



LÓGICA PROPOSICIONAL E ÁLGEBRA BOOLEANA

Thiago Felski Pereira

ROTEIRO

Introdução

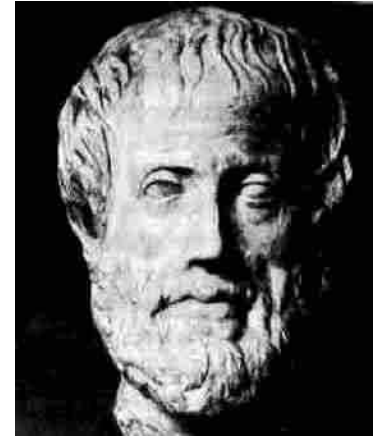
Sistemas de numeração

- Sistema decimal
- Sistema binário
- Sistema hexadecimal

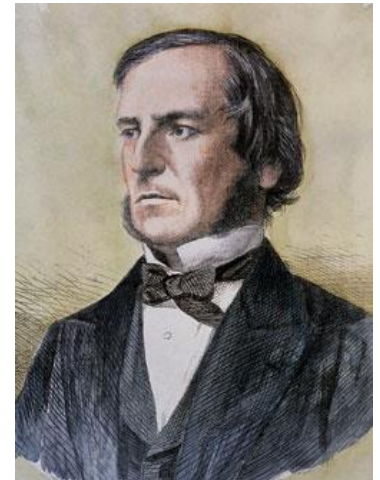
Conversão entre bases

DO PRINCÍPIO A APLICAÇÃO

□ Um dos pioneiros no estudo da lógica formal foi Aristóteles (384-322 AC), que publicou um tratado sobre o tema denominado "De Interpretatione".

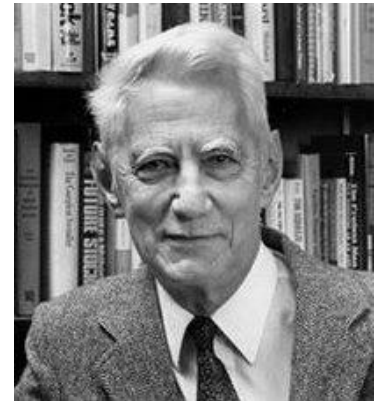


□ O matemático inglês George Boole (1815-1864) publicou em 1854 os princípios da lógica booleana, onde variáveis assumem valores de 0 (falso) ou 1 (verdadeiro).



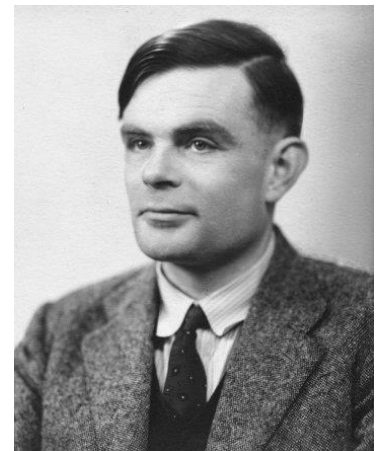
DO PRINCÍPIO A APLICAÇÃO

□ Claude B. Shannon mostrou (em sua tese de mestrado no MIT) que o trabalho de Boole poderia ser utilizado para descrever a operação de sistemas de comutação telefônica. As observações de Shannon foram divulgadas em 1938 no trabalho "Uma Análise Simbólica de Relés e Circuitos de Comutação".



□ Alan Turing utilizou a lógica booleana para conceber a Máquina de Turing, que deu origem à computação digital

A lógica booleana foi usada na implementação dos circuitos elétricos internos do computador digital



VISÃO GERAL

Trabalha com sentenças da **Linguagem Natural** levando em conta apenas, aquelas sentenças que são denominadas proposições

- Sentenças que possam ser classificadas como sendo verdadeiras ou falsas

Um dos objetivos da lógica é estabelecer uma **linguagem formal**

- Onde se pode expressar com clareza, precisão e emitir juízo de verdadeiro ou falso para determinadas sentença

PROPOSIÇÕES

Proposição é uma sentença (conjunto de palavras ou símbolos) **declarativa** à qual se pode atribuir um valor lógico

- Verdadeiro ou Falso

Por exemplo

- Japão fica na África
- Onde você vai?
- $3 + 4$
- $3^2 + 5^2 = (3 + 5)^2$

PROPOSIÇÕES

Proposição é uma sentença (conjunto de palavras ou símbolos) **declarativa** à qual se pode atribuir um valor lógico

- Verdadeiro ou Falso

Por exemplo

- Japão fica na África
- Onde você vai? (Não é uma proposição lógica)
- $3 + 4$ (Não é uma proposição lógica)
- $3^2 + 5^2 = (3 + 5)^2$

AGORA É A SUA VEZ

Indique se a proposição lógica é verdadeira, falsa ou que não é uma proposição lógica:

- Fortaleza é a capital do Maranhão
- Eu gostaria que vocês não faltassem as aulas
- Tiradentes morreu afogado
- $-1 < -7$
- Quer dançar?
- Todo número divisível por 5 termina em 5
- A lua é feita de queijo

