

Vyhledávací stromy *Patricia Trie*

Stromy *trie* mají několik nevýhod:

- ♦ Vnitřní a listové uzly jsou rozdílné (ve vnitřních uzlech prvek uložen není, v listových ano), což komplikuje efektivní implementaci.
- ♦ Ve stromu se vyskytují za sebou sekvence vnitřních uzlů, ve kterých není větvení, čímž se citelně zvyšuje počet uzlů ve stromu.

Stromy *Patricia trie* mají obdobně jako jiné binární vyhledávací stromy v každém uzlu uložen prvek. Počet uzlů je tím opět stejný jako počet uložených prvků. Další jejich vlastnosti jsou:

- V každém uzlu je uvedeno, podle kterého bitu je v tomto uzlu větvení (index bitu větvení).
- Každý uzel má dva odkazy na další uzly (odkaz může být i na sebe).
- Všechny uzly (nelistové i listové) mají stejnou strukturu:
datový prvek + index bitu větvení + 2 odkazy na další uzly
- Kořenem stromu je specifický uzel, ve kterém je uložen tzv. nulový prvek a je v něm odkaz na první z uzlů, ve kterém jsou uloženy prvky. Kořen budeme označovat jako hlavu stromu.

Vyhledání prvku

1. Počáteční krok

Uzel, který je v daném okamžiku vyhledávání aktuální, budeme označovat u . Na začátku jím bude uzel, na který je odkaz v hlavě stromu.

Hledaný prvek nechť je x .

Aktuální index bitu větvení označíme d . Jeho hodnotu na začátku nastavíme na -1.

Index bitu uložený v uzlu u udávající, podle kterého bitu je v uzlu u větvení, budeme označovat $u.bit$.

Hodnotu bitu prvku x s indexem d budeme označovat $Bit(x,d)$.

2. Průběžný krok

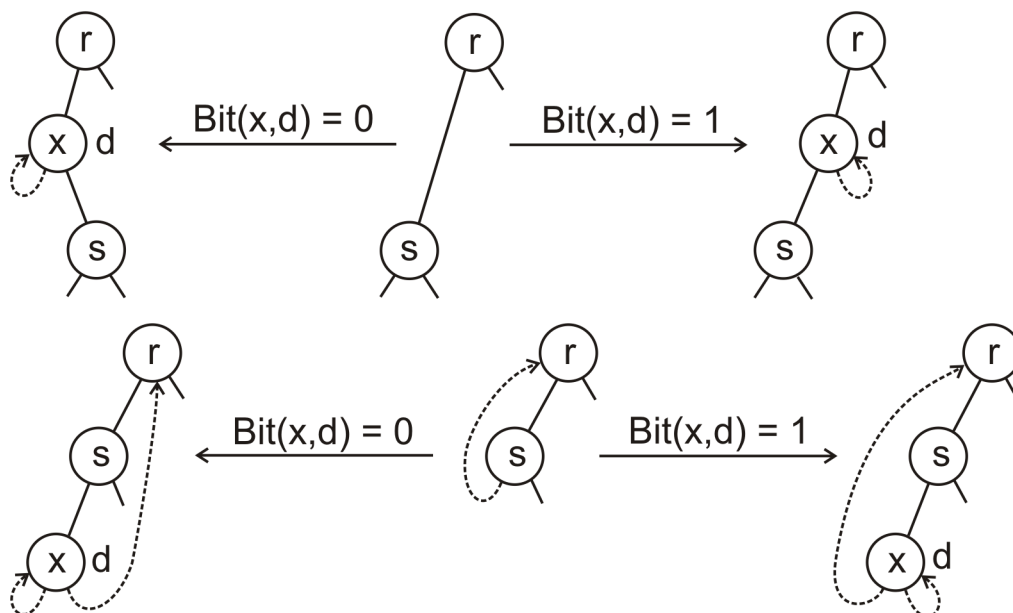
- Je-li index bitu $u.bit$ uložený v aktuálním uzlu u menší nebo roven indexu d , je to příznak, že jsme se dostali na konec vyhledávání. Srovnáme, zda prvek uložený v aktuálním uzlu u je roven hledanému prvku x . Pokud ano, prvek byl nalezen. Jinak hledání končí neúspěšně.
- Pokud nejsme na konci, do indexu d uložíme hodnotu $u.bit$. Zjistíme hodnotu $Bit(x,d)$. Je-li tato hodnota 0, učiníme aktuálním uzlem levého

následníka současného uzlu u , jinak jím bude jeho pravý následník. A vyhledávání opět pokračuje krokem 2.

