

Лабораторная работа №2

Цели работы:

- формирование навыков разработки математических моделей технических систем с использованием среды динамического моделирования MatLab;
- формирование навыков разработки систем управления с использованием среды динамического моделирования Matlab;
- формирование навыков составления структурных схем по системе дифференциальных уравнений;
- формирование навыков составления научно-технических отчетов по результатам выполненной работы.

Задачи:

- разработать и провести анализ математической модели;

Содержание работы:

1. Разработать математическую модель системы двигатель постоянного тока – вентилятор.
2. Выполнить практические задания и сделать соответствующие выводы.
3. Оформить отчет.

Форма отчетности: индивидуальный отчет в электронном виде с типовым титульным листом в формате MS Word с последующей распечаткой на бумажном носителе.

Длительность работы: 4 академических часа.

Защита работы: собеседование с преподавателем и выполнение индивидуальных заданий.

Приборы и оборудование:

- компьютер, с установленной операционной системой *Windows XP, Vista, 7, 8, 10*;
- Matlab *R2006a+*

Теоретическая часть

Вычислительная модель — это численная реализация математической модели, которая будет решена на компьютере для получения расчетных прогнозов (результатов моделирования) поведения системы. Вычислительная модель включает в себя способ и степень пространственной дискретизации конструкции (например, в виде определенного количества конечных элементов), временную дискретизацию используемых уравнений, численные алгоритмы решения этих уравнений и итерационные критерии сходимости численных решений [1].

Верификация — процесс определения того, что вычислительная модель точно представляет лежащую в ее основе математическую модель и ее решение. Верификация осуществляется путем сравнения результатов вычислительной модели с результатами достоверной математической модели.

В качестве достоверной модели могут использоваться:

- данные прямых измерений реальной системы;
- верифицированная математическая модель.

Рассмотрим математическую модель, описывающую вращение вентилятора двигателем постоянного тока с постоянными магнитами.

В качестве достоверной модели рассматриваемой системы будет использоваться передаточная функция вида:

$$W(s) = \frac{0,134s^2 + 1000.134s + 1000}{17,956 \cdot 10^{-9}s^4 + 268 \cdot 10^{-6}s^3 + 1.0019s^2 + 12s + 11} \quad (1)$$

Данная передаточная функция в качестве входного воздействия получает действующее значение напряжения, подаваемого на двигатель, и выдает значение скорости вращения вентилятора на выходе.

Для рассматриваемой системы (двигатель постоянного тока – вентилятор) составим систему дифференциальных и алгебраических уравнений.

Подача напряжения на электродвигатель создает электромагнитную силу, взаимодействующую с магнитным полем постоянных магнитов, взаимодействие данных полей формирует электромагнитный момент, который приводит якорь (ротор) электродвигателя в движение.

Ток в якорной цепи электродвигателя (по второму закону Кирхгофа):

$$u = E + iR + L \frac{di}{dt} \quad (2)$$

u – напряжение, подведенное к электродвигателю;

E – ЭДС самоиндукции;

i – ток в обмотке якоря;

R – активное сопротивление обмотки якоря;

L – индуктивность обмотки якоря.

Уравнение ЭДС обмотки якоря в соответствии с уравнением Максвелла:

$$E = k_{\omega} \omega \quad (3)$$

k_{ω} – коэффициент пропорциональности ЭДС (ЭДС самоиндукции практически линейно зависит от изменения потока магнитного поля и угловой частоте. Поэтому в целях упрощения модели представим его в виде коэффициента пропорциональности);

ω – скорость вращения.

Уравнение электромагнитного момента двигателя из уравнения Фарадея:

$$M_e = k_m i \quad (4)$$

M_e – электромагнитный момент развиваемый двигателем;

k_m – коэффициент пропорциональности электромагнитного момента
(зависит от конструктивных особенностей электродвигателя: кол-во витков обмотки, диаметра якоря и т.д.)

Основное уравнение вращательного движения (из основ механики)

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_e - M_c \quad (5)$$

J – Момент инерции вентилятора (момент инерции ротора двигателя мал по отношению к моменту инерции вентилятора);

M_c – момент сопротивления вентилятора (обусловленный гравитационными силами и силами трения).

Момент сопротивления определим через линейный коэффициент k_c :

$$M_c = k_c \omega \quad (6)$$

Объединив уравнения (2) – (6) получим следующую систему дифференциальных и алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} u = E + iR + L \frac{di}{dt} \\ E = k_\omega \omega \\ M_e = k_m i \\ J \frac{d\omega}{dt} = M_e - M_c \\ M_c = k_c \omega \end{cases} \quad (7)$$

Для данной системы примем следующие значения ее параметров, представленные в таблице 1.

Таблица 1

u	Напряжение, подведенное к электродвигателю	5 В
R	Активное сопротивление обмотки якоря	5 Ом
L	Индуктивность обмотки якоря	0,00067 Гн
k_ω	Коэффициент пропорциональности ЭДС	0,01
k_c	Коэффициент момента сопротивления	0,001

При моделировании технических систем не все параметры могут быть известны, зачастую их можно получить из паспортных и справочных данных. Более того, реальные характеристики оборудования могут отличаться от паспортных номинальных характеристик, что может быть обусловлено производственными погрешностями, влиянием внешних факторов, деградацией характеристик в ходе эксплуатации.

Порядок выполнения работы:

1. Получить выходной сигнал передаточной функции (1) в Matlab/Simulink при ступенчатом входном воздействии $u = 5$ В. Установившееся значение скорости вращения должно быть равным 454,6 об/мин. Моделирование проводить на интервале 3 секунды.
2. Разработать структурную схему системы уравнений (7) в Simulink [2]. Значения параметров установить в соответствии с таблицей 1. Неизвестные параметры J и k_m на текущем этапе принять равными 0,005 и 10.
3. Получить выходной сигнал разработанной модели при ступенчатом воздействии $u = 5$ В. Убедиться, что выходной сигнал разработанной схемы имеет форму аналогичную достоверной модели, но имеет другие время переходного процесса и установившееся значение.
4. Сравнить сигналы разработанной и достоверной модели. Построить график ошибки как $e(t) = |h^*(t) - h(t)|$, где $h^*(t)$ – выходной сигнал достоверной модели, а $h(t)$ – выходной сигнал разработанной модели.
5. Изменяя значения в диапазонах $J \in [0.001, 0.01]$, $k_m \in [2, 15]$ добиться того, чтобы максимальное значение функции ошибки $e(t)$ было не более 40.
6. В прямую цепь, перед каждой моделью установить ПИ регулятор со значениями коэффициентов $K_p = 0.025$, $K_i = 0.27$. Замкнуть цепь на единичную (отрицательную) обратную связь. В качестве задающего воздействия установить значение $\omega_{уст} = 500$. Смоделировать полученный замкнутый контур. Убедиться в достижении требуемого значения

7. Используя разработанную верифицированную модель проверить, превышает ли значение тока двигателя своего номинального значения в 1,5 А.

Содержание отчета:

1. Цель работы.
2. Текст задания.
3. Результат выполнения задания (необходимые расчеты, блок-схемы, тексты и результаты работы программ).
4. Выводы в развернутой форме с соответствующими пояснениями.

Литература

1. Зиновьев В. В. Моделирование процессов и систем: учебное пособие / В. В. Зиновьев, А. Н. Стародубов, П. И. Николаев; КузГТУ. – Кемерово, 2016 – 146 с.

2. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под ред. К. А. Пупкова, Н. Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 656 с., ил.