Vyhledávání

Vyhledávání je další velmi důležitou a často se vyskytující úlohou. Při ní máme zadanou nějakou množinu (multimnožinu) prvků a cílem je nalézt mezi nimi takový prvek, který má danou hodnotu vyhledávacího klíče, anebo případně zjistit, že takový prvek mezi nimi není.

Máme *n* prvků

$$a_0, a_1, \dots a_{n-1}$$

a dále máme dánu hodnotu vyhledávacího klíče, označme ji x. Hledáme prvek a_i, pro který platí

$$a_i.key = x \quad .$$

Poznámka: V následujících popisovaných algoritmech vyhledávání je pro zjednodušení jejich popisu v operacích srovnání vynechán zápis vyhledávacího klíče – například místo srovnání $a_i.key = x$ nebo $a[i].key = x$ budeme psát $a_i = x$.

Metody vyhledávání

- Vyhledávání v lineárních datových strukturách
- Vyhledávací stromy
- Číslicové vyhledávání
- Hašovací tabulky

Vyhledávání v lineárních datových strukturách

Sekvenční vyhledávání

Mezi nejjednodušší případy vyhledávání patří vyhledávání v lineární datové struktuře, tj. v poli nebo v seznamu. Přepokládáme přitom, že prvky jsou v ní uloženy v libovolném pořadí (nesetříděné). Není zde jiný způsob, než prvky postupně procházet (zpravidla od začátku směrem ke konci) a každý srovnat s hledanou hodnotou. Počet srovnání se přitom pohybuje od 1, jestliže hledaný prvek je hned první, po *n*, jestliže hledaný prvek je až poslední anebo hledaný prvek mezi prohledávanými prvky není obsažen (nebyl nalezen). Tedy

průměrný počet srovnání (je-li prvek nalezen) $= \frac{1+n}{2}$.

maximální počet srovnání $= n$.

Sekvenční vyhledávání v lineární datové struktuře má časovou složitost $\Theta(n)$.

Pseudokód:

```
SequentialSearch(A, n, x)
  i←0
  while i<n
    if A[i]=x
      return i
    i ← i+1
  return n
```

Zdrojový kód:

```
int SequentialSearch(int A[], int n, int x)
{
  int i;
  for (i=0; i<n; ++i) { if (A[i]==x) return i; }
  return n;
```

```
}
```

Je zřejmé, že v cyklu se kromě srovnání, zda prvek je roven hledané hodnotě, rovněž vždy dělá srovnání, zda už nejsme na konci pole (podmínka $i<n$). To lze odstranit a vyhledávání urychlit tak, že pole s prvky vytvoříme o jeden prvek větší a jako poslední prvek v poli před každým prohledáváním dáme hledanou hodnotu (užívá se pro ni označení zarážka). Pak cyklus hledání vždy nalezne hledaný prvek a bude jen zapotřebí zjistit, zda tento prvek byl nalezen ještě před zarážkou.

Pseudokód:

```
SequentialSearchSentinel(A, n, x)
  A[n]←x
  i←0
  while true
    if A[i]=x
      return i
    i ← i+1
```

Zdrojový kód:

```
int SequentialSearchSentinel(int A[], int n, int x)
{
  int i;
  A[n]=x;
  for (i=0;; ++i) { if (A[i]==x) return i; }
}
```

Srovnání obou metod

Vygenerováno 100 000 náhodných čísel, hledáno 20 000 náhodně vybraných čísel z nich:

Sekvenční hledání	Čas v sekundách
Bez zarážky	2.89
Se zarážkou	2.08

Binární vyhledávání v setříděném poli

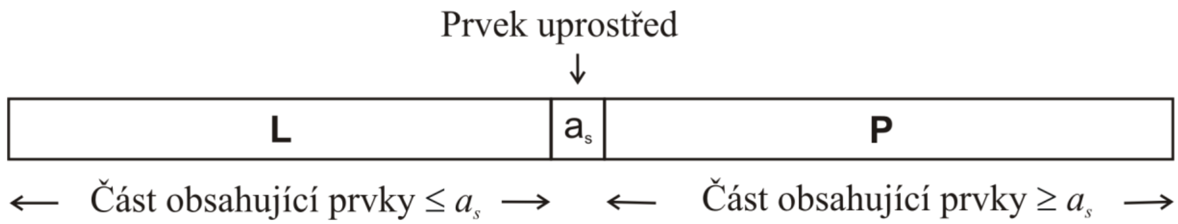
V případě pole je pro vyhledávání mnohem příznivější případ, když prvky jsou v něm uspořádány (seřazeny) dle velikosti vyhledávacího klíče. Tj. platí pro ně

$$a_0 \leq a_1 \leq \ldots \leq a_{n-2} \leq a_{n-1} \quad .$$

Zde se dá použít algoritmus binárního vyhledávání, často také nazývaný vyhledávání půlením intervalu.

Popis algoritmu

Vezmeme prvek, který je v poli uprostřed (je-li počet prvků sudý, jsou uprostřed dva prvky; zde vezmeme jeden z nich - při implementaci metody to zpravidla bývá ten levý), označme jeho index *s*.