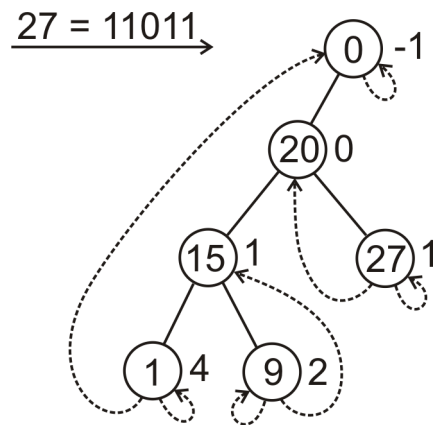
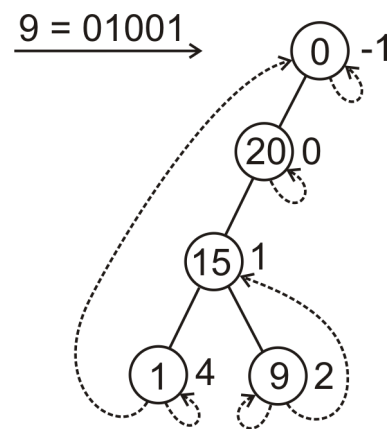
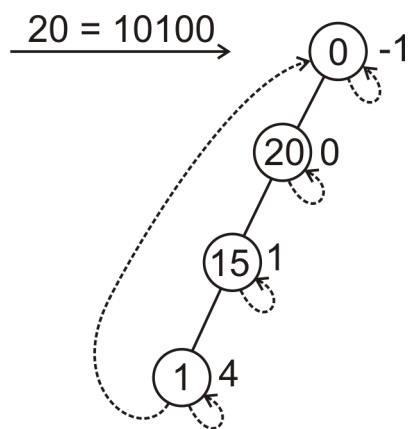
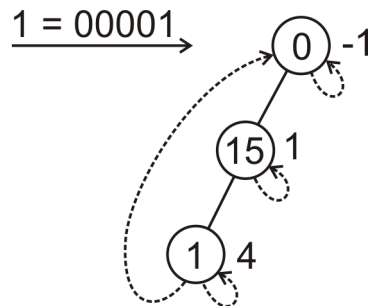
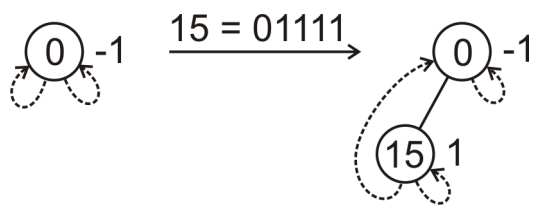
Přidání prvku

Přidávaný prvek x nejprve vyhledáme. Necht' vyhledání skončilo v uzlu, ve kterém je prvek y .

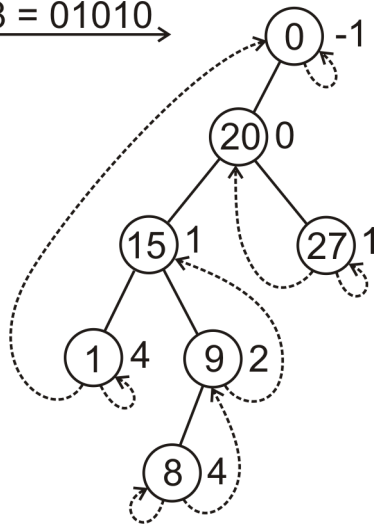
- ♦ Je-li prvek y obsažený v uzlu, ve kterém vyhledávání skončilo, roven hledanému prvku x , přidávání tím končí.
- ♦ Pokud nebyl prvek x ve stromu nalezen, začneme postupně srovnávat od počátku jednotlivé bity prvku x s odpovídajícími bity prvku y , až najdeme první bit, ve kterém se tyto prvky liší. Označme index tohoto bitu d . Následně začneme opět procházet strom od začátku po stejné cestě, po které jsme vyhledávali přidávaný prvek x , tak dlouho, dokud
 - nenajdeme uzel u , jehož index bitu $u.bit$ není menší než index d . Pak před tento uzel vložíme do stromu nový uzel v , do kterého dáme přidávaný prvek x a index bitu $v.bit$ tohoto uzlu nastavíme na d .
 - anebo se dostaneme do uzlu u , ve kterém vyhledávání skončilo. Pak nový uzel v s prvkem x vložíme pod tento uzel a údaj index bitu $v.bit$ tohoto uzlu nastavíme na d . Nový uzel vložíme nalevo, jestliže bit vkládaného prvku x s indexem $u.bit$ má hodnotu 0. V opačném případě ho vložíme napravo od uzlu u .
- ♦ Při vkládání nového uzlu bude jeho levý odkaz na tento uzel (na sebe), jestliže $Bit(x,d)$ má hodnotu 0. Je-li hodnota bitu rovna 1, je naopak jeho pravý odkaz na tento uzel (na sebe).



