 一简谐振动的振动曲线如图所示．求振动方程。



解：(1) 设振动方程为 $x = A\cos(\omega t + \phi)$

由曲线可知 $A = 10$ cm , $t = 0$， $x_0 = -5 = 10\cos\phi$， $\upsilon_0 = -10\omega\sin\phi < 0$

解上面两式，可得 $\phi = 2\pi/3$

由图可知质点由位移为 $x_0 = -5$ cm 和 $v_0 < 0$ 的状态到 $x = 0$ 和 $\upsilon > 0$ 的状态所需时间 $t = 2$ s，代入振动方程得

$$0 = 10\cos(2\omega + 2\pi/3) \quad \text{(SI)}$$

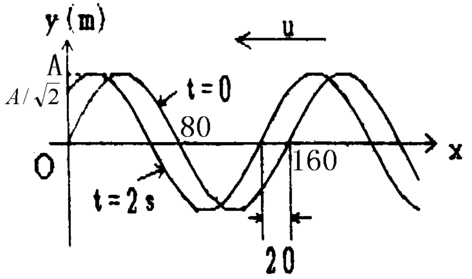
则有 $2\omega + 2\pi/3 = 3\pi/2$，∴ $\omega = 5\pi/12$

故所求振动方程为 $x = 0.1\cos(5\pi t/12 + 2\pi/3)$ (SI)

2、图示一平面简谐波在 t=0 时刻与 t=2s 时刻的波形图，它在 2 秒内向左移动了 20 米。求

（1）坐标原点处介质质点的振动方程；

（2）该波的波动方程。



解: $\lambda = 160m$，$u = \dfrac{20}{2} = 10m/s$，

$\therefore T = \dfrac{\lambda}{u} = 16s$，$\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{\pi}{8}$

（1）设原点处的振动 $y_o = A\cos(\omega t + \varphi)$

在 t=0 时 $\begin{cases} y_0 = A\cos\varphi = 0 \\ v_0 = -A\omega\sin\varphi > 0 \end{cases}$，$\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$ 或 $\varphi = \dfrac{3\pi}{2}$

$$y_o = A\cos(\frac{\pi}{8}t - \frac{\pi}{2})$$

（2）波沿 x 轴负方向传播，由原点的振动方程可得

波动方程 $y = A\cos\left(\omega t + \dfrac{2\pi x}{\lambda}) + \phi\right)$

即 $y = A\cos\left(\dfrac{\pi}{8}(t + \dfrac{x}{10}) - \dfrac{\pi}{2}\right)$