Následně provedeme srovnání hledané x hodnoty s hodnotou středního prvku a_s:

- Nejprve srovnáme, zda je $x < a_s$:
  Pokud ano, pak zřejmě hledaný prvek, pokud v poli vůbec je, musí být v části *L*, jež je nalevo od středního prvku a_s. Je-li část *L* neprázdná (obsahuje aspoň jeden prvek), rekurzivně na ni provedeme stejný postup. Je-li už prázdná, vyhledávání neúspěšně končí. Hledaný prvek není v poli obsažen.
- Pokud neplatí $x < a_s$, provedeme další srovnání. Srovnáme, zda je $x > a_s$:
  Pokud ano, musíme v dalším kroku hledání pokračovat v části *P*, jež je napravo od středního prvku a_s. Je-li část *P* neprázdná (obsahuje aspoň jeden prvek), rekurzivně na ni provedeme stejný postup. Je-li už prázdná vyhledávání neúspěšně končí.
- Pokud není ani $x > a_s$, zbývá už jen možnost, že platí $x = a_s$, čímž vyhledávání končí, neboť prvek a_s je hledaným prvkem.

Příklad. Nechť v poli jsou čísla

1 3 5 8 12 15 21 24 32 40

A máme najít číslo $x = 15$.

Střední prvek je číslo 12:

1 3 5 8 12 15 21 24 32 40

Protože hledaná hodnota je větší, pro další krok vezmeme část napravo. Její střední prvek je číslo 24:

15 21 24 32 40

Protože hledaná hodnota je menší, vezmeme část nalevo. Její střední prvek je číslo 15:

15 21

A střední prvek je zde roven hodnotě v proměnné x, čímž je i hledaným prvkem.

Pseudokód – rekurzivní verze:

```
BinarySearch(A, k, l, x)
  if k>l
    return -1
  s ← (k+l)/2
  if x<A[s]
    return BinarySearch(A,k,s-1,x)
  if x>A[s]
    return BinarySearch(A,s+1,l,x)
  return s
```

Zdrojový kód– rekurzivní verze:

```
int BinarySearch(int A[], int k, int l, int x)
{
  if (k>l) return -1;
  { int s=(k+l)/2;
    if (x<A[s]) return BinarySearch(A,k,s-1,x);
    if (x>A[s]) return BinarySearch(A,s+1,l,x);
    return s;
  }
}
```

Pseudokód – nerekurzivní verze:

```
BinarySearch(A, n, x)
  k ← 0
  l ← n-1
  while k≤l
    s ← (k+l)/2
    if x<A[s]
      l ← s-1
    else
      if x>A[s]
        k ← s+1
      else
        return s
  return -1
```

Zdrojový kód– nerekurzivní verze:

```
int BinarySearch(int A[], int n, int x)
{
  int k=0,l=n-1;
  while (k<=l)
  { int s=(k+l)/2;
    if (x<A[s]) { l=s-1; continue; }
    if (x>A[s]) { k=s+1; continue; }
    return s;
  }
  return -1;
}
```

Složitost metody

Při odvození složitosti vyjdeme z délky prohledávané části pole. V prvním kroku začínáme celým polem, tedy n prvky. Pokud v něm hledaný prvek nebyl nalezen, pak do dalšího kroku vezmeme část nalevo od něho nebo napravo od něho. Délka částí je $\frac{n-1}{2}$ nebo $\frac{n}{2}$ podle toho, zda počet prvků n je lichý nebo sudý. Pro odvození vezmeme ten „horší“ případ, kdy délka části vybrané pro následující krok je $\frac{n}{2}$.

Krok	Délka prohledávané části
1.	n
2.	$\frac{n}{2}$
3.	$\frac{n}{2^2}$
4.	$\frac{n}{2^3}$
….	
k-tý	$\frac{n}{2^{k-1}}$

Zřejmě vyhledávání skončí nejpozději v kroku, kdy délka prohledávané části je už tvořena jen jedním prvkem. Tedy položme

$$\frac{n}{2^{k-1}} = 1 \quad .$$

Úpravou

$$n = 2^{k-1} \quad .$$

A použitím funkce logaritmu

$$k = \lceil \log_2(n) + 1 \rceil \quad .$$

Maximální počet kroků logaritmicky závisí na počtu prvků v prohledávané posloupnosti. V každém kroku provádíme nejvýše dvě operace srovnání. První operací zjistíme, zda hledaný prvek je menší než střední prvek. Pokud ano, pokračujeme v hledání v části nalevo. Pokud ne, druhou operací srovnání zjistíme, zda hledaný je větší než střední prvek, čímž rozhodneme, zda pokračovat v hledání v části napravo anebo už jsme hledaný prvek našli.

Závěr: Složitost binárního vyhledávání je $\Theta(\ln(n))$. Z ní plyne, že binární vyhledávání je mnohem rychlejší než vyhledávání, kdy prvky nejsou uspořádány dle velikosti vyhledávacího klíče (setříděny).

Srovnání obou verzí

Vygenerováno 10 000 000 náhodných čísel, hledáno 1 000 000 náhodně vybraných čísel z nich:

Binární hledání	**Čas v sekundách**
Rekurzivní verze	1.47
Nerekurzivní verze	0.64