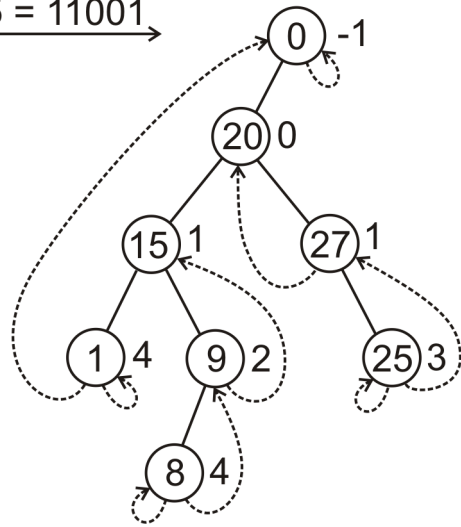
Příklad. Do stromu budeme ukládat pětibitová čísla.



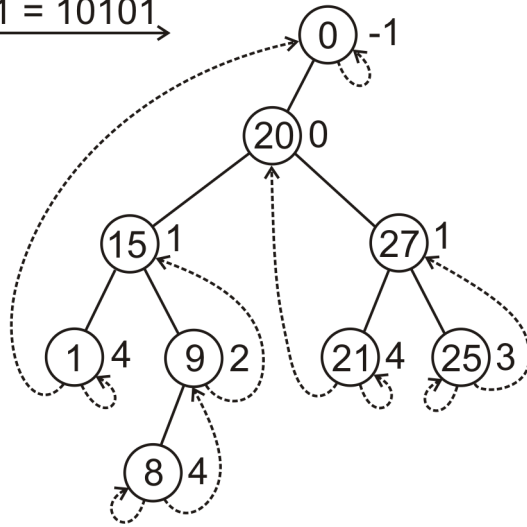
8 = 01010 →



25 = 11001 →

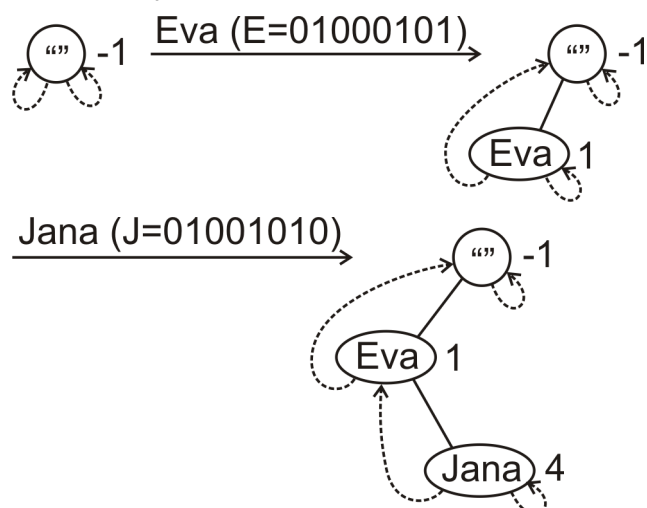


21 = 10101 →

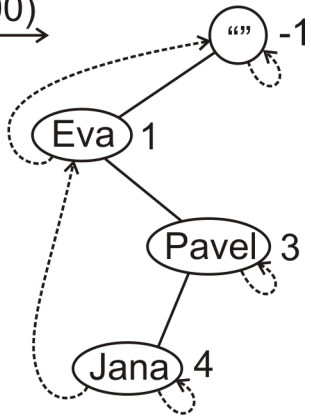


Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char	Dec	Hex	Char
0	00	Null	32	20	Space	64	40	@	96	60	`
1	01	Start of heading	33	21	!	65	41	A	97	61	a
2	02	Start of text	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	03	End of text	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	04	End of transmit	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
5	05	Enquiry	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	06	Acknowledge	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	07	Audible bell	39	27	'	71	47	G	103	67	g
8	08	Backspace	40	28	(72	48	H	104	68	h
9	09	Horizontal tab	41	29)	73	49	I	105	69	i
10	0A	Line feed	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	0B	Vertical tab	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	0C	Form feed	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	0D	Carriage return	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
14	0E	Shift out	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
15	0F	Shift in	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	Data link escape	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	Device control 1	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	Device control 2	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	Device control 3	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	Device control 4	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	Neg. acknowledge	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	Synchronous idle	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	End trans. block	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	Cancel	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	End of medium	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	Substitution	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	Escape	59	3B	;	91	5B	[123	7B	{
28	1C	File separator	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	
29	1D	Group separator	61	3D	=	93	5D]	125	7D	}
30	1E	Record separator	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	Unit separator	63	3F	?	95	5F	_	127	7F	□

