1、20000-70000 每个数字不重复出现的奇数个数

2、0 到 9 组成的数中，偶数不在其自然位置上的的个数

3、求 an=an-1+2an-2+2*3^n 的解

4、1，2，3，4，5 组成的 r 位数的个数，其中 1 和 2 出现次数的和为奇数

5、

例3 证明

$$\sum_{i=0}^{n}\binom{2i}{i}\binom{2n-2i}{n-i}=4^n.$$

证明：等式左边出现序列 $\left\{\binom{2i}{i}\right\}$，而该序列的普通母函数为 $(1-4x)^{-1/2}$，即有

$$(1-4x)^{-1/2}=\sum_{i=0}^{\infty}\binom{2i}{i}x^i$$

从而有

$$(1-4x)^{-1/2}\times(1-4x)^{-1/2}=\sum_{i=0}^{\infty}\binom{2i}{i}x^i\times\sum_{j=0}^{\infty}\binom{2j}{j}x^j=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\sum_{i=0}^{n}\binom{2i}{i}\binom{2(n-i)}{n-i}\right)x^n$$

又由于

$$(1-4x)^{-1/2}\times(1-4x)^{-1/2}=(1-4x)^{-1}=\sum_{n=0}^{\infty}(4x)^n=\sum_{n=0}^{\infty}4^nx^n$$

比较以上两式中 x^n 的系数得证。

6、证明：在任意一群人，一定有两人有相同个数的熟人

7、证明：

$$\sum_{k=0}^{n}k\binom{n}{k}=n2^{n-1},$$

8、证明：

引理6.2.1 对任意正整数n有

$$\sum_{d|n}\mu(d)=\begin{cases}1, & n=1\\ 0, & n>1\end{cases}$$

其中求和指标d|n表示d取n的所有正因数。

9、证明：

定义7.3.2 设G是集合M上的置换群，令

$$R=\{<a,\sigma(a)>|a\in M,\sigma\in G\},$$

称R为**M上由G诱导的关系**。

定理7.3.2 由集合M上置换群G诱导的M上的关系R为M上的等价关系。

证明：（1）R具有自反性：对任意a∈M，对恒等置换I∈G有I(a)=a，所以有 $<a,a>=<a,I(a)>\in R$，此表明R具有自反性。

（2）R具有对称性：对任意a,b∈M，若<a,b>∈R，则存在σ∈G使得σ(a)=b。从而 $\sigma^{-1}\in R$ 且

$$\sigma^{-1}(b)=a\Rightarrow<b,a>\in R.$$

（3）R具有传递性：对任意a,b,c∈A，若<a,b>∈R且<b,c>∈R，则存在σ∈G和τ∈G使得σ(a)=b，τ(b)=c。从而τσ∈G且

$$\tau\sigma(a)=\tau(\sigma(a))=\tau(b)=c\Rightarrow<a,c>\in R.$$

综上知，R为M上的等价关系。

例： 设G={(1), (12), (34), (12)(34)}是M={1, 2, 3, 4}上的置换群，求G作

解： 由置换群G诱导的M上的等价关系

$$R=\{\langle 1,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 2,1\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 3,3\rangle, \langle 3,4\rangle, \langle 4,3\rangle, \langle 4,4\rangle\}$$

并计算等价关系

10、应用题：

例1 一个正方形被均分为四个小正方形，用三种颜色对四个小正方形进行着色，求其不同着色方案数。经旋转或翻转能使之重合的方案算一种。

11、应用题：1*n 的正方形条，涂上红和蓝两种颜色，求相邻两个正方形不能为红色的数量，求其地推关系式，并求解（斐波那契数列）

12、应用题：

26. 在一个班上有 n 名学生，临时将这 n 个学生任意编号为 1，2，…，n。当教师上课按原来的点名册点名时，如果编号为 i 的学生正好是第 i 个喊到时，就称为一次巧遇。

(1) 求至少有一次巧遇的概率。

(2) 求恰有 m 次巧遇的概率。