PROPOSIÇÕES

Proposições simples ou atômicas

- Não contém nenhuma **outra** proposição como parte integrante de si mesma
 - **Notação:** letras minúsculas

Proposição composta ou molecular

- É formada pela combinação de duas ou mais proposições
 - **Notação:** letras maiúsculas
- Também costumam ser chamadas fórmulas proposicionais ou apenas fórmulas
 - $P(p, q, r, \dots)$

PRINCÍPIOS DE *ARISTÓTELES*

1. Princípio da Identidade

1. *“O que é, é”*

2. Princípio da Não-Contradição

1. *“Uma coisa não pode ser e não ser ao mesmo tempo.”*

3. Princípio no Meio Excluído ou Princípio do Terceiro Excluído

1. *“Toda coisa deve ser ou não ser, não existindo um meio termo”*
2. *“Toda coisa deve ser ou não ser, não existindo uma terceira possibilidade.”*

PROPOSIÇÃO

1. Princípio da Identidade

- Toda proposição é necessariamente verdadeira ou falsa, não existindo outra possibilidade

2. Princípio da Não-Contradição

- Nenhuma proposição pode ser verdadeira e falsa simultaneamente

3. Princípio no Meio Excluído ou Princípio do Terceiro Excluído

- Toda proposição verdadeira é sempre verdadeira, não podendo ser ora verdadeira ora falsa

CONECTIVOS LÓGICOS

Os conectivos lógicos são usados para formar novas proposições a partir de outras proposições

- \bar{a} (não)
- $a * b$ (e)
- $a \oplus b$ (ou exclusivo)
- $a + b$ (ou)
- $a \rightarrow b$ (se então)
- $a \leftrightarrow b$ (se e somente se)

TABELA VERDADE

Para uma proposição simples p o valor será V ou F

p
V
F

O valor de qualquer proposição composta depende unicamente dos valores lógicos das proposições simples componentes

- Por exemplo: $P = p * q$

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

NEGAÇÃO

Se p é uma proposição, a negação da proposição p é denotada por \bar{p}

A negação apresenta valor lógico oposto ao da proposição dada

p	\bar{p}
V	F
F	V

Exemplo

- p : O professor é bonzinho
- \bar{p} : O professor não é bonzinho

CONJUNÇÃO

Chama-se conjunção de duas proposições p e q a proposição representada por “ $p * q$ ” cujo o valor lógico é V quando ambas as proposições são verdadeira e F nos demais casos

- $V(p * q) = V(p) * V(q)$

p	q	$p * q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

DISJUNÇÃO

Chama-se disjunção de duas proposições p e q a proposição representada por “ $p + q$ ” cujo o valor lógico é V quando ao menos uma das proposições é verdadeira e F quando ambas as proposições são falsas.

- $V(p + q) = V(p) + V(q)$

p	q	$p + q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

DISJUNÇÃO EXCLUSIVA

Chama-se disjunção exclusiva de duas proposições p e q a proposição representada por “ $p \oplus q$ ” cujo o valor lógico é V quando uma das proposições é verdadeira e a outra é falsa e F quando ambas as proposições são falsas ou ambas são verdadeiras.

- $V(p \oplus q) = V(p) \oplus V(q)$

p	q	$p \oplus q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

CONDICIONAL

Chama-se proposição condicional uma proposição representada por “ $p \rightarrow q$ ” cujo o valor lógico é F quando p é verdadeira e q é falsa e V nos demais casos.

- $V(p \rightarrow q) = V(p) \rightarrow V(q)$

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

BICONDICIONAL

Chama-se proposição bicondicional uma proposição representada por “ $p \leftrightarrow q$ ” cujo o valor lógico é V quando p e q são ambos verdadeiros ou falsos e F nos demais casos.

- $V(p \leftrightarrow q) = V(p) \leftrightarrow V(q)$

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

PRINCÍPIOS LÓGICOS

TAUTOLOGIA

- Toda a proposição composta cujo o valor lógico é sempre verdade (V) quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições simples componentes

Ex: $\overline{p * \bar{p}}$

p	\bar{p}	$p * \bar{p}$	$\overline{p * \bar{p}}$
V	F	F	V
F	V	F	V

PRINCÍPIOS LÓGICOS

CONTRADIÇÃO

- Toda a proposição composta cujo o valor lógico é sempre falso (F) quaisquer que sejam os valores lógicos das proposições simples componentes

Ex: $(p * \bar{p})$

p	\bar{p}	$p * \bar{p}$
V	F	F
F	V	F

PRINCÍPIOS LÓGICOS

CONTINGÊNCIA

- Toda proposição composta que não é uma TAUTOLOGIA e não é uma CONTRADIÇÃO

Ex: $p \rightarrow \bar{p}$

p	\bar{p}	$p \rightarrow \bar{p}$
V	F	F
F	V	V

LEIS DE EQUIVALÊNCIA

Dadas as proposições compostas P e Q , diz-se que ocorreu uma equivalência entre P e Q quando suas tabelas-verdade forem idênticas ($P \equiv Q$)