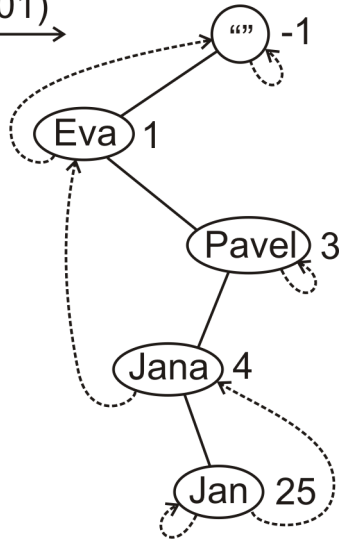
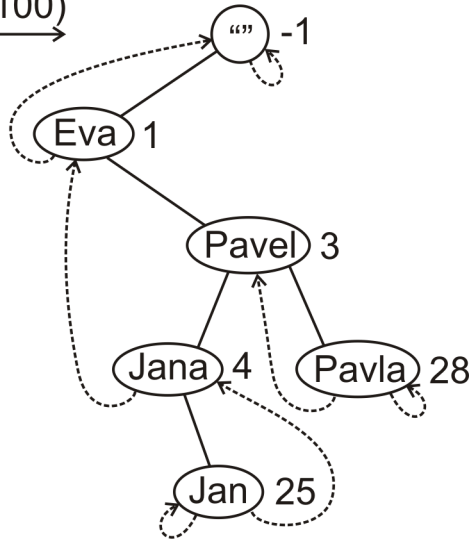
Příklad. Do stromu budeme ukládat jména. Jejich binární reprezentaci stanovíme dle ASCII tabulky.



Pavel (P=01010000) →



Jan (a=01100001) →


$$\begin{array}{r} \text{Pavla (l=01101100)} \\ \hline (\text{e=01100101}) \end{array} \rightarrow$$


Pseudokód vyhledání:

```
Search(T, x)
  u ← T.head.left
  if u = T.head
    return nullItem
  d ← -1
  while u.bit > d
    d ← u.bit
    if Bit(x,d) = 0
      u ← u.left
    else
      u ← u.right
  return u.item
```

Pseudokód přidání:

```
NewNode(x, d)
  u ← new Node
  u.item ← x
  u.bit ← d
  return u
```

```
Insert(T, x)
  if T.head.left = T.head
    d ← 0
    while Bit(x,d) = 0
      d ← d+1
    v ← NewNode(x,d)
    v.left ← T.head
    v.right ← v
    T.head.left ← v
    return true
  y ← Search(T,x)
```

```

if x = y
    return false
d ← 0
while Bit(x,d) = Bit(y,d)
    d ← d+1
T.head.left ← InsertN(T.head.left,x,d,T.head)

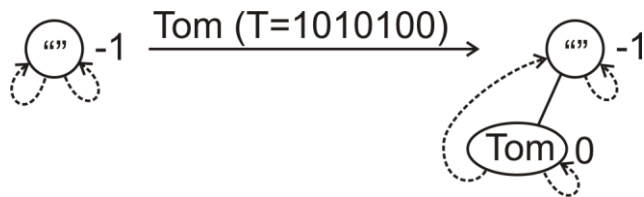
```

```

InsertN(u, x, d, p)
    if u.bit ≥ d || u.bit ≤ p.bit
        v ← NewNode(x,d)
        if Bit(x,d) = 0
            v.left ← v
            v.right ← p
        else
            v.left ← p
            v.right ← v
        return v
    if Bit(x,u.bit) = 0
        u.left ← InsertN(u.left,x,d,u)
    else
        u.right ← InsertN(u.right,x,d,u)
    return u

```


Příklad. Do stromu budeme ukládat jména, která mají tři písmena a jsou bez diakritiky. Jejich binární reprezentaci stanovíme dle ASCII tabulky, použijeme jen 7 bitů z kódování znaku.



