

凸优化 2020 Homework-9

1. 分别利用 l_1, l_2, l_∞ 范数的最速下降方向求解下述无约束优化问题

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x) = (1 - x_1)^2 + 2(x_2 - x_1^2)^2$$

直线搜索均采用精确直线搜索（0.618 法）。初始点取为 $x^0 = (0, 0)^T$ ，停止准则为 $\|\nabla f(x)\|_2 \leq 10^{-8}$ 。要求画出迭代点 x^k 在 2 维平面上的轨迹（将每个点连线）以及目标函数值 $f(x^k)$ 关于迭代次数 k 的图像。

2. 考虑无约束优化问题：

$$\min f(x) = -\sum_{i=1}^m \log(1 - a_i^T x) - \sum_{i=1}^n \log(1 - x_i^2)$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n$ ， $\text{dom } f = \{x \mid a_i^T x < 1, i = 1, \dots, m; |x_i| < 1, i = 1, \dots, n\}$ 。

用 Newton 法并结合回溯直线搜索求解上述 $f(x)$ 在 $m = 50, n = 50$ 和 $m = 100, n = 100$ 两种规模下的最优解 x^* 和最优值 p^* 。请合理选择回溯参数，要求停止误差为 $\|\nabla f(x)\|_2 \leq 10^{-8}$ ，分别画出对数误差 $\log(f(x^k) - p^*)$ 和迭代步长 t^k 关于迭代次数 k 的图像。

本次作业均为编程题（公式中出现的 \log 均以自然对数为底），需要提交程序，计算结果/图像/及其分析文档的电子版，并通过网络学堂“课程作业”栏目提交。请使用文件夹中提供的数据求解第 2 题，我们分别给出 $m = 50, n = 50$ 和 $m = 100, n = 100$ 这两组规模问题对应的系数矩阵 $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $A = [a_1, a_2, \dots, a_m]$ 。

（以下为可选附加题）

求解 Newton 方向的程序采用 Cholesky 方法，参考教材 486 页。