x		u	$u.bit$
Iva	1001001 _ _	Tom	0
		Tom	0

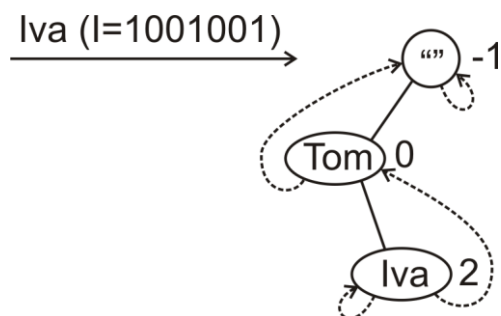
Iva	1001001 _ _	Tom	1010100 _ _
-----	-------------	-----	-------------

x		d	u	$u.bit$	p	$p.bit$	$u.bit \geq d \parallel u.bit \leq p.bit$
Iva	1001001 _ _	2	Tom	0	head	-1	false
			Tom	0	Tom	0	true

Iva	1001001 _ _	Iva.left	Iva.right
		Iva	Tom

head.left \leftarrow Tom

Tom.right \leftarrow Iva



x		u	$u.bit$
Eva	1000101 _ _	Tom	0
	1000101 _ _	Iva	2
		Iva	0

Eva	1000101 _ _	Tom	1001001 _ _
-----	-------------	-----	-------------

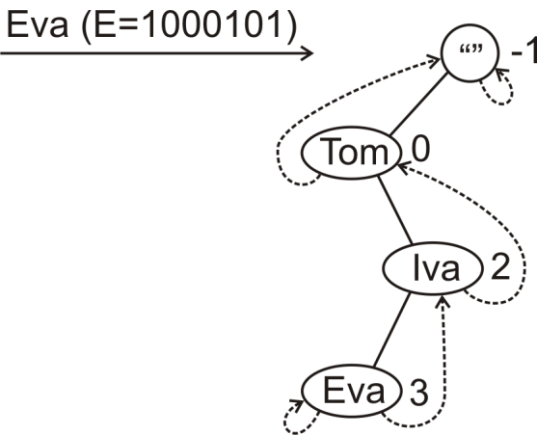
x		d	u	$u.bit$	p	$p.bit$	$u.bit \geq d \text{ // } u.bit \leq p.bit$
Eva	1000101 _ _	3	Tom	0	head	-1	false
	1000101 _ _	3	Iva	2	Tom	0	false
			Iva	2	Iva	2	true

Eva	1000101 _ _	Eva.left	Eva.right
		Eva	Iva

Iva.left ← Eva

Tom.right ← Iva

head.left ← Tom



x		u	$u.bit$
Ivo	1001001 _ _	Tom	0
	1001001 _ _	Iva	2
	1001001 _ _	Eva	3
		Iva	2

Ivo	_ _ 1101111	Iva	_ _ 1100001
-----	-------------	-----	-------------

x		d	u	$u.bit$	p	$p.bit$	$u.bit \geq d \text{ // } u.bit \leq p.bit$
Ivo	1001001 _ _	17	Tom	0	head	-1	false
	1001001 _ _	17	Iva	2	Tom	0	false
	1001001 _ _	17	Eva	3	Iva	2	false
			Iva	2	Eva	3	true

Ivo	_ _ 1101111	Ivo.left	Ivo.right
		Iva	Ivo

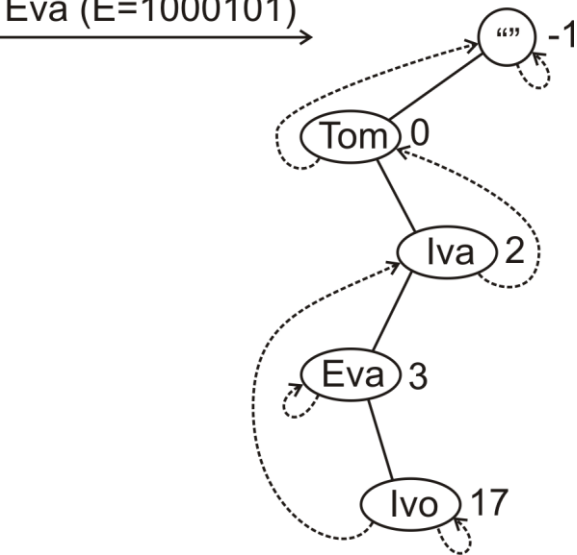
head.left \leftarrow Tom

Tom.right \leftarrow Iva

Iva.left \leftarrow Eva

Eva.right \leftarrow Ivo

Eva (E=1000101)



Tom	1010100 1101111 1101101	54 6F 6D
Iva	1001001 1110110 1100001	49 76 61
Eva	1000101 1110110 1100001	45 76 61
Ivo	1001001 1110110 1101111	49 76 6F